

高密度アレーにおける最大加速度比の統計解析

茂木秀則¹・川上英二²

¹正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科(〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

²正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科(〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

最大加速度や SI 値などの地震動強度指標は耐震設計や信頼性解析などの工学的な目的に広く用いられている。特に、信頼性解析においては、構造物の地震耐力の確率分布とともに地震外力の確率分布を与える必要があり、地震外力の平均値だけでなく、標準偏差などのばらつきも重要な意味を持つ。このことから本研究では、地震動強度指標として最大加速度を取り上げ、震源との位置関係や地盤構造の違いによる平均的な地震動強度の変化が無視できるものと考えられる高密度アレー観測記録を用いて、可能な二点の組合せで最大加速度の比を求め、その確率分布を検討した。そしてその解析結果に基づいて、二点で観測され得る最大加速度の差について、二点間の距離をパラメータとした考察を行った。

Key Words : peak ground acceleration, measure of dispersion, probability density, lognormal distribution, array seismogram

1. はじめに

最大加速度や SI 値などの地震動強度指標は耐震設計や信頼性解析などの工学的な目的に広く用いられている。特に、信頼性解析においては、構造物の地震耐力の確率分布とともに地震外力の確率分布を与える必要があり、地震外力の平均値だけでなく、標準偏差などのばらつきも重要な意味を持つ。

このことから本研究では、地震動強度指標として最大加速度を取り上げ、震源との位置関係や地盤構造の違いによる平均的な地震動強度の変化が無視できるものと考えられる高密度アレー観測記録を用いて、任意の二点における同一地震に対する最大加速度の比(最大加速度比)を求め、比を求める二点間の距離(二点間距離)をパラメータとして、その統計解析を行った。また、得られた最大加速度比の%位値に基づいて、二点間で観測され得る最大加速度の差について論じた。

2. 解析手法

本研究では、地震によって異なる地震動強度の違いを取り除くため、二点における最大加速度の比を求め、二点間の距離と最大加速度比の特性値について解析を行った。比は常に二点の最大加速度の大きい方を分母とし、最大加速度比が小さいほど、最大加速度のばらつきが大きいことを示すものとした。

最大加速度などの地震動強度は対数正規分布に従う確率変数として扱われることが多い(例えば文献 1)。本研究でもこれに従い、比を取る二点の最大加速度の対数値 Z_1, Z_2 が二次元正規分布に従うものとする。この

とき、 Z_1, Z_2 の同時確率密度関数は次式で与えられる。

$$f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_Z^2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_Z^2(1-\rho^2)} \cdot \{(z_1-\mu_Z)^2 - 2\rho(z_1-\mu_Z)(z_2-\mu_Z) + (z_2-\mu_Z)^2\} \right] \quad (1)$$

ここで、 ρ, μ_Z, σ_Z はそれぞれ、 Z_1, Z_2 の相関係数、平均値、標準偏差である。

最大加速度比の対数値はそれぞれの最大加速度の対数値の差であることから、 $P' = Z_1 - Z_2$ の確率密度関数を式(1)から求めると次式が得られる。

$$f_{P'}(p') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp \left\{ -\frac{p'^2}{2\sigma_{P'}^2} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{P'} = \sigma_Z \sqrt{2(1-\rho)} \quad (3)$$

式(2)に示されるように、差 $P' = Z_1 - Z_2$ は平均値 0 の正規分布に従うため、同一地震ごとに最大加速度の比を求める限り、地震ごとに異なる平均値 μ_Z を評価する必要がないという利点がある。

前述のように、二点の観測値の大きい方の値を分母とするものとしたため、 $P = -|Z_1 - Z_2|$ の分布を求める。式(2)の $p' = 0$ の軸に関する対称性から、

$$f_P(p) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp \left(-\frac{p^2}{2\sigma_{P'}^2} \right), \quad p \leq 0 \quad (4)$$

さらに、変数変換 $P = \ln R$ によって最大加速度比 R の確率密度関数が次式のように求められる。

$$f_R(r) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}r} \exp \left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2} \right), \quad 0 < r \leq 1 \quad (5)$$

式(5)が元になる正規分布の半区間 $p' \leq 0$ から導かれることから、本研究では確率密度関数が式(5)で与えら

表-1 千葉アレーにおける二点間距離のグループと最大加速度比のデータ数

グループ	二点間距離 $L(m)$	データ数		
		EW	NS	UD
A	$0 < L \leq 40$	1,368	1,368	1,368
B	$40 < L \leq 160$	819	819	819
C	$160 < L$	108	108	108
計		2,295	2,295	2,295

表-2 SMART-1 アレーにおける二点間距離のグループと最大加速度比のデータ数

グループ	二点間距離 $L(m)$	データ数		
		EW	NS	UD
a	$0 < L \leq 650$	1,771	1,804	1,752
b	$650 < L \leq 1,600$	4,555	4,587	4,483
c	$1,600 < L \leq 2,400$	4,791	4,762	4,685
d	$2,400 < L \leq 3,200$	1,657	1,638	1,623
e	$3,200 < L \leq 4,200$	718	704	697
f	$4,200 < L \leq 5,100$	296	297	295
g	$5,100 < L$	147	145	145
計		13,935	13,937	13,680

れる確率分布を半区間対数正規分布と呼ぶ。

最大加速度比 R の平均値 μ_R と γ % 位値 r_γ は、式 (5) から次式のように求められる。

$$\mu_R = \exp\left(\frac{\sigma_{P'}^2}{2}\right) \left\{ 1 - \operatorname{Erf}\left(\frac{\sigma_{P'}}{\sqrt{2}}\right) \right\} \quad (6)$$

$$r_\gamma = \exp(-\tau_\gamma \sigma_{P'}),$$

$$\frac{\gamma}{100} = \int_{-\tau_\gamma}^{\tau_\gamma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (7)$$

ここで、 $\operatorname{Erf}(\cdot)$ は誤差関数である。

式 (5)(6) に示されるように、標準偏差 $\sigma_{P'}$ が最大加速度比 R の確率分布の唯一のパラメータであり、最大加速度比の平均値 μ_R も最大加速度のばらつきを表す特性値の一つと考えることができる。

3. 二点間距離と最大加速度比のデータ数

本研究では東京大学生産技術研究所による千葉アレー²⁾と台湾・羅東の SMART-1 アレー³⁾における強震記録を用いて統計解析を行った。

比を求めるアレー内の観測点の組合せによって様々な二点間距離をとるため、表-1、表-2 に示すように、二点間距離 L を用いて千葉アレーでは A～C の 3 グループ、SMART-1 アレーでは a～g の 7 グループに分け、グループごとに同一の確率分布に従うものとして検討を行った。

4. 最大加速度比の平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$

図-1 は二つのアレー観測記録から求めたグループごとの最大加速度比の平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ を示したものである。横軸の値は、各グループごとの二点間距離の単純平均を用いた。

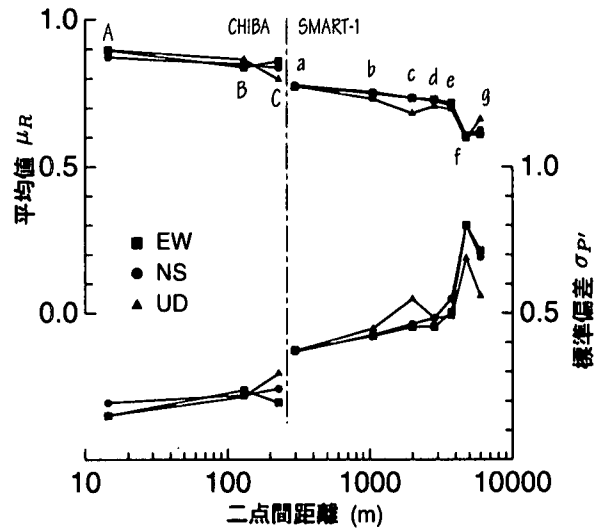


図-1 千葉アレーと SMART-1 アレーにおける二点間距離と平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係

平均値 μ_R に着目すると、千葉アレー A グループでは 0.9 程度を示し、C グループの 0.8～0.85 程度の値まで緩やかに減少している。また、SMART-1 アレーでは、a グループで 0.8 程度、e グループでは 0.7 程度の値を示し、千葉アレーの場合と同様に、二点間距離の増加に対して平均値 μ_R は緩やかに減少している。

式 (6) に示されるように、最大加速度比の平均値 μ_R の減少に対して、標準偏差 $\sigma_{P'}$ は単調に増加する関係にある。このことに対応して、標準偏差 $\sigma_{P'}$ は千葉アレー A グループにおける 0.15～0.2 程度の値から SMART-1 アレー e グループにおける 0.5 程度の値まで単調に増加している。

図-1 において、二点間距離が 10m 程度のごく近傍の場合においても、最大加速度比の平均値で 0.85～0.9 程度、標準偏差 $\sigma_{P'}$ で 0.15～0.2 程度の値を示しており、このように極めて近い二点においても最大加速度のばらつきが生じることがわかる。

5. 最大加速度比の確率密度関数

図-2、図-3 はそれぞれ、千葉アレーと SMART-1 アレーにおける最大加速度比の発生頻度と半区間対数正規分布の確率密度関数を併せて示したものである。図中の●、■、▲の記号はそれぞれ、グループごとの発生頻度から求めた、EW、NS、UD 成分に対する確率密度関数である。発生頻度は最大加速度比の取り得る $0 < R \leq 1$ の範囲を 0.05 ごとに 20 分割して求めた。

発生頻度から求めた確率密度関数と半区間対数正規分布の確率密度関数を比較すると、半区間対数正規分布によってその概形がほぼ説明できることがわかる。

前節に示したように、二点間距離が増加するにつれて標準偏差 $\sigma_{P'}$ が増加する。これは、確率密度関数の形状変化の視点からは、最大加速度比が 1 に近い値を

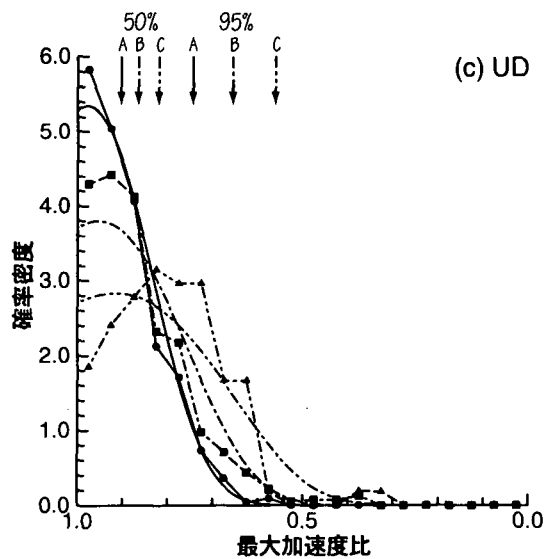
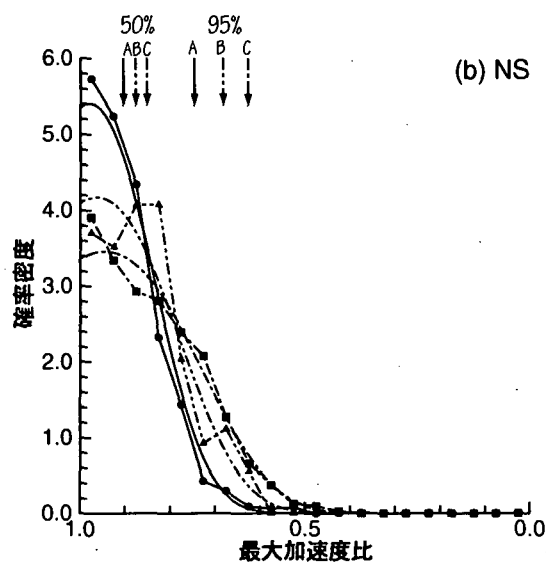
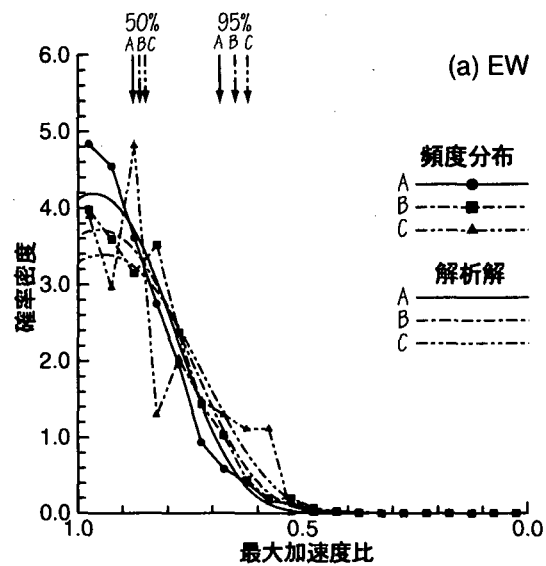


図-2 千葉アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

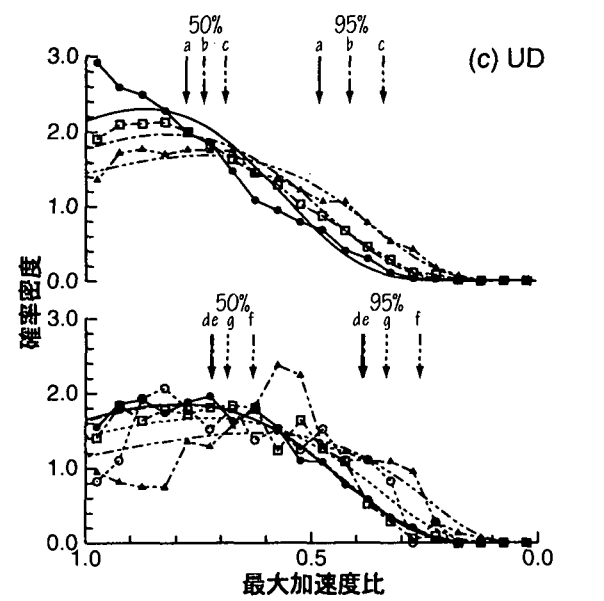
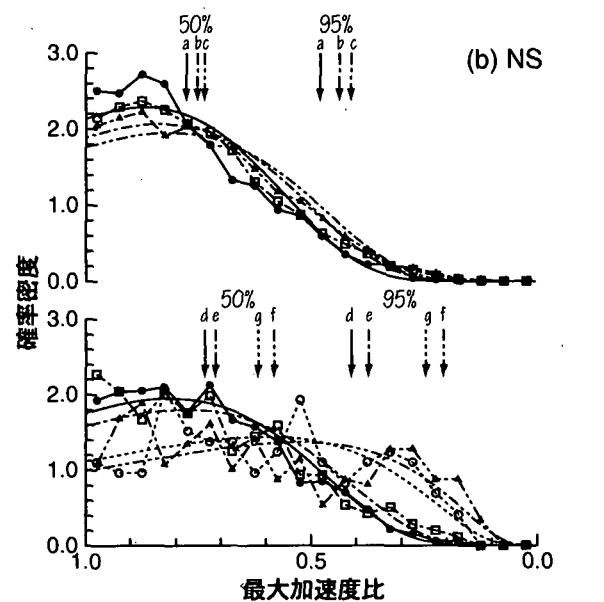
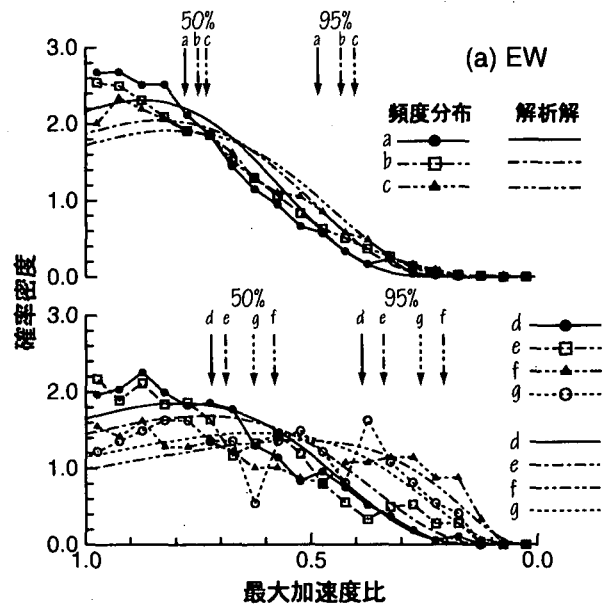


図-3 SMART-1 アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

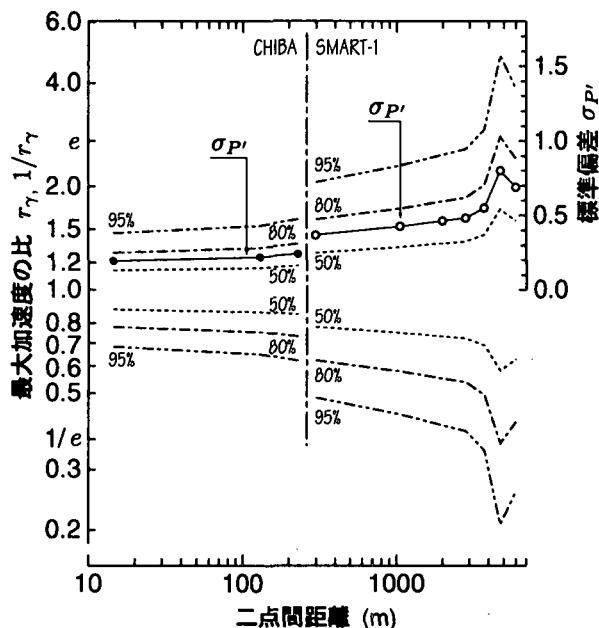


図-4 千葉アレーと SMART-1 アレーの最大加速度比 (EW 成分) の%位値と二点間距離の関係

示す確率密度が減少し、確率密度関数がより平坦な形状に推移すること、すなわち、最大加速度比の値がより広い範囲に均一に分布するように変化することに対応している。

6. 最大加速度比の%位値

確率分布の%位値は統計的な意味付けが明確であるだけでなく、最大加速度 X とその対数値 Z の二つの確率分布における%位値は単にその対数(指数)を求めるだけで相互の変換が可能であり、最大加速度比の分布を検討する上で有効な指標と考えられる。

図-4 は、千葉アレー、SMART-1 アレーにおける最大加速度比の標準偏差 σ_P から、式(7)を用いて算定した 50%, 80%, 95% 位値を示したものである。図中の記号●, ○はそれぞれ、千葉アレーと SMART-1 アレーにおける標準偏差であり、左縦軸が各%位値に対する最大加速度の比 $r_\gamma, 1/r_\gamma$ を示している。また、図-2, 図-3 の上部には、50%, 95% 位値についてその位置を矢印で示している。

最も二点間距離の小さい千葉アレー A グループにおいて、50%, 95% 位値はそれぞれ、0.9 (1.1) 倍程度、0.7 (1.5) 倍程度になっており、数十 m 離れた二点においては、1/2 の確率で 1 割程度異なった最大加速度が観測されること、また、95% 位値を危険率を 5% としたときの最小値と考えれば、最大で 3~5 割程度異なることがあると言える。

SMART-1 アレーにおける結果では、1km 程度の二点間距離の場合 (b グループ) では、50%, 95% 位値はそれぞれ、0.75 (1.3) 倍程度、0.45 (2.2) 倍程度で

ある。このことから、1km 程度離れた二点では、最大加速度の取り得る差違は「倍半分」程度と言える。

また、5km 程度の二点間距離の場合 (f, g グループ) には 50%, 95% 位値はそれぞれ、0.6 (1.7) 倍程度、0.2~0.25 (4~5) 倍程度の値を示しており、1/2 に近い確率で「倍半分」の最大加速度が観測されること、また、最も異なった場合では 4~5 倍程度の違いも生じ得ることがわかる。

7. まとめ

最大加速度比の確率分布について対数正規分布に基づいた定式化を示すとともに、千葉アレー、SMART-1 アレーにおける最大加速度比の平均値 μ_R 、標準偏差 σ_P 、%位値などを求め、これらの特性値が示す性質や、二点間で生じる最大加速度の違いなどについて次の点を指摘した。

- (1) 最大加速度比の平均値 μ_R 、標準偏差 σ_P は二点間距離の増加に従って、それぞれ、単調に減少、増加する。
- (2) 二点間距離が増加するにつれて最大加速度比の確率密度関数はより平坦な形状に推移し、最大加速度比の値がより広い範囲に均一に分布するように変化する。
- (3) 数十 m 離れた二点における最大加速度は、1/2 の確率で 1 割程度異なること、また、最大で 3~5 割程度の差違まで生じ得る。
- (4) 1km 程度離れた二点では、互いに「倍半分」の最大加速度まで観測され得る。
- (5) 5km 程度離れた二点では、1/2 に近い確率で互いに「倍半分」の最大加速度が観測されること、また、最大で 4~5 倍程度の差違まで生じ得る。

謝辞： 東京大学生産技術研究所片山・山崎研究室によるアレー観測記録、SMART-1 アレーの観測記録を用いた。また、本研究の数値計算の一部は西一彦氏(当時本学修士課程)による。関係各位に謝意を表す。

参考文献

- 1) Campbell, K. W. : Near-source attenuation of peak horizontal acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 71, 6, pp.2039-2070, 1981.
- 2) 東京大学生産技術研究所片山研究室：東京大学生産技術研究所千葉実験所における地震動の 3 次元アレー観測、強震動アレー観測記録データベース・推進委員会/作業部会報告書, 1991.
- 3) Bolt, B. A. et al. : Preliminary report on the SMART-1 strong motion array in Taiwan, *Report No. UCB/EERC-82/13*, University of California, Berkeley, 1982.
- 4) 川上英二, 茂木秀則：強震動アレーデータに基づく隣接二地点間の最大加速度比の確率分布, 土木学会論文集, 1999.7.