

飽和多孔質成層地盤の 点加振解の誘導とその応用

高野真一郎¹・安井謙²・井口道雄³

¹(株)大林組 技術研究所 振動研究室 (〒204 東京都清瀬市下清戸 4-640)

²工博 (株)大林組 技術研究所 振動研究室 (〒204 東京都清瀬市下清戸 4-640)

³工博 東京理科大学教授 理工学部建築学科 (〒278 千葉県野田市山崎 2641)

臨海部の軟弱地盤に建つ建築構造物の動特性を把握するためには、基礎構造物と地下水を有する地盤との動的相互作用の効果を明らかにすることが重要な課題の一つである。動的相互作用解析では点加振解が大きな役割を果たすが、これまでの点加振解の誘導に関する研究は地下水を含まない弾性地盤のものがほとんどであった。そこで、本報告では三次元薄層要素法を用いて地下水で飽和した成層地盤すなわち飽和多孔質成層地盤における点加振解を誘導し、得られた解による計算値と既往の結果とを比較してその妥当性を確かめるとともに、地表面基礎のインピーダンスについて検討する。

Key Words : fluid-filled poroelastic soil, thin layered element method, point load solution, permeability coefficient, layered soil, pore water

1. はじめに

臨海部等の軟弱地盤は地下水を有する場合が多いため、建築構造物の動特性を把握するためには、地下水を有する地盤すなわち飽和多孔質地盤と基礎との動的相互作用の効果を明らかにすることが重要な課題の一つとなる。

動的相互作用の重要な問題のひとつに基礎のインピーダンスの算定があるが、これは点加振解を用いて求められることが多い。ところが、点加振解の誘導についての研究は弾性地盤のものがほとんどであり、飽和多孔質地盤に関しては、半無限地盤において Halpern 等¹⁾の研究や高谷等²⁾の研究が見られるのみである。

そこで、本研究では Bougacha 等³⁾が波動伝達境界の構築に用いた Biot⁴⁾の解析モデルによる定式化を加振問題に拡張し、飽和多孔質成層地盤における点加振解を誘導・定式化するとともに、成層地盤地表面上の基礎のインピーダンスについて論じる。

2. 点加振解の誘導

Bougacha 等³⁾は軸対称座標系 (r, θ, z) における飽和多孔質地盤の応力・変位構成式および運動方程式を周波数領域で表し、流体成分の変位を運動方程式から消去できることを示した。

また、飽和多孔質成層地盤を N 層の薄層に分割し、各々

の薄層で運動方程式を満足する 2 組の振動モードを次の変数分離形で示した。1 組目は、Rayleigh モードであり、次のように表される。

$$u(r, \theta, z) = kU(z)J'_\mu(kr) \begin{bmatrix} \cos(\mu\theta) \\ \sin(\mu\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$v(r, \theta, z) = \frac{m}{r}U(z)J_\mu(kr) \begin{bmatrix} -\sin(\mu\theta) \\ \cos(\mu\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$w(r, \theta, z) = kW(z)J_\mu(kr) \begin{bmatrix} \cos(\mu\theta) \\ \sin(\mu\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$p(r, \theta, z) = kP(z)J_\mu(kr) \begin{bmatrix} \cos(\mu\theta) \\ \sin(\mu\theta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

もう 1 組は、Love モードであり、次のように表される。

$$u(r, \theta, z) = \frac{m}{r}V(z)J_\mu(kr) \begin{bmatrix} \cos(\mu\theta) \\ \sin(\mu\theta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$v(r, \theta, z) = kV(z)J'_\mu(kr) \begin{bmatrix} -\sin(\mu\theta) \\ \cos(\mu\theta) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$w(r, \theta, z) = 0 \quad (7)$$

$$p(r, \theta, z) = 0 \quad (8)$$

ここで、 u 、 v 、 w および p は各々固体成分の r 、 θ 、 z 方向の変位および間隙水圧を表す。また k は r 方向の波数、 μ はフーリエ係数 ($\mu=0,1,2,\dots$) であり、 J_μ は μ 次のベッセル関数である。また、プライム (') は変数に関する微分を表す。 θ に関する項の括弧 [] の上部は対称モード (symmetric mode) の振動に使用され、下部は逆対称モード

表1 各要素マトリクスの係数

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^R &= \frac{h}{6} \begin{bmatrix} -\frac{2}{F}n^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{F}n^2 & 0 & 0 \\ 2G & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ & 2(\lambda+2G) & 0 & 0 & 0 & (\lambda+2G) \\ & & -\frac{2}{F}n^2 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{symm.} & & 2G & 0 & \\ & & & & 2(\lambda+2G) & \end{bmatrix} & \mathbf{B}^R &= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2Tn & 0 & 0 & Tn \\ & 0 & 3(\lambda-G) & 0 & 0 & 3(\lambda+G) \\ & & 0 & Tn & -2(\lambda+G) & 0 \\ & & & 0 & 0 & 2Tn \\ & \text{symm.} & & & 0 & -3(\lambda-G) \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}^R &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{R} \frac{h}{3} n^2 & \frac{2R+N}{2R} n & 0 & -\frac{1}{R} \frac{h}{6} n^2 & -\frac{N}{2R} n & 0 \\ & \frac{\lambda+2G}{h} & 0 & \frac{N}{2R} n & -\frac{\lambda+2G}{h} & 0 \\ & & \frac{G}{h} & 0 & 0 & -\frac{G}{h} \\ & & & -\frac{1}{R} \frac{h}{3} n^2 & -\frac{2R+N}{2R} n & 0 \\ & \text{symm.} & & & \frac{\lambda+2G}{h} & 0 \\ & & & & & \frac{G}{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{F} \frac{1}{h} n^2 & -\frac{iab}{2F} n & 0 & \frac{1}{F} \frac{1}{h} n^2 & -\frac{iab}{2F} n & 0 \\ & \frac{h}{3} M & 0 & \frac{iab}{2F} n & \frac{h}{6} M & 0 \\ & & \frac{h}{3} M & 0 & 0 & \frac{h}{6} M \\ & & & -\frac{1}{F} \frac{1}{h} n^2 & \frac{iab}{2F} n & 0 \\ & \text{symm.} & & & \frac{h}{3} M & 0 \\ & & & & & \frac{h}{3} M \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(antisymmetric mode)に使用される。

これらのモード形を構成方程式に代入することにより各々の薄層内で z 座標に関する2組の常微分方程式系、すなわち未知変数 U 、 W および P から成る Rayleigh モードの常微分方程式系および未知変数 V から成る Love モードに関する常微分方程式が得られる。

ここで第 j 薄層($j=1, \dots, N$)を考え、この上端および下端の変数の値を各々 U_j 、 V_j 、 W_j 、 P_j 及び U_{j+1} 、 V_{j+1} 、 W_{j+1} 、 P_{j+1} とし、薄層内では各未知変数が線形に変化すると仮定して離散化すると2組の常微分方程式系は波数 k に関する次の2組のマトリクス方程式となる。

$$\begin{bmatrix} P_j^+ \\ W_j^+ \\ U_j^+ \\ P_{j+1}^- \\ W_{j+1}^- \\ U_{j+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_j^+ \\ F_j^{z,+} \\ F_j^{r,+} \\ -\Psi_{j+1}^- \\ -F_{j+1}^{z,-} \\ -F_{j+1}^{r,-} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} k^2 \mathbf{A}_j^L + \mathbf{C}_j^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j^+ \\ V_{j+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_j^{\theta,+} \\ -F_{j+1}^{\theta,-} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 $F_j^{r,+}$ 、 $F_j^{\theta,+}$ および $F_j^{z,+}$ は各々第 j 薄層から第 j 薄層境界面にはたらく r 、 θ および z 方向の全応力を表し、同様に $F_{j+1}^{r,-}$ 、 $F_{j+1}^{\theta,-}$ および $F_{j+1}^{z,-}$ は各々第 j 薄層から第 $j+1$ 薄層境界面にはたらく全応力を表す。 Ψ_j^+ は第 j 薄層境界面より流入・流出する第 j 薄層の間隙水の流量に関する変数であり、同様に Ψ_{j+1}^- は第 $j+1$ 薄層境界面より流入・流出する第 j 薄層の間隙水の流量に関する変数である。

マトリクス $\mathbf{A}^R$ 、 $\mathbf{B}^R$ および $\mathbf{C}^R$ を表1に示す。ここで、 h は薄層の厚さ、 λ および G は各々固体成分のLameの定数およびせん断弾性係数、 b は浸透力を表す減衰定数

である。 N および R はBougacha等に従い間隙率 n および間隙水の体積弾性係数 β を用いて次のように表す。

$$R = n\beta \quad (11)$$

$$N = (1-n)\beta \quad (12)$$

さらに、 F 、 M および T は以下のように表される。

$$F = iab - \omega^2 \rho_{22} \quad (13)$$

$$M = iab - \rho_{11} \omega^2 + \frac{b^2 \omega^2}{F} \quad (14)$$

$$T = \left(\frac{N}{R} + \frac{iab}{F} \right) h \quad (15)$$

ここで、 ω は円振動数である。 ρ_{11} および ρ_{22} は各々固体成分の質量 ρ および間隙水成分の質量 ρ_f を用いて次のように表される。

$$\rho_{11} = (1-n)\rho \quad (16)$$

$$\rho_{22} = n\rho_f \quad (17)$$

Loveモードのマトリクス方程式は弾性的場合とほぼ同じであり、これ以降の定式化も弾性的場合と同一であるため、以下では(9)式(Rayleighモード)の展開のみを示す。

各薄層要素の剛性マトリクスを重ねあわせ、自由地表面で間隙水圧がゼロとなる条件を用いると、成層地盤に関する剛性マトリクスが以下のように得られる。

$$\begin{bmatrix} k^2 \mathbf{A}^R + \mathbf{B}^R + \mathbf{C}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ U_1 \\ P_2 \\ W_2 \\ \vdots \\ P_{N+1} \\ W_{N+1} \\ U_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^z \\ F_1^r \\ \Psi_2 \\ F_2^z \\ \vdots \\ \Psi_{N+1} \\ F_{N+1}^z \\ F_{N+1}^r \end{bmatrix} \quad (18)$$

ここで、マトリクス $\mathbf{A}^R$ 、 $\mathbf{B}^R$ および $\mathbf{C}^R$ は各薄層の要素

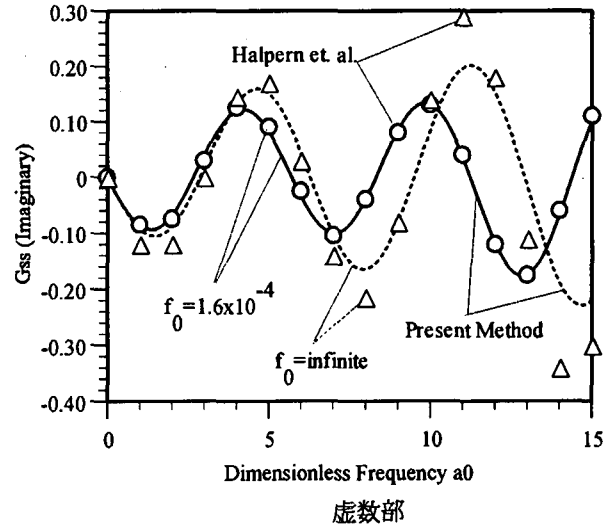
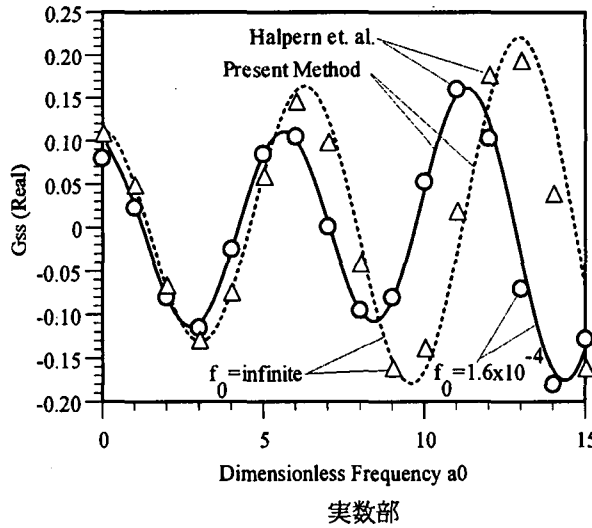


図1 飽和多孔質半無限地盤の上下方向点加振解

剛性マトリクスマトリクス $\mathbf{A}_j^R$ 、 $\mathbf{B}_j^R$ および $\mathbf{C}_j^R$ を重ねあわせたものであり、最下層の半無限弾性層を近似する Paraxial 境界の項を付加する。薄層境界面の応力の連続性により、外力が作用しない面では $F_j^X = F_j^{X,+} - F_j^{X,-}$ がゼロとなる ($X = r, z; j = 1, \dots, N+1$)。また、外部からの水の流入・流出がない場合には、薄層境界面の間隙水の流入・流出量の連続性により、 $\Psi_j = \Psi_j^+ - \Psi_j^-$ がゼロとなる ($j = 2, \dots, N+1$)。点加振の場合にはこれらの加振力を(1)~(4)式と同様の変数分離形で表し、これを右辺に代入する。この場合のマトリクス方程式(18)の解は、右辺をゼロベクトルとした場合の波数 k に関する固有値問題の解(固有値および固有ベクトル)により次のような対称マトリクスで表される。(P_i および Ψ_i に関する項は除く。)

$$\begin{Bmatrix} P_m \\ W_m \\ U_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{pp}^{mn} & f_{pw}^{mn} & f_{pu}^{mn} \\ f_{wp}^{mn} & f_{ww}^{mn} & f_{wu}^{mn} \\ f_{up}^{mn} & f_{uw}^{mn} & f_{uu}^{mn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Psi_n \\ F_n^z \\ F_n^x \end{Bmatrix} \quad (19)$$

ここで、 $m, n = 1, \dots, N+1$ であり、

$$f_{\alpha\beta}^{mn} = \sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_{\alpha}^{ml} \varphi_{\beta}^{nl} \frac{d_l}{k^2 - k_l^2} \quad (\alpha, \beta = p, w, u) \quad (20)$$

である。また、 k_l は固有値であり、 φ_p^{ml} 、 φ_w^{ml} 及び φ_u^{ml} は k_l に対応する正規化された固有ベクトルの各々 P_m 、 W_m 及び U_m に対応する成分を表す。式中の係数 d_l は $\alpha = u$ かつ $\beta \neq u$ の場合 $d_l = k/k_l$ 、 $\beta = u$ かつ $\alpha \neq u$ の場合 $d_l = k_l/k$ であり、その他の場合、 $d_l = 1$ となる。こうして得られた解 P_m 、 W_m 及び U_m を(1)~(4)式に代入し、 k 及び μ に関しモード合成を行うことにより加振解が得られる。最終的に得られる点加振解は以下のとおりである。まず、水平点加振解が以下のように得られる。

$$u(r, \theta, z) = \frac{1}{4i} \left[\sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_u^{ml} \varphi_u^{nl} \frac{d}{dr} H_1^{(2)}(k_l r) / k_l + \sum_{l=1}^{N+1} \varphi_v^{ml} \varphi_v^{nl} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(k_l^L r) / k_l^L \right] \cos \theta \quad (21)$$

$$v(r, \theta, z) = \frac{1}{4i} \left[\sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_u^{ml} \varphi_v^{nl} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(k_l r) / k_l + \sum_{l=1}^{N+1} \varphi_v^{ml} \varphi_v^{nl} \frac{d}{dr} H_1^{(2)}(k_l^L r) / k_l^L \right] (-\sin \theta) \quad (22)$$

$$w(r, \theta, z) = \frac{1}{4i} \sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_w^{ml} \varphi_u^{nl} H_1^{(2)}(k_l r) \cos \theta \quad (23)$$

$$p(r, \theta, z) = \frac{1}{4i} \sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_p^{ml} \varphi_u^{nl} H_1^{(2)}(k_l r) \cos \theta \quad (24)$$

ここで、 $H_i^{(2)}$ は第2種 i 次のハンケル関数である。また、 k_l^L は Love モードの固有値問題に対する固有値であり、 φ_v^{ml} は k_l^L に対応する固有ベクトルの V_m に対応する成分を表す。次に鉛直点加振が以下のように得られる。

$$u(r, \theta, z) = -\frac{1}{4i} \sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_u^{ml} \varphi_w^{nl} H_1^{(2)}(k_l r) \quad (25)$$

$$v(r, \theta, z) = 0 \quad (26)$$

$$w(r, \theta, z) = \frac{1}{4i} \sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_w^{ml} \varphi_w^{nl} H_0^{(2)}(k_l r) \quad (27)$$

$$p(r, \theta, z) = \frac{1}{4i} \sum_{l=1}^{3N+2} \varphi_p^{ml} \varphi_w^{nl} H_0^{(2)}(k_l r) \quad (28)$$

飽和多孔質層と弾性層が混合した成層地盤の場合、弾性層において薄層要素剛性マトリクスを弾性のもので置き換え、境界面における弾性層の変位および応力と多孔質層の固体成分の変位および全応力の連続性、さらに境界面での非透水性を仮定して全体剛性マトリクスを構成することにより上の定式化が適用できる。

3. 既往の数値解との比較

Halpern 等¹⁾は Helmholtz 分解とハンケル変換を利用して半無限飽和多孔質地盤地表面に上下方向の点加振を与えたときの上下方向変位解を算定した。この解は地盤の弾性体成分を加振したときの弾性体成分の変位関数 G_{ss} および間隙水成分の変位関数 G_{fs} 、さらに地盤の間隙水成分

を加振したときの弾性体成分の変位関数 G_{sj} および間隙水成分の変位関数 G_{jf} の4つの関数から構成される。本定式化では地表面の圧力をゼロとしているため、地表面加振力はすべて弾性体成分で負担することになり、地表面点加振解は G_{ss} に相当する。そこで、Halpern 等¹⁾の示した定数を用いて地表面上下加振解を算定し、Halpern 等の G_{ss} と比較した結果を図1に示す。薄層モデルは、地表面からS波の波長程度の深さまでが飽和多孔質地盤であり、その下は同じ地盤物性を持つ半無限弾性層(すなわち間隙率がゼロ)とし、2層間の間隙水の流入出はないものとした。無次元化透水係数 f_0 は Halpern 等のものを用いた。

無次元化振動数(距離)¹⁾ a_0 が大きくなると $f_0 = \infty$ の場合の虚数部の結果が Halpern 等のものより若干小さくなるが、両者はよく対応しており薄層要素法による飽和多孔質地盤の点加振解が妥当であることが示された。

4. 地表面基礎のインピーダンス

間隙水の存在および透水係数が基礎の動特性に及ぼす影響を調べるため、飽和多孔質成層地盤および弾性成層地盤上の地表面基礎のインピーダンスを比較する。

基礎は一辺の長さ 30m の正方形とする。地盤モデルは $V_s = 400m$ の弾性基盤上に、下から $V_s = 200m$ および $V_s = 100m$ の2層地盤が載るものとし、層厚はどちらも 10 mとする。上部2層に対し、弾性地盤1ケース(CASE1)、透水係数の異なる飽和多孔質地盤2ケース(CASE2 および CASE3)を想定する。ここで弾性地盤の場合はポアソン比を 0.45 ($V_s = 400m$ の基盤のみ 0.4)とし、多孔質地盤の弾性体成分はポアソン比を 0.3 とした。単位体積重量は両者とも $1.7ton/m^3$ ($V_s = 400m$ の基盤のみ 1.9)とした。また飽和多孔質地盤の間隙率は 0.3 とし、間隙水の体積弾性係数は $5.83 \times 10^4 ton/m^2$ とした。透水係数は無次元化透水係数 $K_0 = kV_s/gB$ (k は透水係数、 V_s は固体骨格のS波速度、 g は重力加速度、 B は基礎半幅)の $K_0 = 5 \times 10^{-4}$ (CASE2、透水係数の小さいもの)と $K_0 = 0.5$ (CASE3、透水係数の大きいもの)を採用した。

結果を見ると、透水係数の小さい飽和多孔質地盤 (CASE2) のインピーダンスの算定結果は、弾性地盤 (CASE1) のものと比較してほぼ全周波数領域で実数部が大きくなり周波数の低い領域で虚数部が大きくなるのに対し、透水係数の大きい飽和多孔質地盤 (CASE3) の結果は、周波数の小さい領域では実数部が小さく、周波数の大きい領域で虚数部が小さくなる。

5. まとめ

三次元薄層要素法を用いて飽和多孔質地盤における点加振解を誘導した。さらに、本手法による計算値と既往

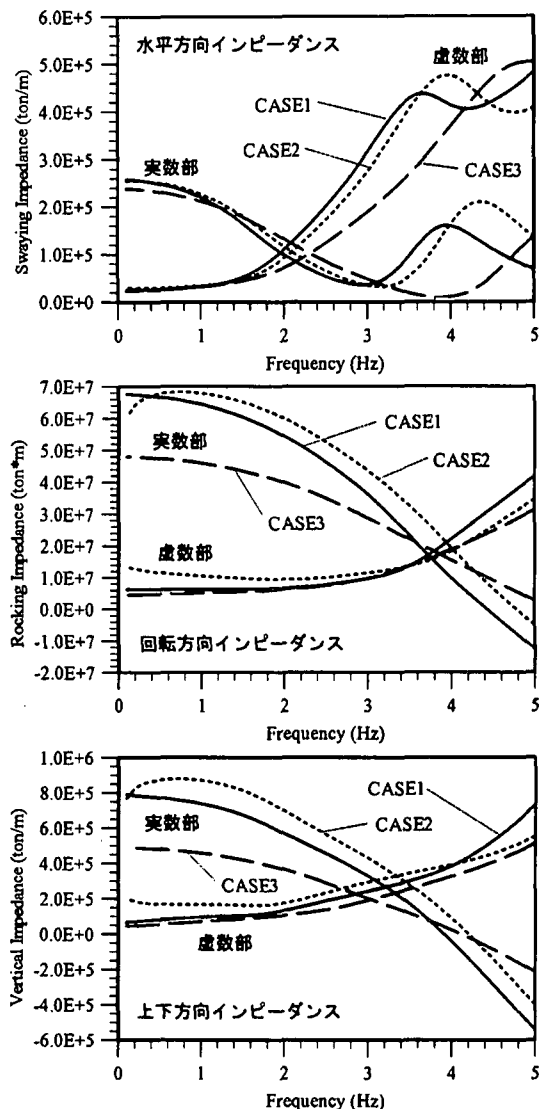


図2 地表面基礎のインピーダンス

の結果とを比較してその妥当性を確かめるとともに、飽和多孔質成層地盤における地表面基礎のインピーダンスを算定し、間隙水の存在および透水係数が基礎の動特性に及ぼす影響について考察した。

参考文献

- 1) M. R. Halpern and P. Christiano : Response of Poroelastic Half-space to Steady-state Harmonic Surface Traction, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. Vol.10, pp.609-632, 1986
- 2) 高谷富也, 北村泰寿 : 半無限多孔質飽和弾性体内部の鉛直点加振力による変位解, 土木学会論文集, 第 404 号 / I-11, pp.297-303, 1989
- 3) S. Bougacha, J. L. Tassoulas and J. M. Roesset : Analysis of Foundations on Fluid-filled Poroelastic Stratum, J. Eng. mech. ASCE Vol.119, pp.1632-1648, 1993
- 4) Biot, M. A. : Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid, I. Low-Frequency Range, J. of Acous. Soc. of Am. Vol.28, No.2, 1956, pp.168-178