

# 剛体基礎と多層地盤との簡便な動的相互作用解析

三神 厚<sup>1</sup>・小長井一男<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 東京大学生産技術研究所 助手 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 東京大学生産技術研究所 教授 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)

基礎と地盤の動的相互作用解析においては基礎周辺の地盤構造を考慮することは重要であるが、それに伴い解析は非常に煩雑になる。本研究では、剛基盤上で多層を構成する表層地盤中に埋設された剛体円筒基礎のロッキングに対する基礎側方地盤の複素剛性を評価するにあたり、地盤の上下動無視の仮定のもと、地盤深さ方向には地盤剛性への寄与が大きい第1次の固有振動モードを仮定し、モデルの簡便化を図っている。このとき、表層地盤は離散化されたせん断ばねとその上に載る2次元平面で表現されるが、この平面に対して平面応力状態を仮定することにより地表面での応力解放の影響を擬似的に考慮している。本簡便化モデルによって得られた地盤剛性の解析結果は、厳密な解と工学的に十分な精度で一致することが確認された。

**KeyWords:** Dynamic soil-structure interaction, simplified model, layered medium, rigid foundation, surface layer, fundamental vibration mode, plane-stress condition

## 1. はじめに

橋梁構造物などの地震被害の程度は、構造物を支える基礎が埋設されている地点の地盤構造の影響を強く受ける。このため、構造物と地盤との動的相互作用を検討するにあたっては、基礎周辺の3次元的な地形・地質条件を考慮する必要がある。ケーソン基礎のような大規模な基礎構造物は軟質な表層地盤下の基盤に底面を置いて設置されることが多いが、基盤上の表層地盤は一般に、強度や物性の異なる層が不規則に幾重にも積み重なって不整形な多層構造を構成している。したがって、基礎側方地盤の地盤剛性を的確に評価するには、不整形な表層地盤の多層構造の影響を解析に取り込む必要がある。

基礎と不整形多層地盤との動的相互作用を考慮した解析方法としては、有限要素法などの離散的な手法が代表的である。有限要素法は非常に汎用性の高い方法であり、解析領域内すべての場所での地盤データが与えられればかなり精度の高い解が期待できる。しかし、解析にあたっては離散化されたそれぞれの要素に対する膨大な入力データを必要とするため、多大な費用や手間がかることになる。

一方、薄層要素法<sup>1)</sup>のように、水平多層地盤を準解析的に取り扱ったものもある。この方法は剛基盤上の水平

成層地盤中に円筒基礎が埋設されている時に、成層地盤と基礎を水平方向に薄層に分割して、薄層要素内は厳密な変位関数で表現し、上下方向は有限要素法を適用したもので厳密な解を与える。しかし数学的に複雑であることから解析条件を理想化して定式化を行うことが必要であり、地盤の不整形構造は取り扱うことができない。

したがって、解析が容易で所要の精度を有し、かつ複雑な解析条件にも対応可能な解析方法の構築が肝要である。また、地盤や入力地震動そのものに含まれる不確定性に見合った精度を有する方法を用いることが合理的であるといえる。著者らはこれまで不整形あるいは多層構造を有する表層地盤と剛体基礎との動的相互作用について検討してきたが、ここでは剛基盤上の水平成層地盤中に埋設されている剛体基礎がロッキングする場合に絞って、基礎側方地盤の複素剛性を評価するための簡便な方法、およびその解析結果と厳密な解との比較・検討結果を紹介する。

## 2. 解析モデルの簡便化と擬似3次元地盤モデル

### (1) モデル簡便化の手順

田治見<sup>2)</sup>は軟弱表層地盤中に埋設された剛体基礎のロッキングに対する側方地盤の複素剛性を求めるにあた

って、地盤の上下動無視の仮定のもと、深さ方向の振動モードを三角級数で表現し、式(1)で示される基礎と地盤の変位の連続条件を満足させるよう未定係数を決定することで地盤の剛性を厳密に評価した。

$$\frac{z}{H} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n \quad (1)$$

$$\psi_n = \sin \frac{\pi z}{2H} (2n-1) \quad (2)$$

ただし、 $a_n$ ：第  $n$  次振動モードの寄与率( $n = 1, 2, 3, \dots$ )、  
 $z$ ：基盤からの距離、 $H$ ：表層厚さ

ここで、この方法を用いて円筒剛体基礎のロッキングに関する地盤の複素剛性に対する表層地盤の第1次振動モードの寄与について検討してみる。図-1は考慮した地盤深さ方向の振動モードの重ねあわせ次数をパラメータにとって地盤剛性を示したものである。縦軸には複素剛性（基礎底面の回転軸まわりの地盤反力モーメント）、横軸には基礎の加振振動数が、それぞれ無次元化され表示されている。

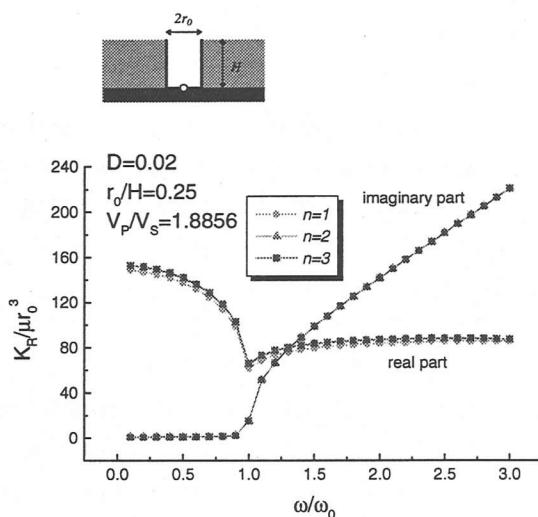


図-1 地盤の複素剛性に及ぼす振動モードの影響

図-1を見ると、地盤の複素剛性に対しては、基礎のロッキングによる三角形状の強制変位をフーリエ級数で表現したときの第1項、すなわち第1次の地盤振動モードの寄与が支配的であることがわかる。この理由は、第2次以上の振動モードでは深さ方向に沿って正負の地盤反力成分が交互に現れるため、基礎底面に関する地盤反力モーメントへの寄与が小さいからである。したがって、第2次以降の高次の項を無視し、表層地盤の第1次固有振動モードの寄与のみ考慮して、地盤モデルの簡便化を図ることは合理的である。

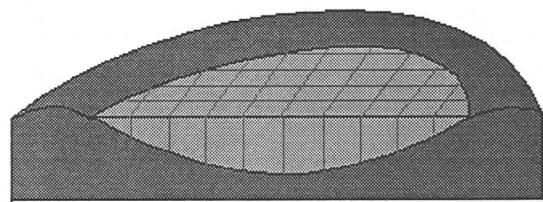
表層地盤が多層からなる場合にこの手法を適用するには、多層地盤から取り出したせん断土柱の第1次の固有振動モード  $\psi_1$  を求め、さらに振動モード間の直交性を利用して第1次モードの寄与率  $a_1$  を以下のように求める。

$$a_1 = \frac{\int_0^H \rho(z) \psi_1 f(z) dz}{\int_0^H \rho(z) \psi_1^2 dz} \quad (3)$$

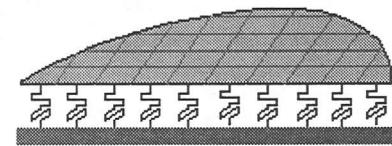
ここで、 $\rho(z)$ ：弾性地盤密度、 $\psi_1(z)$ ：第1次振動モード、 $f(z) = z / H$

## (2) 擬似3次元地盤モデル

表層地盤の深さ方向に沿った振動モードのうち、第1次の固有振動モードに限定して地盤をモデル化することは、結果的に田村ら<sup>3)</sup>によって提案された擬似3次元地盤モデルの概念と一致する。このモデルでは、まず表層地盤を上下動無視の仮定のもと、いくつもの土の柱に分割する。分割されたそれぞれの土柱に対して特定の振動モードを仮定すると、それらは離散化されたせん断ばね質点系に置き換えられる。さらに土柱間の相互作用を考慮するために、それらの質点を2次元の有限要素網で連結する(図-2)。



(a) 不整形基盤上の表層地盤



(b) 離散化されたせん断ばね上の2次元平面

図-2 擬似3次元地盤モデル

支配方程式は次のようにある。

$$(λ + 2μ)^* \frac{\partial(\Delta e^{iωt})}{\partial r} - 2μ^* \frac{\partial(\Omega_z e^{iωt})}{\partial θ} = ρ^* \frac{\partial^2(u_r e^{iωt})}{\partial t^2} + k^*(u_r e^{iωt})$$

$$(λ + 2μ)^* \frac{1}{r} \frac{\partial(\Delta e^{iωt})}{\partial θ} + 2μ^* \frac{\partial(\Omega_z e^{iωt})}{\partial r} = ρ^* \frac{\partial^2(u_θ e^{iωt})}{\partial t^2} + k^*(u_θ e^{iωt}) \quad (4), (5)$$

ただし、

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \quad (6), (7)$$

$$\Omega_z = \frac{1}{2r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (ru_\theta) - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right]$$

ここで、 $\lambda^*, \mu^*$  : Laméの定数、 $\rho^*$  : 弹性地盤密度、 $k^*$  : 離散化されたせん断ばね定数、 $\omega$  : 加振振動数、 $(u_r, u_\theta)$  :  $(r, \theta)$  それぞれの方向の変位

解析に用いられる諸々のパラメーターの値は、表層地盤の1次の固有振動モード  $\psi_1(z)$  とその寄与率  $a_1$  を用いて以下のように表される。

$$(\lambda + 2\mu)^* = a_1^2 \int_0^H (\lambda + 2\mu) \psi_1^2 dz \quad (8)$$

$$\mu^* = a_1^2 \int_0^H \mu \psi_1^2 dz \quad (9)$$

$$\rho^* = a_1^2 \int_0^H \rho \psi_1^2 dz \quad (10)$$

$$k^* = a_1^2 \int_0^H \mu (1 + iD) \left( \frac{d\psi_1}{dz} \right)^2 dz \quad (11)$$

ただし、 $D$  は材料減衰を表す。

### (3) 上下動の擬似的考慮

表層地盤のモデル化にあたっては、上下動が水平動に比べ小さいものとして無視されているため、地表面での応力解放の影響が考慮されず、特に地盤のポアソン比が 0.5 に近いような軟質地盤を対象とする場合には、地盤剛性を過大評価することになる。このため、何らかの方法で地表面での応力の解放を考慮し、擬似的に上下動の効果を取り込む必要がある。ここでは地表面での応力の解放の影響が表層地盤全体に及ぶものとして、

$$\sigma_{zz} = \tau_{rz} = \tau_{\theta z} = 0 \quad (12)$$

と仮定する。従来のいくつかの解析で仮定されていたように、単に地盤の上下動を無視することは離散化されたせん断ばね上の2次元平面に対して平面ひずみ状態を仮定することに相当するが、(12)式を仮定することは2次元平面を平面応力状態と仮定することになる。したが

って、この平面に対し、以下のラメの定数  $\lambda^{**}$  を用いることになる。

$$\lambda^{**} = \frac{2\lambda^* \mu^*}{\lambda^* + 2\mu^*} \quad (13)$$

Gazetas ら<sup>4)</sup>は表層地盤内を伝播する疎密波とせん断波の比をこの速度比を次のようにおくことを提案しているが、これは擬似3次元モデルで平面応力状態の仮定を採用することに相当する

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{2}{1-\nu}} \quad (14)$$

この時には、ポアソン比が 0.5 に近づいても速度比は 2 に収束する。

### 3. 解析結果

最も簡単な例として、基盤上の表層地盤が 2 層からなる場合の側方地盤剛性の加振周波数による変化を、薄層要素法によって求められた厳密な解とともに図-3に示す。 $\omega = 0$ において複素剛性の実部が 15%ほど過小評価されているが、両者は概ね一致している。

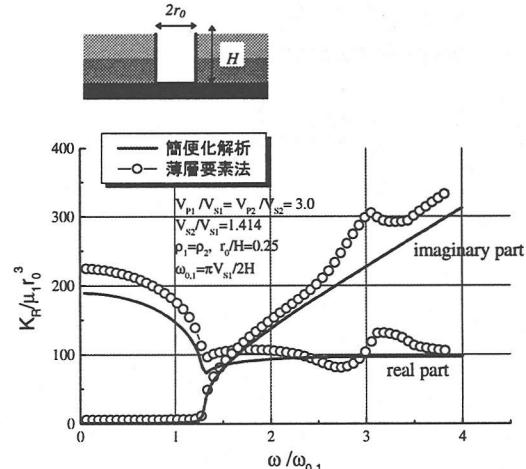


図-3 基盤上の 2 層地盤の複素剛性

次に、せん断波速度が剛基盤上の表層地盤内で深くなるにつれて漸増していく多層地盤を例として考え(図-4)，その地盤の静的剛性について薄層要素法による厳密解との比較・検討を行う。なお、ここでせん断波速度の変化は直線的であると仮定する。

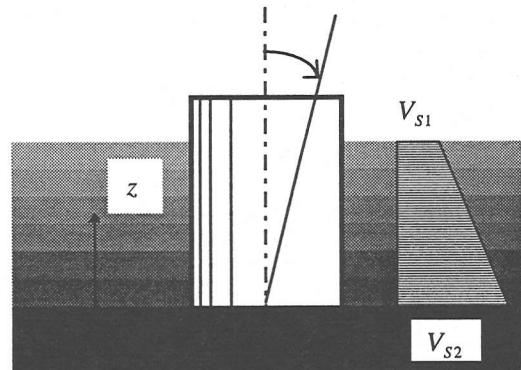


図-4 表層地盤内のせん断波速度の変化

図-5(a)-(c)は、横軸に  $V_{S2}/V_{S1}$  の値をとり、これを 0.5 から 3 まで変化させたときの基礎側方地盤の静的な地盤剛性の値について、薄層要素法によって得られた厳密な解と比較したものである。パラメーターとして基礎半径と基礎根入れ深さの比  $r_0/H$  をとり、 $r_0/H = 0.20, 0.25, 0.33$  の 3 種類を考慮した。これらいずれの場合でも、 $V_{S2}/V_{S1} = 1.5$  付近で簡便化解析による解と厳密解とで一致している。また  $r_0/H$  の値が大きくなるほど厳密解と良い一致が見られる。実地盤では横軸の値  $V_{S2}/V_{S1}$  は 1.0 以上になることが多いが、この範囲では、本簡便化モデルによる解析結果は、厳密解とほぼ一致するか、あるいは地盤剛性を若干過大評価する傾向にある。

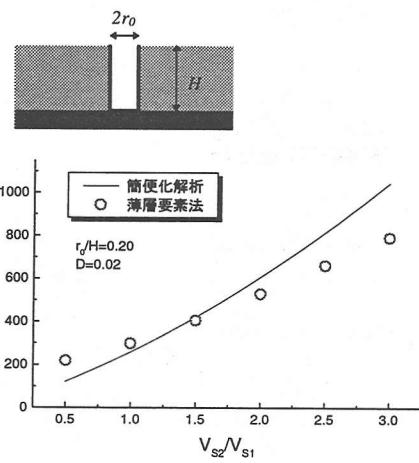


図-5(a) 地盤の静的剛性

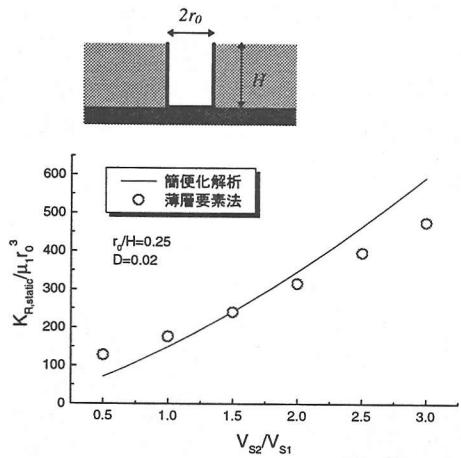


図-5(b) 地盤の静的剛性

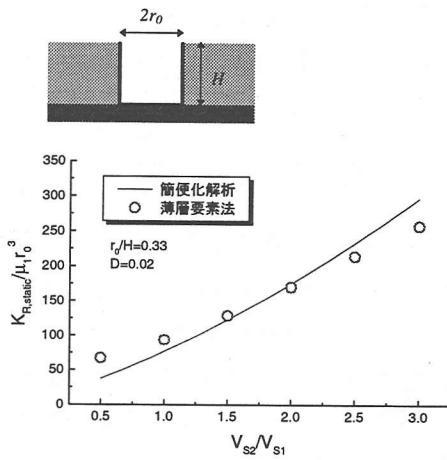


図-5(c) 地盤の静的剛性

#### 4. 結論

剛基盤上の多層地盤中に埋設された剛体円筒基礎のロッキングに対する基礎側方地盤の複素剛性を評価するにあたり、地盤の上下動無視の仮定のもと、深さ方向の振動モードを特定する簡便化モデル(離散化されたせん断ばね上に載る 2 次元平面)を適用した。まず、基礎側方地盤の複素剛性に対する各振動モードの影響について検討したところ、第 1 次の固有振動モードの影響が大きく、それ以降の高次モードの影響は小さいことがわかった。これは 2 次以降の振動モードでは、深さ方向に正負の反力成分が交互に現れるため、ロッキング軸に関する反力のモーメントを考えるとそれらのほとんどがキャンセルされるためである。したがって、第 2 次以降の振動モードが地盤剛性に及ぼす影響を無視し、1 次モードの寄与のみを考慮することが可能である。また、単に上下動を無視するのではなく、地表面での応力解放の影響を考慮して、簡便化モデルの 2 次元平面に平面応力状態を仮定した。本簡便化モデルによって求められた地盤剛性と厳密解とを比較した結果、両者は概ね一致することが確認された。

#### 参考文献

- 田治見、下村：“3 次元薄層要素法による建物一地盤系の動的解析”，日本建築学会論文報告集，No.243, pp.41-51, 1976.
- H.Tajimi: "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum", Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng., Vol.3, 1969.
- C.Tamura and T.Suzuki: "A Quasi-Three-Dimensional Ground Model for Earthquake Response Analysis of Underground Structures -Construction of Ground Model-", "SEISAN KENKYU" (Monthly Jour., Inst., Industrial Science, Univ. of Tokyo), Vol.39, No.1, pp.37-40, 1987.
- G.Gazetas and R.Dobry: "Simple Radiation Damping Model for Piles and Footings", Jour. of Engineering Mechanics, Vol.110, No.6, pp.937-956, 1984.