

# ロバスト制御理論による二棟連結構造物の アクティブ制震に関する研究

沢木 夕紀彦<sup>1</sup>・家村 浩和<sup>2</sup>・五十嵐 晃<sup>3</sup><sup>1</sup>正会員 工(修) 名古屋市(〒460 名古屋市中区三の丸三丁目1-1)<sup>2</sup>フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木システム工学専攻(〒606-01 京都市左京区吉田本町)<sup>3</sup>正会員 Ph.D. 京都大学助教授 工学研究科土木システム工学専攻(〒606-01 京都市左京区吉田本町)

隣接する橋桁構造系や隣接建物系を制震する手法として、両者をジョイントダンパーで連結し、一体的に制御する方法が提案されている。本研究では5層と3層の隣接構造物の応答低減効果を得る手法として、LQ理論及びH<sup>∞</sup>理論により制御器を設計し、シミュレーションを行った。特に制御における時間遅れの問題を取り上げ、数値モデルに対する検討を行った。その結果、H<sup>∞</sup>制御においてはLQ制御に比べてはるかにロバスト安定性が得られ、ジョイントダンパーへの適用において優れていることが示された。

**Key Words :** Active control, Adjacent structures, Robust control, H<sup>∞</sup>

## 1. 概説

近年の構造物の巨大化と長大化、また阪神淡路大震災による甚大な被害の経験などから、制震技術に対する要求および期待される能力は必然的に大きなものとなっている。これらの技術の中で、隣接した構造物間にダンパーを装填して一体的に制御するジョイントダンパーと呼ばれる方式が提案されている。またインテリジェント制震機構の実大構造物実験のプロジェクトが日本学術振興会支援事業として、実大5層鉄骨フレームと3層鉄骨フレームを同時に制御する検証実験が計画されている。そこで本研究では、5層と3層の隣接構造物間に設置したアクチュエータを制御することにより、応答低減効果を得る手法を検討した。この方法は一棟の構造物のみを制御する場合と比べて困難になる可能性があると考えられるが、AMDやTMDでは実現できなかった反応の速い制御をしうると考えられる。本論文では、実験を予定している油圧式のアクチュエータの制御における時間遅れの問題を特に取り上げ、実験対象構造物の数値モデルに対する震動制御について検討を行った結果について報告する。

## 2. 制御対象モデル

制御対象モデルの概要を図-1に示す。5層構造物は京都大学防災研究所内に既設であり、今回新たに隣接するように3層構造物を建設し、アクチュエータを両構造物の3階部分を連結するように設置することにより実験システムを構築する。5層鉄骨フレームに関して、

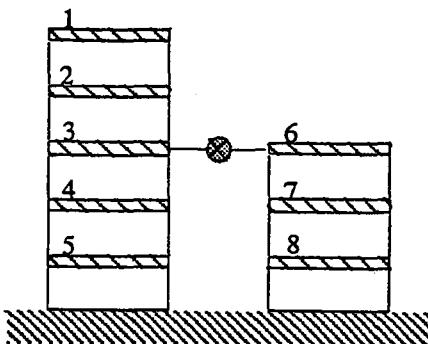


図-1 制御対象モデルと質点系における節点番号

自由振動実験の結果から得られた各次の振動数ならびに、質量マトリックスを用いて解析した剛性の同定結果が得られている。3層構造物のパラメータは5層構造物のパラメータを元にして暫定的に決定した。以下に5層、3層それぞれの固有振動数(rad/sec)を示す。

5層 : 11.21 35.25 61.02 90.47 117.19

3層 : 16.92 55.85 95.01

制御対象構造物はアクチュエータにより連結されることで、8自由度を持つ全体系として解析されることになる。このシステムは状態変数を $\dot{x}(t)$ 、入力(制御力)を $u(t)$ 、出力ベクトルを $y(t)$ とすると、以下の状態方程式、出力方程式によって示される。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

但し変位ベクトルを $\eta$ とすれば $x = (\eta, \dot{\eta})^T$ である。また $A, B$ は次のようなものである。但し $M$ は質量マトリックス、 $K$ は剛性マトリックス、 $C_d$ は粘性マトリックス

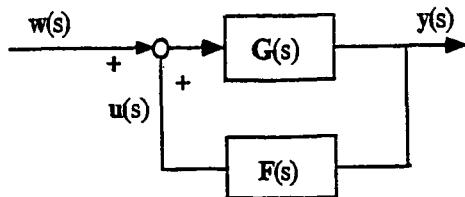


図-2 振動系のフィードバック制御

である。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_d \end{pmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

式-2の $\mathbf{C}$ は(1,1)成分と(6,2)成分のみが1で他の要素は0であるような $2 \times 12$ のマトリックスである。 $\mathbf{F}$ は制御の形式に対応した行列で $\mathbf{F} = (0, 0, 1, 0, 0, -1, 0, 0)^T$ である。このとき入力から出力への伝達関数 $G(s)$ は $\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ となる。ここに $s$ はラプラス変換変数である。

### 3. $H^\infty$ 理論による制御器の設計

制御器の設計法として $H^\infty$ 理論を用いた<sup>1)</sup>。この理論はモデルに不確かさが存在しても閉ループ系が安定となるロバスト安定条件と、モデルに対して外生信号から制御量までの $H^\infty$ ノルムがある値以下に抑えるノミナル性能（制震性能）条件のトレードオフで設計される。数値シミュレーションでは節点1、節点6のみに変位観測器を仮定し、その値のみをフィードバックして制御力を決定している。振動系（伝達関数 $G(s)$ ）に、フィードバック制御系（伝達関数 $F(s)$ ）を付加し外乱 $w(t)$ が入力した場合を考える。その時の全体系のブロック線図を図-2に示す。このとき $u(s) = F(s)y(s)$ の関係より、外乱から出力までの伝達関数は $T(s) = [I - G(s)F(s)]^{-1}$ となる。このとき制震性能に対する要求は $H^\infty$ ノルムを用いて以下のように示される。

$$\|T(s)W(s)\|_\infty < \gamma \quad (3)$$

$W(s)$ は重み関数である。ロバスト安定性に関しては、伝達関数に加法的不確かさと乗法的不確かさが考えられることから、 $F(s)$ の満たすべき条件はSmall Gain定理より次のように表される<sup>2)</sup>。

$$\|W_A(s)F(s)[I - G(s)F(s)]^{-1}\|_\infty < 1 \quad (4)$$

$$\|W_M(s)G(s)F(s)[I - G(s)F(s)]^{-1}\|_\infty < 1 \quad (5)$$

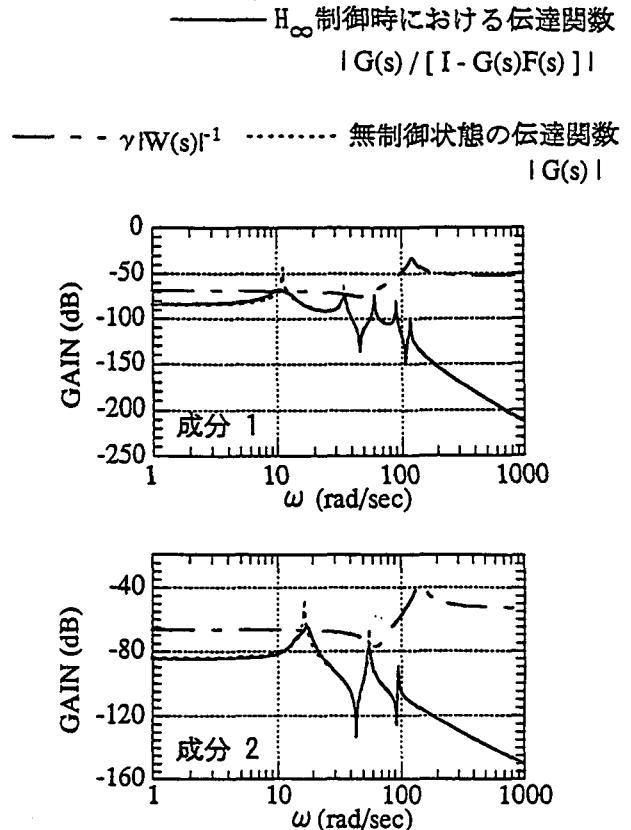


図-3 制震性能に関するボード線図

但し、 $W_A$ は加法的不確かさに対する重み関数、 $W_M$ は乗法的不確かさに対する重み関数である。式-3から式-5の重みは本来全て独立であるが、問題を簡単にするために制約を加え、全ての重みが関数 $W(s)$ のみを用いて表現できるような制御器を設計するものとする（ループ整形法<sup>2)</sup>）。この手法では制御に対する要求は以下の $2 \times 2$ の伝達関数の $H^\infty$ ノルムを設計パラメータよりも小さくするという問題になる。 $H^\infty$ ノルムによる評価関数は次の様なものである。ここで $\gamma$ は2.2である。

$$\left\| \begin{bmatrix} I \\ W(s)^{-1}F(s) \end{bmatrix} (I - G(s)F(s))^{-1} \right\|_\infty < \gamma \quad (6)$$

$$\left[ \begin{bmatrix} I & F(s)W(s) \end{bmatrix} \right]_\infty < \gamma \quad (7)$$

この式の左辺の伝達関数マトリックスで(1,1)成分は感度関数、(1,2)成分は制震性能、(2,1)成分は加法的不確かさに関するロバスト安定性、(2,2)成分は乗法的不確かさに関するロバスト安定性を示す。2箇所の計測に対応する重み関数として以下のようなものを用いた。

$$W(s) = \begin{pmatrix} 1000[s^2 + 10s + 15000] \\ & / [s^2 + 20s + 2500] \\ 1000[s^2 + 10s + 20000] \\ & / [s^2 + 15s + 4300] \end{pmatrix} \quad (8)$$

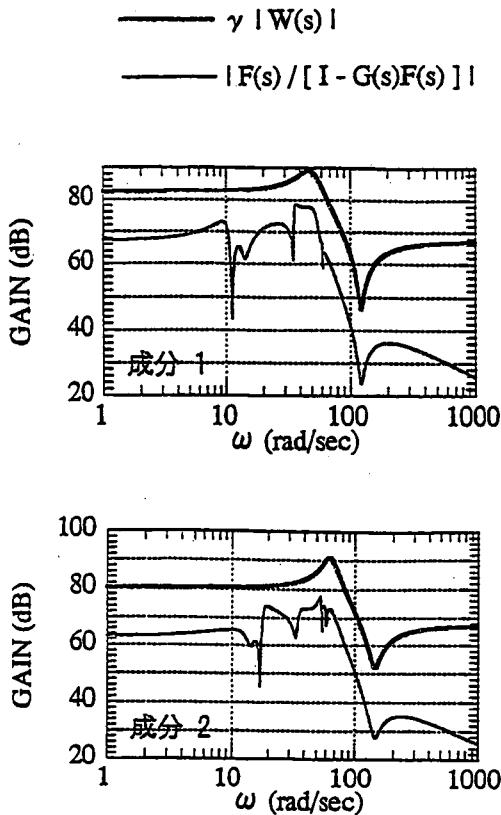


図-4 ロバスト安定性に関するボード線図

制震性能条件に関するボード線図を図-3に、加法的不確かさに対するロバスト安定性に関するボード線図を図-4に示す。成分1が節点1の変位に対するものであり、成分2が節点6の変位に対するものである。重みを示す関数を併せて示した。5層、3層構造物それぞれに対して主要な1,2次モードを制御することを制震性能に対する要求とし、3次モード以上はロバスト安定になるように重み関数を調節している。図-3はこのようにして求められた制御系  $F(s)$ について、制震性能が問題となる低次モード帯域において  $|G(s)| / |I - G(s)F(s)| < \gamma |W(s)|^{-1}$  という条件が満たされていることを示している。また、図-4ではロバスト安定性が問題となる高次モード帯域において  $|F(s)| / |I - G(s)F(s)| < \gamma |W(s)|$  となっていることが分かる。

#### 4. 制御シミュレーションの結果

シミュレーションにおける入力地震波として El Centro-NS 波 [図-5] の最大値が 50 gal になるようにスケーリングしたものを用いている。本研究では同一条件における LQ 制御の結果も併せて示す。LQ 制御の場合は、全状態をフィードバックするものと仮定して

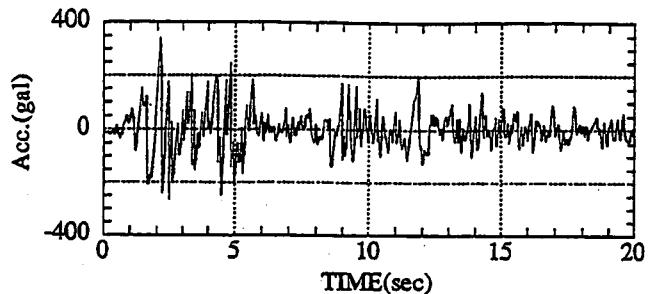


図-5 El Centro - NS(1940)

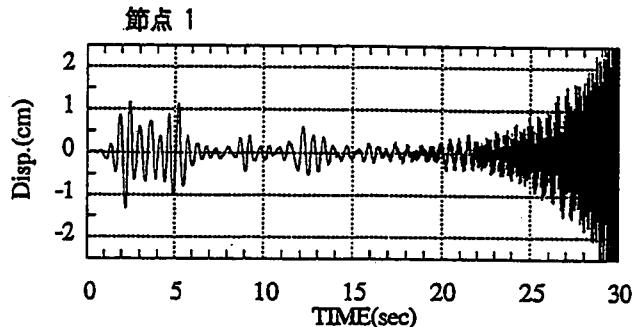


図-6 LQ 制御における変位応答（制御遅れ 0.02 秒）

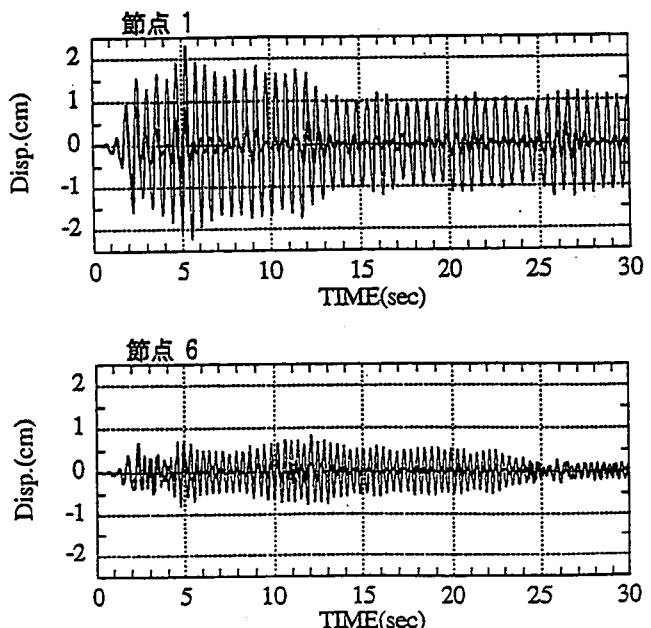


図-7  $H_{\infty}$  制御による変位応答（制御遅れ 0.04 秒） 細線：無制御時 太線：制御時

いる。制震効果がおおよそ同等となるような重みに基づいて LQ 制御を行った場合、この方法によれば  $H_{\infty}$  制御とほぼ同等な結果が得られることが確認できた。しかし、ここで油圧式アクチュエータ系の動特性の影響を無視することができない。ここでは油圧式アクチュエータ系の動特性の影響を、制御力の位相遅れによりモデル化して数値シミュレーションを行い、これらの

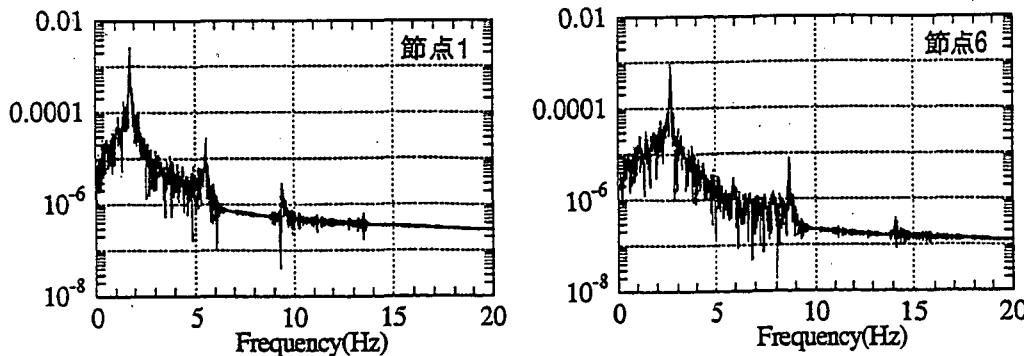


図-8 無制御時の変位応答のフーリエスペクトル

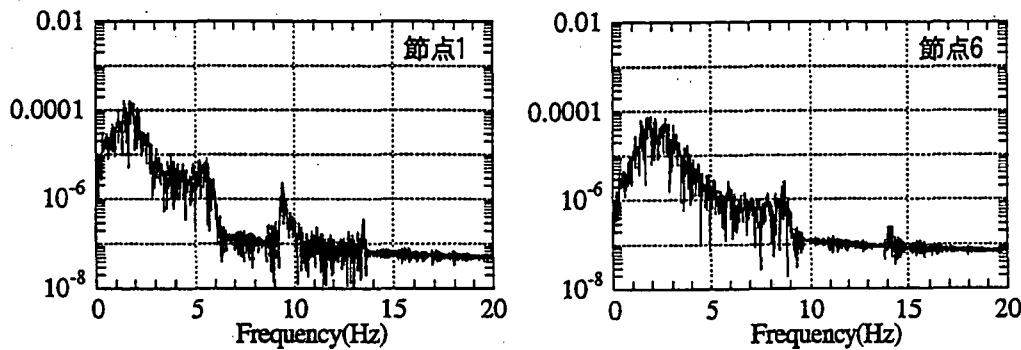


図-9  $H_{\infty}$ 制御の変位応答のフーリエスペクトル

制御系の応答を調べた。応答解析においては 0.01 秒を 1 ステップとして計算を行っている。LQ 制御では 0.01 秒の時間遅れまでは良好な制御結果が得られるが、0.02 秒の遅れでは解が発散する（図-6 参照）。即ちシステムが不安定となる。しかし  $H_{\infty}$  制御の場合 0.04 秒の時間遅れを仮定した場合でも極めて安定である（図-7 参照）。これは  $H_{\infty}$  制御が制御器に対してロバスト性能を発揮することを示している。また  $H_{\infty}$  制御による時刻歴応答のフーリエスペクトルを無制御の場合（図-8）と比較して図-9 に示す。制御器の設計の段階で積極的に低減しようとした周波数領域においてスペクトル値の低減が明確に示されている。

- $H_{\infty}$  制御により震動制御の数値シミュレーションを行った結果、設計において積極的に低減効果を得ることを意図した周波数領域において、十分な制震効果が得られた。
- 油圧式アクチュエーター系の道徳性の影響を、制御力の位相遅れによりモデル化して数値シミュレーションを行った結果、LQ 制御においては 0.02 秒の遅れで変位応答が発散する結果が得られた。これに対し  $H_{\infty}$  制御においては 0.04 秒の遅れを仮定しても安定な応答結果が得られた。よって、 $H_{\infty}$  制御により、ロバスト性能が高く、実用性の高い連結構造物の震動制御システムを構成することができるものと考えられる。

## 5. 結論

- 本研究では 5 層と 3 層の隣接構造物間に設置したアクチュエーターを制御することにより構造物の応答低減効果を得る手法を検討した。
- 実際の制震システムにおいて重要なロバスト性に優れた  $H_{\infty}$  理論を適用した制御系設計法を用いた。

## 参考文献

- 1) 吉川恒夫・井村順一：現代制御論，昭晃堂，1994.
- 2) 川谷亮治： $H_{\infty}$  制御理論に基づく柔軟構造物のロバスト制振制御，土木学会論文集，No. 465/I-23, pp.1 - 12, 1993.
- 3) 山口宏樹・野田茂・丸山収・藤野陽三・玉木利裕：構造物のアクティブ振動制御入門 - LQ 最適制御から  $H_{\infty}$  最適制御へ -，第 2 回振動制御コロキウム，PART A, 1993.
- 4) Kazuo Seto : Innovative Structural Control Systems for Strong Earthquakes, Joint US-Japan Workshop, pp.1 - 9, 1996.