

# 不整形地盤におけるSH入射波と増幅率

茂木秀則<sup>1</sup>・川上英二<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 修(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保255)

<sup>2</sup>正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保255)

崖地や埋没谷などの不整形性の強い地盤やその周囲では、この不整形構造に起因した増幅現象が生じることが多く指摘されており、従来の平行成層地盤における重複反射理論に加え不整形地盤を対象とした増幅率・入射波の推定手法も検討する必要がある。この観点から、二次元SH波動場における境界要素法を用いて、不整形地盤における増幅率と入射波の推定手法について検討した。

**Key Words :** irregular topography, amplification factor, incident wave

## 1. はじめに

平行成層地盤における重複反射理論は観測記録の解析や被害予測などに広く用いられている。これは、二・三次元的な地盤情報が少ないことや解析手法の簡便さなどの理由とともに、通常、地震動がほぼ鉛直に入射すると考えてよいこと、これに伴って直下の地盤構造の影響を強く受けるため合理的な手法であると考えられるからであろう。しかしながら、崖地や埋没谷などの近傍の場合、この不整形構造に起因して重複反射理論では説明できない増幅現象が生じることが指摘されており、不整形地盤を対象とした増幅率・入射波の推定手法も検討する必要がある。このため本研究では、予備的な検討として二次元SH波動場における境界要素法を用いて不整形地盤における増幅率と入射波の推定手法について検討した。

## 2. 境界要素法<sup>1)</sup>

図-1 に示すような  $J$  個の完全弾性体からなる不整形地盤における二次元SH波動場を考える。このとき振動数領域での方程式として、次式のヘルムホルツ方程式が得られる。

$$\{\nabla^2 + k_{\beta_j}^2\} u_j(x, z; \omega) = 0, j = 1, 2, \dots, J \quad (1)$$

上式の  $u_j$  は第  $j$  媒質での変位、 $k_{\beta_j}$  はS波の波数  $k_{\beta_j} = \omega / \beta_j$ 、また、 $\beta_j$  はS波速度である。

式(1)に境界要素法を適用すれば、それぞれの領域に対して振動数ごとの連立一次方程式が得られる。

$$\begin{aligned} H_1 \begin{Bmatrix} u_1^F \\ u_1^I \end{Bmatrix} - G_1 \begin{Bmatrix} 0 \\ T_1 \end{Bmatrix} &= v \\ H_j \begin{Bmatrix} u_j^F \\ u_j^I \end{Bmatrix} - G_j \begin{Bmatrix} 0 \\ T_j \end{Bmatrix} &= 0 \\ j &= 2, 3, \dots, J \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $H_j$ 、 $G_j$  は境界要素積分から生じる行列である。また、 $u_j^F$ 、 $u_j^I$  はそれぞれ第  $j$  媒質の自由表面節点( $F$  で表わす)、二媒質間の境界節点( $I$ )での変位をまとめたベクトル、 $T_j$  は二媒質間の境界における応力をまとめたベクトルである。 $v$  は入射波動による節点変位をまとめたベクトルで、ここでは媒質1の境界に入射することを前提としている。

媒質間の境界節点の変位と応力の連続条件

$$u_j^I = u_{j+1}^I, T_j = -T_{j+1} \quad (3)$$

を用いて式(2)を連立させ、 $u_j^F$ 、 $u_j^I$  と  $T_j$  をまとめたベクトルをそれぞれ  $U$ 、 $T$ 、また、 $H_j$ 、 $G_j$  をまとめた行列を  $A$  とおくと次式を得る。

$$A \begin{Bmatrix} U \\ T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

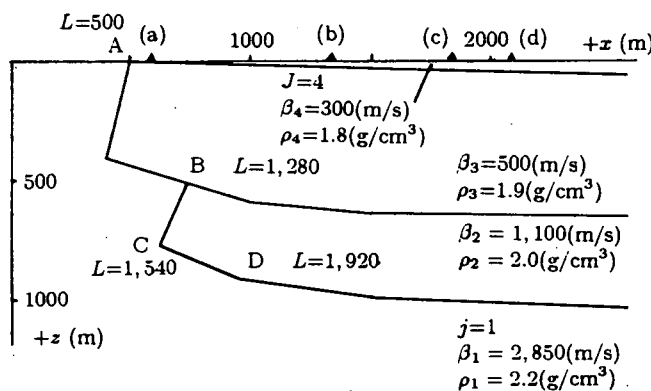


図-1 座標系と2次元地盤モデル(増幅率の計算で用いた東灘区付近の地盤モデル<sup>2)</sup>)

### 3. 不整形地盤における増幅率

入射波を与えて各節点の変位を求める場合、式(4)を連立方程式として解くのが普通であるが、本研究では地表面の数点の振動特性や観測波形から入射波を推定することを目的としているため A の逆行列を求めた。さらに、地表面の着目する節点  $k$ , ( $k=1, \dots, K$ ) に関する方程式だけを取り出せば、振動数  $m$ , ( $m=1, \dots, M$ ) ごとの第  $k$  節点でのフーリエ成分  $U_k^m$ , ( $k=1, \dots, K$ ) に対して、次の  $K$  個の方程式が得られる。

$$U_k^m = \{p_{k1}^m, \dots, p_{kn}^m, \dots, p_{kN}^m\} \{v_1^m, \dots, v_n^m, \dots, v_N^m\}^T \\ \equiv P_k^m v^m \quad (5)$$

ここで、入射波動  $v^m = \{v_1^m, \dots, v_n^m, \dots, v_N^m\}^T$  は入射波動の加わるすべての節点 ( $N$  個) に関して番号を付けて構成した列ベクトルである。

ところで、 $P_k^m = \{p_{k1}^m, \dots, p_{kn}^m, \dots, p_{kN}^m\}$  は  $A^{-1}$  の観測点  $k$  に対する行の要素から、入射波  $v_n^m$  の掛かるものだけを抜き出した行ベクトルである。式(6)のように、要素  $p_{kn}^m$  をその要素長  $dL_n$  で正規化したものを  $\hat{p}_{kn}^m$  と置くと、節点  $n$  に入射した波動が節点  $k$  に及ぼす影響、すなわち不整形地盤における一般化された増幅率と考えることができる。

$$\hat{p}_{kn}^m = |p_{kn}^m| / dL_n \quad (6)$$

### 4. 数値計算例と考察

不整形地盤における増幅率の適用例として、入倉等による神戸市東灘区付近の地盤モデル<sup>2)</sup>を参考に図-1に示すモデルを用いて計算を行った。これは入倉等のモデルから最深層をS波速度2.85km/sとするなど、主に基盤岩側を簡略化したものである。

図-2は縦軸を振動数Hz、横軸を入射波の加わる境界に沿った距離  $L$ (m)として、各入射節点の振動数ごとの増幅率  $\hat{p}_{kn}^m$  を等値線で示したものである。各図での着目点は (a)  $x=600$ m, (b)  $x=1,350$ m, (c)  $x=1,850$ m, (d)  $x=2,100$ mの地表面であり、(a)~(c)はそれぞれ、入倉等の余震観測アレー<sup>2),3)</sup>のKOB, FKI, FKEにほぼ相当する。また、図中には、着目点の真下の節点の位置を三角形で示している。

図-2を見ると、ほぼ岩盤サイトとみなせる(a)(KOB)では、基盤岩と堆積層のコントラストの強い境界(図-1中の点A-B)からの寄与が大きく、その他の境界からの寄与はごく小さくなっている。さらに、この寄与の大きい部分も地表面に近い部分(点A)とほぼ直下の部分(点B)の二つに分けられる。点AやCでの等値線は縦に長く、振動数の影響をあまり受けていないことから、この部分の寄与は波線論からある程度説明できるものと考えられる。

これに対して(b), (c), (d)と、点Aから離れるにつれて着目点の直下の境界の寄与が大きくなる。この直下の寄与は、その等値線が横に長くなっていることから平行層の場合の寄与の仕方と考えられる。そして、(b), (c), (d)に対しても点A-B間からの寄与は依然大きく、この2つの境界からの寄与が重ね合わされて大きな地震動になる可能性があることがわかる。

ところで入倉等<sup>2),3)</sup>によれば、岩盤境界と直下から入射した波動の干渉によってFKIでの振幅が最も大きくなったとされるが、図-2を見ると堆積層上の3点(b)~(d)のうち、(b)での地震動が特別大きくなるであろうことは読みとれない。図-2で示した増幅率は入射節点同士の位相差の影響を無視したものであるから入射波間の干渉に関しては論じられない。

### 5. 観測波形から入射波を推定する試み

$K$  個の観測点で  $M$  個の振動数成分  $U_k^m$  が得られているとき、振動数ごとに式(5)をまとめれば、第  $m$  振動数に対して次式を得る。

$$U^m = P^m v^m \quad (7)$$

式(7)中の  $P^m$  は  $K \times N$  行列で、既知数は観測波の  $K$  個であるのに対して、未知数は各節点に入射する波動のそれぞれの振幅  $N$  個であり、未知数の方がはるかに多い( $K \ll N$ )。このため、一つの平面波で入射波が表されるものとし、入射角  $\theta$  と入射波の時間関数のフーリエ成分  $f_m$  ( $m$  は第  $m$  番目の振動数成分を表す)を未知数とする。

入射角  $\theta$  で入射する平面波による点  $n$  での入射波変位は、

$$v_n^m = f_m \exp(ikx_n + i\gamma z_n) \\ k = k_{\beta_1} \sin \theta, \gamma = k_{\beta_1} \cos \theta \quad (8)$$

と表される。ここで、 $x_n, z_n$  は入射波動の加わる節点の座標である。式(8)を式(7)に代入すると、一つの平面波で近似した時の観測点での変位  $\widetilde{U}^m$  は次式で表される。

$$\widetilde{U}^m = f_m P^m e^m(\theta) \\ e^m(\theta) = \{\exp(ikx_1 + i\gamma z_1), \dots, \exp(ikx_n + i\gamma z_n), \\ \dots, \exp(ikx_N + i\gamma z_N)\}^T \quad (9)$$

入射角  $\theta$  は  $\exp(\cdot)$  に含まれているので、線形演算では最適解が求められない。このため、複数の入射角に対してそれぞれ時間関数を最小二乗法で求め、次式で示される残差  $\varepsilon(\theta)$  が最も小さくなった入射角と時間関数の組み合わせを最適解とした。

$$\varepsilon(\theta) = \sum_{m=1}^M \varepsilon_m(\theta),$$

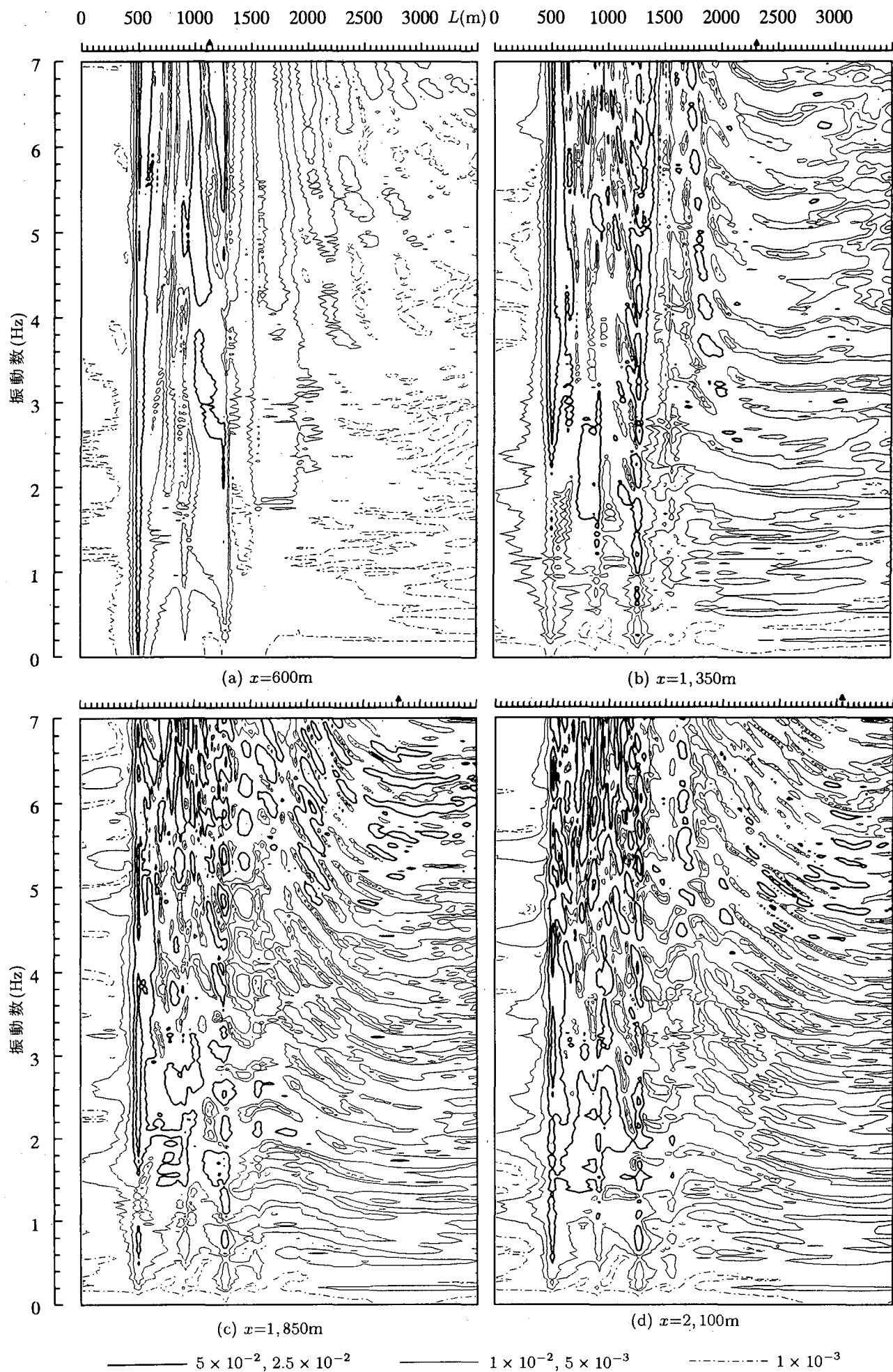


図-2 東灘区地盤モデルから得られる増幅率  $\hat{\rho}_{kn}^m$

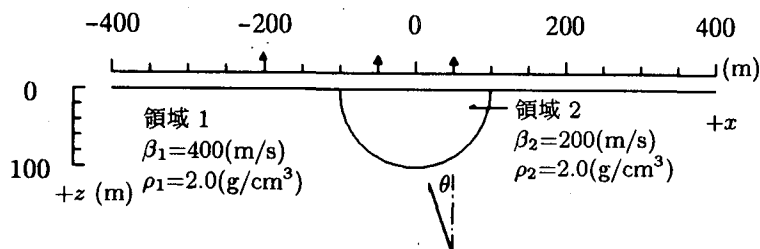


図-3 数値シミュレーションに用いた半円地盤モデル

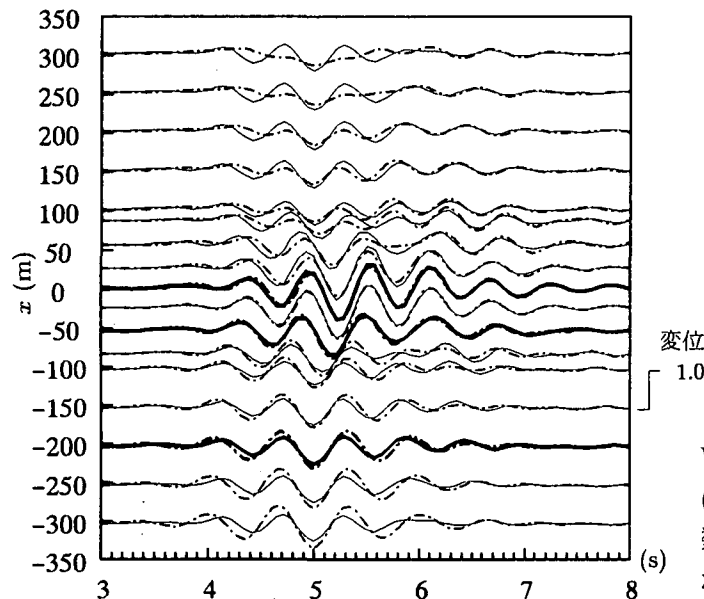


図-4 5つの Ricker Wavelet を与えて求めた変位(一点鎖線)と求めた変位から算定した入射波から推定した変位(実線)

表-1 入射波として用いた Ricker Wavelet の定数

$$F(\omega) = a \exp(-i\omega\tau) \left\{ -\frac{\omega^2}{2\pi^{5/2}f_c^3} \exp\left(\frac{-\omega^2}{4\pi^2f_c^2}\right) \right\}$$

| No. | 入射角<br>[度] | 振幅<br>$a$ | 特性振動数<br>$f_c$ [Hz] | 時間遅れ<br>$\tau$ [秒] |
|-----|------------|-----------|---------------------|--------------------|
| 1   | -20        | 0.0625    | 1.0                 | 4.0                |
| 2   | -10        | 0.25      | 1.0                 | 4.5                |
| 3   | 0          | 0.375     | 1.0                 | 5.0                |
| 4   | 10         | 0.25      | 1.0                 | 5.5                |
| 5   | 20         | 0.0625    | 1.0                 | 6.0                |

$$\begin{aligned} \varepsilon_m(\theta) &= \min_{f_m} \left| U^m - \widetilde{U}^m \right|^2 \\ &= \min_{f_m} \left| U^m - f_m P^m e^m(\theta) \right|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

## 6. 入射波動算定の数値シミュレーション

図-3に示すような半円形の堆積地盤を用いて数値計算を行った。まず、1つの平面波だけを想定して求めた波形を用いて上記の方法で入射波の推定を行い、厳密に推定できることを確認した。次に、5つの Ricker

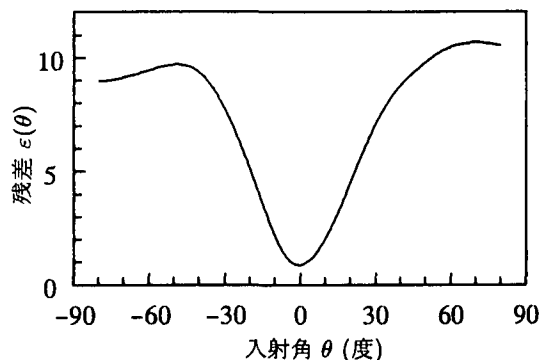


図-5 入射角ごとの残差  $\varepsilon(\theta)$

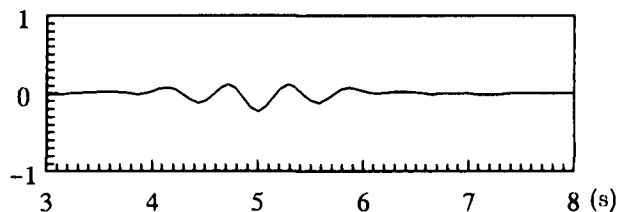


図-6 推定した入射角  $\theta = 0^\circ$  に対する時間関数

Wavelet の平面波を想定して自由表面の応答を求めた(図-4中の一点鎖線)。計算に用いた入射波に関する定数は表-1の通りである。この後、求めた地表面の応答から3節点分を観測波として取り出し入射波の推定を行った。応答波形を取り出した節点の座標は図-3に示す3点で、このうち2点が堆積盆地上の節点である(用いた変位波形は図-4の太線で示している)。

図-5は入射角  $\theta$  と残差  $\varepsilon(\theta)$  の関係を示したもので、最も強い入射波の入射角  $\theta=0^\circ$  が検出されている。また、図-6は入射角  $\theta=0^\circ$  に対して求められた入射波の時間関数の最適解である。これらの入射角と時間関数を与えて応答変位を再度求めた結果が図-4の実線である。入射角が  $0^\circ$  であるため、原点を中心として対称になっており、入射波の推定に使った節点から離れた点での波形は再現できていないものの、観測点に近い堆積盆地上の点ではもとの波形がよく再現されている。

## 参考文献

- 1) 田中正隆他: 境界要素法, 培風館, 1991.
- 2) 入倉孝次郎: 兵庫県南部地震の震源断層, 強震動と被害の特徴, 物理探査, 48巻, 6号, pp.463-489, 1995.
- 3) Pitarka, A., et al.: Basin Structure Effects in the Kobe Area Inferred from the Modeling of Ground Motions from Two Aftershocks of the January 17, 1995, Hyogo-ken Nanbu Earthquake, *J. Phys. Earth*, 44, pp.563-576, 1996.