

ディスロケーション・モデルによる 層状地盤内の波動伝播特性

竹宮 宏和¹ 合田 和哉²

¹正会員 工博 岡山大学教授 環境理工学部 環境デザイン工学科 (〒700 岡山県岡山市津島中3)

²正会員 工博 東洋建設(株) 土木設計部 (〒101 東京都千代田区神田錦町3-7-1)

本研究では、半無限多層地盤の時間領域グリーン関数を運動学的断層モデルに導入して地盤内の地震波の伝播解析を行った。グリーン関数は、薄層要素法による定式化を経て時間に関するラプラス変換、空間に関するフーリエ変換を用いて波数・時間領域の解析解を誘導し、時間変動する断層のすべり破壊に離散化合積から対処した。数値解析例として、兵庫県南部地震を例に断層周辺における層状地盤内の波動の伝播特性に関する検討を行った。

Key Words : dislocation, 3-dimensional analysis, multi-layered soil, thin layer approach, wave propagation, discrete wave number method.

1. はじめに

1994年のノースリッジ地震、1995年の兵庫県南部地震は、都市の直下に存在する活断層によって引き起こされたものである。このような、内陸型の地震動に対して、本研究では、地質の層状性に注目し、硬い地層内の断層破壊によって放出される地震波が上層の軟らかい地盤でどのように増幅・伝播していくかに解析の視点を置いた。

そこで半無限多層地盤の時間領域でのグリーン関数を用いて、運動学的断層モデルによる手法により地盤内の波動伝播解析を行った。その際、断層のせん断滑り破壊(ディスロケーション)理論の定式化において、地動の表現はグリーン関数とせん断滑り(その等価力)の時間的遷移性、空間的進行性との2重積分となるが、それらの独立性から前者に対してはラプラス変換を用いて波数-時間領域の解析解を誘導し、後者に対しては空間座標へ結び付けて離散化合積法から空間解を求めた。本手法は対象振動数領域を前以って調整でき、複雑な因果性のもとの断層破壊過程への適用性が高い。数値解析例として、兵庫県南部地震への適用を試みた。

2. ディスロケーション理論

(1) 波動場の解法

地層内の断層破壊によって発生する地震波の解析を弾性体の運動学的断層モデルによって解析する。3次元弾性体の動的支配式(Navier式)を解くにあた

り、時間 t に関するラプラス変換および平面座標 x, y に関するフーリエ変換を実施し、ラプラス・波数領域の波動方程式を導く。ラプラス・フーリエ変換対は時間・空間領域での関数 $f(x, y, z, t)$ に対して、一般に

$$\tilde{f}(\xi_x, \xi_y, z, p) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f(x, y, z, t) \exp(-pt) \exp(i\xi_x x) \exp(i\xi_y y) dt dx dy \quad (1)$$

$$f(x, y, z, t) = \frac{1}{8\pi^3 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \tilde{f}(\xi_x, \xi_y, z, p) \exp(pt) \exp(-i\xi_x x) \exp(-i\xi_y y) dp d\xi_x d\xi_y \quad (2)$$

ここに、 $\tilde{f}$ は波数領域量、 f はラプラス領域量であることを表し、 p はラプラス・パラメータである。 ξ_x は x 方向の波数成分を、 ξ_y は y 方向の波数成分を表し、波動の水平伝播方向の波数はしたがって

$$\xi = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \quad (3)$$

いま断層線(断層面と地表面との交線)を x 軸上にとる(Fig. 1)。断層面の破壊は、時間と共に破壊フロントが進行していくこと、各破壊断面は破壊が始まってから最終滑り量までにある時間変化(震源関数)を示す。このため、ある任意点の時間・空間領域への遷移解であるグリーン関数 $g_{ij}(x, y, z, t)$ を定義できれば、

地動はせん断くい違いに対する等価力 $f(X(t), t)$ の時間に関しての2重積分で表される。

$$u_{ij}(x, y, z) = \int_0^t \int_0^t g_{ij}(x - X(\varepsilon), y, z, \tau) f(X(\varepsilon), t - \tau) d\tau d\varepsilon \quad (4)$$

ここに $X(\varepsilon)$ は時間 ε における破壊フロントの座標である。破壊の進行方向に関しての合積分は同方向の波数領域に展開して遂行する。

$$u_{ij}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^t \int_0^t g_{ij}(\xi_x, y, z, \tau) \{ \exp(i\xi_x X(\varepsilon)) f(X(\varepsilon), t - \tau) \} \exp(-i\xi_x x) d\xi_x \right] \quad (5)$$

(2) サブ断層面の等価力

断層面上での変位の不連続ベクトル $[u_i(\zeta, \tau)]$ をすべり方向の単位ベクトルと、スカラー量である相対変位量 $\Delta_s(\zeta, \tau)$ との積として表す。このとき断層面上での等価力は

$$f_k(\eta, \tau) = -\mu \iint_{\Gamma} \frac{\partial}{\partial \eta_l} \delta(\eta - \zeta) \{ \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{v}_l + \mathbf{n}_l \cdot \mathbf{v}_k \} \Delta_s(\zeta, \tau) d\Gamma(\zeta) \quad (6)$$

断層の傾斜角 γ とくい違いの方向 ϕ を定義する。断層面上でのせん断くい違い量を下盤に対する上盤の動きで定義すると、断層面下方境界に対するベクトル $\mathbf{n}$ および $\mathbf{v}$ は、

$$\mathbf{n} = (0, \sin \gamma, -\cos \gamma) \quad (7)$$

$$\mathbf{v} = (\cos \phi, \sin \phi \cos \gamma, \sin \phi \sin \gamma) \quad (8)$$

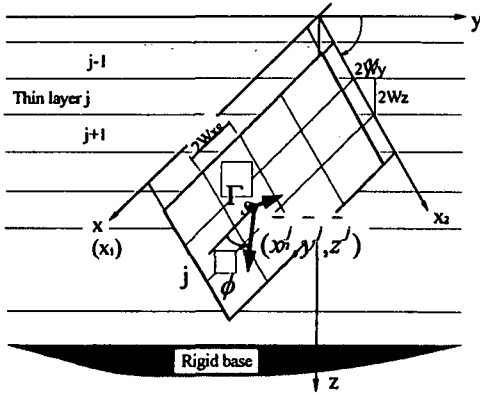


Fig. 1 断層モデル

Fig.1 のように断層面を複数のサブ断層に分割して各サブ断層面上で相対変位量を一定と仮定すれば、震源関数 $\Delta_s(\tau)$ が時間項のみとして $\Delta_s(\tau)$ と表され、サブ断層 Γ_j 内の波数領域での等価力が求まる。

(3) 破壊進行の離散化

各サブ断層の破壊進行を離散的に考える。第 j 層

での初期破壊発生位置を x_0^j 、破壊進行速度を $c^j(k\Delta t)$ とし、微小時間刻みを Δt とすれば、第 n 番目のステップ ($n\Delta t \leq t \leq (n+1)\Delta t$) のとき、破壊進行前面の位置は、

$$X_n^j = x_0^j + \sum_{k=1}^n c^j(k\Delta t) \Delta t \quad (9)$$

これにより破壊進行をサブ層の幅 $2W_n^j$ とその中心の x 座標 $\bar{x}_n^j$ で表すことができる。

$$W_{xn}^j = (X_n^j - X_{n-1}^j) / 2 \quad (10)$$

$$\bar{x}_n^j = \bar{x}_{n-1}^j + (W_{x(n-1)}^j + W_{xn}^j) \quad (11)$$

震源関数 $\Delta_s^j(t)$ には、Fig. 2 に示すランプ関数 $D_{sn}(t)$ の重ね合わせをとる。

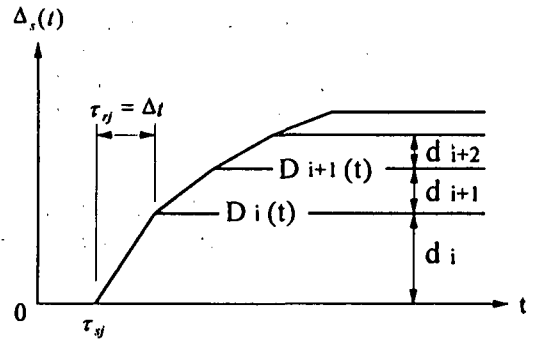


Fig. 2 震源関数

したがって

$$\Delta_s^j(t) = \sum_n D_{sn}(t - \tau_{jy} - (n-1)\Delta t) \quad (12)$$

ここに、 τ_{jy} は変位開始時刻を表し、立ち上がり時間 τ_{jy} を Δt としている。ランプ関数 $D_{sn}(t)$ は、最終相対変位量

d_{sn} によって

$$D_{sn}(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq 0 \\ d_{sn} \cdot t / \Delta t & , 0 \leq t \leq \Delta t \\ d_{sn} & , \Delta t \leq t \end{cases} \quad (13)$$

これにラプラス変換を行えば、

$$\bar{D}_{sn}(p) = \begin{cases} \frac{d_{sn}}{p^2 \Delta t} & ; \text{Re}(p) \geq 0, 0 \leq t \leq \Delta t \\ \frac{d_{sn}}{p^2 \Delta t} (1 - e^{-p\Delta t}) & ; \text{Re}(p) \geq 0, \Delta t \leq t \end{cases} \quad (14)$$

3. 薄層要素法による Green 関数解析

(1) プラサス・波数領域解

3次元波動を波動伝播方向に関する面内波 (P波、SV波) および面外波 (SH波) として独立に扱うために、 x 、 y 方向に関して次の座標変換を施す。

$$\begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \tilde{f}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\frac{\xi_x}{\xi} & -i\frac{\xi_y}{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ i\frac{\xi_y}{\xi} & -i\frac{\xi_x}{\xi} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \\ \tilde{f}_z \end{Bmatrix} = \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \\ \tilde{f}_z \end{Bmatrix} \quad (15)$$

ここに、添字 1, 2, 3 は座標変換後の座標成分を表す。このときラプラス・波数領域での波動方程式は、円筒座標系に対する支配方程式と同じ微分方程式となっている。

さらに、ラプラス・波数領域に変換された波動方程式を線形内挿関数を用いた薄層要素法により深さ方向に離散化する。その場合剛基盤仮定を設ける。その結果、節点変位に関して以下の支配方程式を得る。

$$\left\{ \xi^2 \mathbf{A}^{sv-p} + \xi \mathbf{B}^{sv-p} + \mathbf{C}^{sv-p} + p^2 \mathbf{M}^{sv-p} \right\} \tilde{\mathbf{U}}^{sv-p} = \tilde{\mathbf{F}}^{sv-p} \quad (16)$$

面外波に対して、

$$\left\{ \xi^2 \mathbf{A}^{sh} + \mathbf{C}^{sh} + p^2 \mathbf{M}^{sh} \right\} \tilde{\mathbf{U}}^{sh} = \tilde{\mathbf{F}}^{sh} \quad (17)$$

ここに、 ξ は波数、 p はラプラス・パラメータ、 $\tilde{\mathbf{U}}$ は層境界での節点変位、 $\tilde{\mathbf{F}}$ は節点力を表す。節点力は断層面上のダブルカップルを表す式(6)を $y-z$ 平面内で薄層要素の離散化に従い、それぞれの層内で破壊進行過程に応じて分割して得られる。薄層要素の詳細な定式化についてはここでは省く。

解法としてラプラス・パラメータに関する固有値解析を行い、固有値および固有モード・ベクトルを用いて変位-力関係をつぎのように表す。

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1 \\ \tilde{\mathbf{u}}_2 \\ \tilde{\mathbf{u}}_3 \end{Bmatrix} = [\Phi \Omega \Phi] \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{F}}_1 \\ \tilde{\mathbf{F}}_2 \\ \tilde{\mathbf{F}}_3 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{ここに} \quad \Omega = \text{diag} \left(\frac{1}{p^2 - p_j^2} \right) \quad (19)$$

p_j^2 は式(16)、(17)からの固有値である。固有モードマトリックス Φ は $\mathbf{M}$ に関する正規直交性を示す。

$$\Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_j = \delta_{ij}$$

3次元直交座標系での支配方程式は、式(18)に式(15)の元へ戻す座標変換を行うことによって、

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_x \\ \tilde{\mathbf{u}}_y \\ \tilde{\mathbf{u}}_z \end{Bmatrix} = \mathbf{C}^T \cdot [\Phi \Omega \Phi] \cdot \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{F}}_x \\ \tilde{\mathbf{F}}_y \\ \tilde{\mathbf{F}}_z \end{Bmatrix} \quad (20)$$

(2) 時間・空間領域

上式(20)においてラプラス・パラメータに関する項の逆変換はラプラス複素平面上での極の留数値の和として解析解が得られる。

つぎに y 方向波数に関する逆フーリエ変換である波数

積分には離散化波数法を適用する。 ξ_y の離散化波数 ξ_{yl} を

$$\xi_{yl} = 2\pi / L \quad (l = 0, 1, 2, \dots, K) \quad (20)$$

と定義すれば、サブ断層 s での等価力に対する遷移応答は、次のように表される。

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(\xi_x, y, z, N\Delta t) = \mu \sum_{l=0}^K \sum_{n=1}^N \left[\sum_{j=1}^3 \mathbf{S}_{ij} \cdot \Theta_{ij}^s \right] \Delta \xi_y \quad (21)$$

$$\text{ここに、} \quad \Delta \xi_y = \frac{2\pi}{L} \quad (22)$$

さらに ξ_x の離散化波数を

$$\xi_{xl} = 2\pi / L \quad (l = 0, 1, 2, \dots, K) \quad (23)$$

として式(2)の逆フーリエ変換に波数積分の離散化の表現をとれば

$$u_i(m_l, y, z, N\Delta t) = \frac{1}{M\Delta t} \sum_{l=0}^K \left[\sum_{n=1}^N \tilde{u}_i^s(\xi_x, y, z, N\Delta t) \right] \exp(-i\xi_x m_l) \quad (24)$$

$\mathbf{S}_{ij}$ は式(20)のグリーン関数と式(14)の時間に関する関数からなるマトリックスである。 Θ_{ij}^s は断層の等価線点力 $\tilde{\mathbf{F}}$ から求まる。

4. 数値解析例

1995年兵庫県南部地震に対するものとして、Table 1 および Fig. 3 に示される断層モデルを設定した。1) 破壊過程にはハスケルモデルを仮定した。シミュレーションの目標は神戸大学の地下道記録 (KBU) にした。これは基盤近くで観測された波形であることから、ここでは Fig. 4 に描いた 2 層地盤モデルによる解析を行っている。

Table 1 断層パラメータ

要素 (Fig. 3)	走向角度、 ディップ角 度、 レイク角度	地震 モーメント ($\times 10^{19} \text{Nm}$)	継続 時間 (sec)	面積 (km^2)
1	(233, 87, 172)	1.89 ($M_w 6.8$)	0-6	14 x 12
2				10 x 12
3	(233, 54, 88)	0.21 ($M_w 6.1$)	3-8	9 x 5
4	(233, 88, 155)	1.56 ($M_w 6.4$)	7-12	12 x 6
破壊速度 $V_r = 3.0 \text{ km/s}$, ライズタイム $\mu = 2.4 \text{ s}$				

Fig. 5, 6 は KBU での観測波形とシミュレーションより得られた波形を比較して示したものである。変位と速度波形の NS 成分と EW 成分については、非常に良く再現できている。ただし、これらから求めた加速度成分については両成分共に波形自体の傾向は良く再現されて

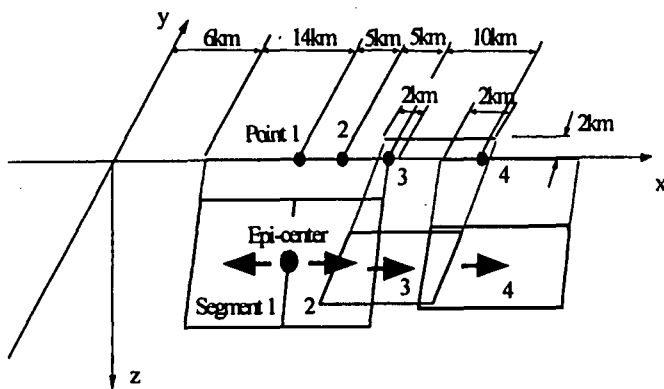


Fig. 3 年兵庫県南部地震のアスペリティ

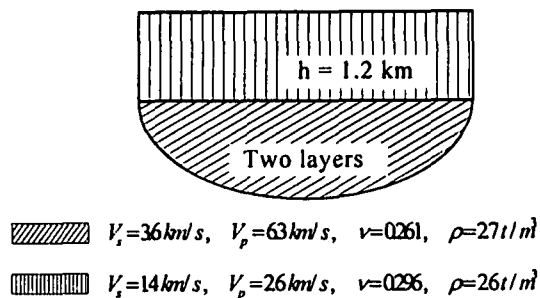


Fig. 4 地盤モデル

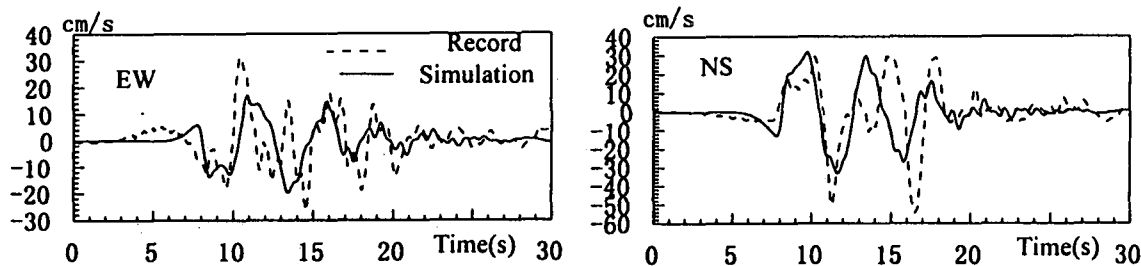


Fig. 5 変位応答の時刻歴

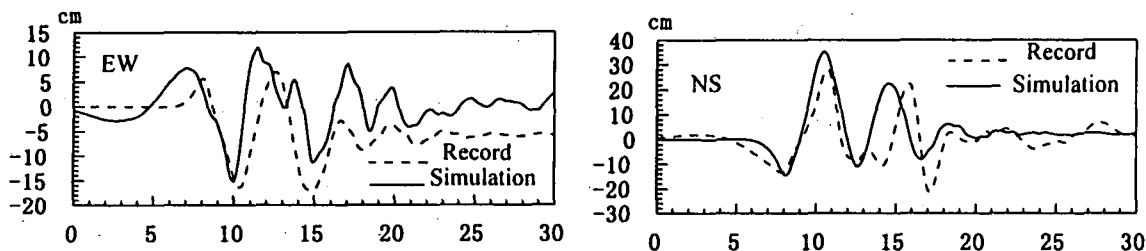


Fig. 6 速度応答の時刻歴

いるものの、それらの振幅は観測値の約1/3と小さい。加速度の振幅が小さいことは、ハスケルモデル自体が高振動数域を含んでいないことが一つの要因であると考えられる。また、鉛直成分については、仮定したアスペリティ自体に鉛直方向の応答を惹起させる条件を含んでいないために良い相関が見られなかったと思われる。本文では省いたが多層地盤内での波動伝播の特徴として、硬い層内の断層の破壊進行性により上層の軟い地層内では波動エネルギーの集中化が破壊進行の前面に生じ、いわゆる指向性が確認された。²⁾

5. むすび

- 1) 断層周辺地盤の波動は、断層破壊によって形成された直達波による衝撃波形と表層地盤内を伝播する表面波より成る。前者には断層の破壊過程と地盤構成による特性、後者には表層地盤の特性が強く現れる。
- 2) 上層の波の伝播速度が下層のそれに対して遅い場合には、上層での波面の密度が密になるために直達

波による波形は衝撃的なものとなる。従って、断層周辺地盤での波動を議論する場合は、地盤構成を考慮した検討を実施することが重要である。

- 3) 兵庫県南部地震における神戸大学地下道記録のシミュレーションをした結果、変位と速度の水平成分に関しては良好であった。しかし、鉛直成分は問題が残った。
- 4) 兵庫県南部地震に関しては、波動エネルギーを速度分布から評価すると、アスペリティに対応した指向性によるエネルギーの集中域が現れ、断層に直交する成分が強く現われることが確認された。

参考文献

- 1) Ejiri, J. Sawada, S., Goto, Y. and Toki, K.: Peak ground motion characteristics, Special Issue of the Soil and Foundation, pp.7-13, 1996.
- 2) 合田和哉、移動加振および衝撃载荷による3次元成層地盤内の波動伝播に関する研究とその応用、岡山大学博士論文、平成9年3月