

(151) 組積剛体-連結ロッド系のモデル化と地震時挙動

北海道大学工学部 正会員 佐々木 康彦
北海道大学工学部 正会員 芳村 仁

1. まえがき

ステイブ・サイロ(stave silo)と呼ばれる工業用・農業用貯蔵サイロの壁体構造は、円筒状に組合せて積上げたコンクリートブロック(ステイブ)および外壁を締付けるリング状の鉄筋(ロッド)から構成される。ステイブ相互は上下・両側面の凹凸によって一種のさねはぎ結合となっているが、モルタルなどの目地結合材は全く使われていない。

本研究は、このようなステイブ組積構造体の動的安定性および地震応答特性に関する数値解析的な評価を目的とするものである。ここでは、特にステイブ組合せ部分に着目した二次元“組積剛体-連結ロッド系”の離散的モデル化と未定乗数を含む Lagrange の運動方程式による定式化を報告する。なお、剛体間には剛性定数の算定が難しい接合要素等は用いず、隣接剛体間の接触状態を「変位拘束条件式」で表現する定式化を試みた。また、4剛体3連結ロッド基本系モデルの正弦波および地震波加振による数値計算例を通じて、この解析モデルの動的応答解析に対する適用可能性の検討を行なった。

2. 組積剛体-連結ロッド系の解析モデル

ステイブ組積構造体の全体的挙動を解明する上で、ステイブ組合せ部分の基本的機構を把握しておく必要がある。以下では、その主要な構成要素であるステイブを、歪みが殆ど生じないという実験結果に基づいて「剛体」に、リング状の鉄筋はステイブとの接触点を節点とする「連結ロッド」にモデル化する。

2.1 隣接剛体の運動学的関係式

一般に、変形前に接触していた隣接剛体上の着目点は、変形後に相対変位を生じる。本節では、その相対変位量と剛体重心での変位および回転量との関係式を誘導する。なお、ここでは鉛直平面内における二次元運動を取扱う。

図1は上下隣接の剛体に関する変形前後の運動学的関係である。剛体①、②の幅を $2b$ 、高さを $2h_1, 2h_2$ 、剛体重心位置での水平(X軸)方向、鉛直(Y軸)方向変位および回転角をそれぞれ u, v, θ とおくと、変形後の頂点の相対変位 δ_{ij} は剛体の回転角が微小な場合、

$$\delta_{ij} = [(u_j - u_i) + (h_i \theta_i + h_j \theta_j)] e_1 + [(v_j - v_i) - b \operatorname{sgn} \alpha_{ji} (\theta_j - \theta_i)] e_2 \quad (1)$$

ここで、 e_1, e_2 は X, Y 軸方向の単位ベクトルである。また、同式における符号関数 $\operatorname{sgn} \alpha_{ji}$ は $\alpha_{ji} \equiv \theta_j - \theta_i \geq 0$ の時、 $\operatorname{sgn} \alpha_{ji} = +1$; $\alpha_{ji} < 0$ の時、 $\operatorname{sgn} \alpha_{ji} = -1$ となる。なお、この符号変化は境界上における頂点の左右切換えに対応する。

もし、剛体②が剛床上に設置してあり、剛床の回転成分が零の場合は、

$$\delta_{0j} = [\{u_j - u_0(t)\} + h_j \theta_j] e_1 + [\{v_j - v_0(t)\} - b \operatorname{sgn} \theta_j \cdot \theta_j] e_2 \quad (2)$$

ここで、 $u_0(t), v_0(t)$ は、時間 t の関数である剛床の水平変位および鉛直変位を表わす。

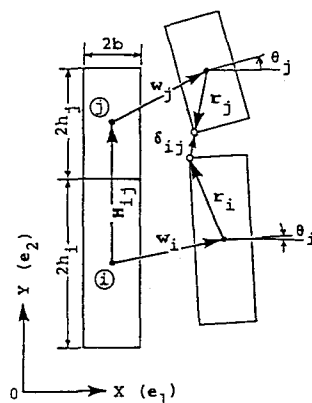


図1 上下隣接剛体の運動学的関係

同様に、左右隣接の剛体に関する運動学的関係を図2に示す。ただし、この場合は剛体①、②の高さ $2h_1, 2h_2$ の大小関係および両剛体重心の鉛直距離 d により、変形前の頂点と辺の接触位置が異なる。それらを考慮すると、剛体の回転角が微小な場合の相対変位 δ_{ik} は次式で表わされる。

$$\delta_{ik} = [(u_k - u_i) - \text{sgn} \alpha_{ki} (\Phi \theta_k - \Psi \theta_i)] e_1 + [(v_k - v_i) - b (\theta_i + \theta_k)] e_2 \quad (3)$$

ここで、 Φ および Ψ は $h^d \equiv h_k + d \text{sgn} \alpha_{ki}$ とおくと、 $h_i \geq h^d$ の時、 $\Phi = h_k, \Psi = h^d$ ； $h_i < h^d$ の時、 $\Phi = h_i - d \text{sgn} \alpha_{ki}, \Psi = h_i$ となる。

2.2 変位拘束条件式の誘導

ここで提示する組積剛体-連結ロッド系モデルでは剛体相互がロッドで連結されているため、隣接剛体は変形後もいずれかの頂点同士あるいは頂点と辺とで接触すると考える。さらに、現実には生じない“剛体相互の重複”を防ぐため、その接触点において境界線に垂直な相対変位を零とする「変位拘束条件式」を与える。すなわち、左右隣接剛体については(3)式の水平成分を零と、また上下隣接剛体では(1)式の鉛直成分を零とおき、

$$(u_k - u_i) - \text{sgn} \alpha_{ki} (\Phi \theta_k - \Psi \theta_i) = 0, \quad (v_j - v_i) - b \text{sgn} \alpha_{ji} (\theta_j - \theta_i) = 0 \quad (4), (5)$$

これらの条件式を全剛体間に適用し、さらに(2)式に基づいた剛体と剛床間の拘束条件を付加する。

その後、求めた各式から水平変位 u_i 、鉛直変位 v_i を回転角 θ_i で表わす方法として、高温ガス炉心のダウエルモデルにおける速度拘束条件式の定式化を参照すると¹⁾、組積剛体-連結ロッド系モデルの変位拘束条件式は、次式のように書ける。

$$u_i + \sum A_{ix} \theta_k - u_0(t) = 0, \quad v_i + \sum B_{ix} \theta_k - v_0(t) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (6), (7)$$

ここで、 N は全剛体数を表わす。以降の定式化のため、剛体重心での水平変位ベクトル $\{u\}$ 、鉛直変位ベクトル $\{v\}$ および回転角ベクトル $\{\theta\}$ を用いて、これらの拘束条件式をマトリックス表示すると、

$$\{u\} + [A] \{\theta\} - u_0(t) \{1\} = \{0\}, \quad \{v\} + [B] \{\theta\} - v_0(t) \{1\} = \{0\} \quad (8), (9)$$

ここで、 $\{1\}$ 、 $\{0\}$ はそれぞれ単位ベクトル、零ベクトルを表わす。

2.3 組積剛体-連結ロッド系に作用する抵抗力

一般に、剛体群の振動解析では、隣接剛体の接触点に作用する衝撃力の評価やモデル化が重要な問題となっている。しかし、本研究では組積剛体の変位量が微小な範囲において、しかも連結ロッドの作用によって衝撃力が十分無視できる動的な挙動を検討対象とする。

剛体を連結しているロッドの両端は各剛体の重心を通る鉛直線上に固定され、その両連結点の水平方向相対変位に抵抗する伸縮剛性(剛性定数 K_R)を持つ。また、隣接剛体の境界上では接線方向に摩擦等による抵抗力が存在するが、ここでは簡単のために、接触点において接線方向の相対変位に抵抗する「ずれ復元力(比例定数 K_S)」および相対速度に比例する「ずれ減衰力(減衰係数 C_S)」としてモデル化する。

3. 組積剛体-連結ロッド系モデルの運動方程式

この組積剛体-連結ロッド系モデルの運動方程式は、系の運動エネルギー T 、前述の抵抗力と自重によるポテンシャルエネルギー U 、ずれ減衰力の散逸関数 R を剛体重心での水平変位ベクトル $\{u\}$ 、鉛直変位ベクトル $\{v\}$ および回転角ベクトル $\{\theta\}$ で表わし、未定乗数を含む Lagrange の運動方程式²⁾に代入することにより、次式のように定式化される。

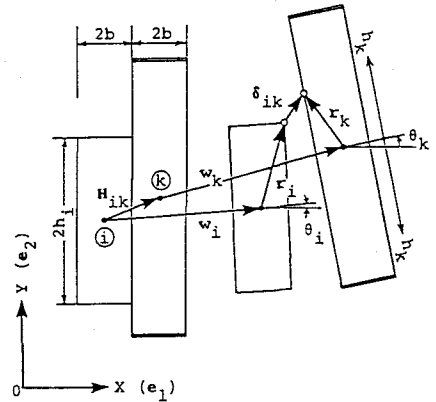


図2 左右隣接剛体の運動学的関係

$$\begin{aligned}
[m] \{\ddot{u}\} + [D^{xu}] \{\dot{u}\} + [D^{x\theta}] \{\dot{\theta}\} \\
+ [K^{xu}] \{u\} + [K^{x\theta}] \{\theta\} = \{\lambda^u\} \\
[m] \{\ddot{v}\} + [D^{yv}] \{\dot{v}\} + [D^{y\theta}] \{\dot{\theta}\} \\
+ [K^{yv}] \{v\} + [K^{y\theta}] \{\theta\} + \{m\} g = \{\lambda^v\} \\
[I] \{\ddot{\theta}\} + [D^{zu}] \{\dot{u}\} + [D^{zv}] \{\dot{v}\} + [D^{z\theta}] \{\dot{\theta}\} \\
+ [K^{zu}] \{u\} + [K^{zv}] \{v\} + [K^{z\theta}] \{\theta\} \\
= [A]^T \{\lambda^u\} + [B]^T \{\lambda^v\} \quad (10. a, b, c)
\end{aligned}$$

ここで、 $[m]$ 、 $[I]$ は各剛体の質量、慣性モーメントを対角成分とする対角マトリックス、 $\{m\}$ は質量ベクトル、 g は重力加速度を表わす。 $[K^{xu}]$ 、 $[K^{x\theta}]$ 、 \dots 、 $[K^{z\theta}]$ は連結ロッドの伸縮剛性および接触点でのずれ復元力に関する部分剛性マトリックス、 $[D^{xu}]$ 、 $[D^{x\theta}]$ 、 \dots 、 $[D^{z\theta}]$ は ずれ減衰力に関する部分減衰マトリックスである。

また、 $\{\lambda^u\}$ 、 $\{\lambda^v\}$ はそれぞれ変位拘束条件式(8)、(9)に対応する未定乗数ベクトル、 $[A]$ 、 $[B]$ は同式における拘束条件マトリックスを表わす。

さらに、運動方程式(10. a)、(10. b)、変位拘束条件式(8)、(9)およびそれらを時間微分した速度・加速度拘束条件式を用いて、未定乗数と従属変数ベクトルを消去すると、剛体重心での回転角ベクトル $\{\theta\}$ に関する運動方程式を次の形式にまとめることができる。

$$[J] \{\ddot{\theta}\} + [D] \{\dot{\theta}\} + [K] \{\theta\} = \{F\} \quad (11)$$

この方程式における係数マトリックス $[J]$ 、 $[D]$ 、 $[K]$ の各成分は定数である。しかし、拘束条件マトリックス $[A]$ 、 $[B]$ は符号関数 $\text{sgn } \alpha_{ji}$ 、 $\text{sgn } \alpha_{ki}$ を含み、隣接剛体の回転角の大小関係によって符号が変化するため、微小回転角の範囲内でも(11)式は非線形方程式となる。

4. 正弦波および地震波応答解析例

組積剛体-連結ロッド系モデルによる数値解析例として図3に示すような「剛床上に積んだ4剛体が3本のロッドで連結されている基本系」を選定した。以下の数値計算で用いた諸量は、各剛体の幅 $2b=8.0\text{cm}$ 、高さ $2h=23.5\text{cm}$ および組合せ長さ $2a=7.0\text{cm}$ 、単位体積重量 $w=2.4 \times 10^{-3}\text{kgf/cm}^3$ 、連結ロッドの伸縮剛性定数 $K_R=100.0\text{kgf/cm}$ 、剛体接触点での ずれ抵抗力に関しては比例定数 $K_S=20.0\text{kgf/cm}$ と減衰係数 $C_S=5.0\text{kgf}\cdot\text{sec/cm}$ である。

剛体が載っている剛床を“正弦波”で水平加振(片振幅 0.5cm 、振動数 10.0Hz)した場合の、各剛体重心位置での回転角の過渡応答波形を図4に示す。剛床に接する下部の剛体①、剛体②についてはほぼ正弦波性状であるのに比べて、上部の剛体③、④は基本系モデルの左右非対称性を反映して、反時計回りの片振れという特異な応答性状を示すことがわかる。また、図5は正弦波応答過程(時刻 $t=0.90\sim 1.00\text{sec}$)における基本系モデルの変形状態を 0.02sec 毎に描いたものである。隣接剛体あるいは剛床との境界において「接触・乖離状態」を良く再現できることが同図から読み取れる。

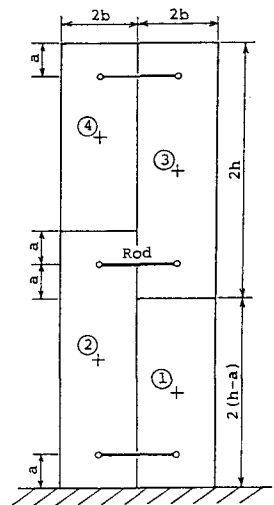


図3 組積剛体-連結ロッド系の基本的数値計算モデル

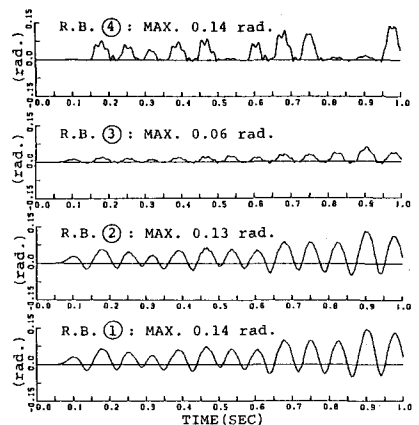


図4 剛体重心回転角の正弦波応答波形

さらに、同じ基本系モデルの剛床を“地震波”で加振した場合の応答解析結果を図6および図7に示す。入力地震波はそれぞれ日高山系地震(広尾)および根室半島沖地震(厚岸)で観測された加速度記録(時間軸1/8圧縮、各図(d)参照)を用い、剛床水平加振の最大変位を5.0cmとした。図6および図7は基本系モデルの左上に位置する剛体④の地震波応答波形で、上から順に剛体重心での (a)水平変位、(b)鉛直変位、(c)回転角である。これら卓越振動数の異なる二種類の地震波(それぞれ8.0Hz、29.0Hz)に対しても、比較的安定した応答解析結果が得られた。

以上の数値解析例を通じて、ここで提示した組積剛体-連結ロッド系モデルは、動的応答解析にも十分適用可能であることが定性的に確認された。

参考文献

- 1) Lee, T.H.: Nonlinear Dynamic Analysis of a Stacked Fuel Column Subjected to Boundary Motion, Nuclear Engineering and Design 32, pp.337-350, 1975.
- 2) Clough, R.W. and J. Penzien: Dynamics of Structures, McGraw-Hill, 1975.

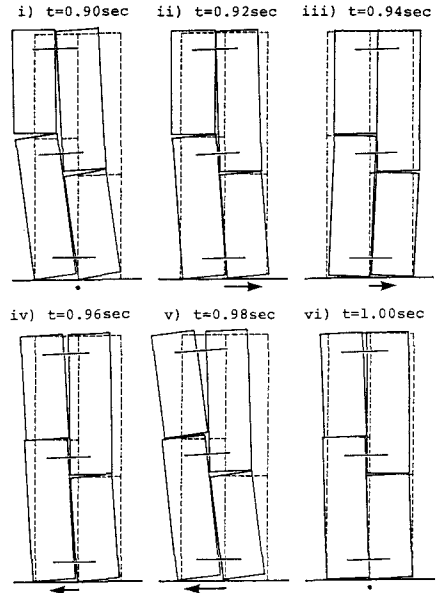


図5 正弦波応答時の変形状態 [基本系]

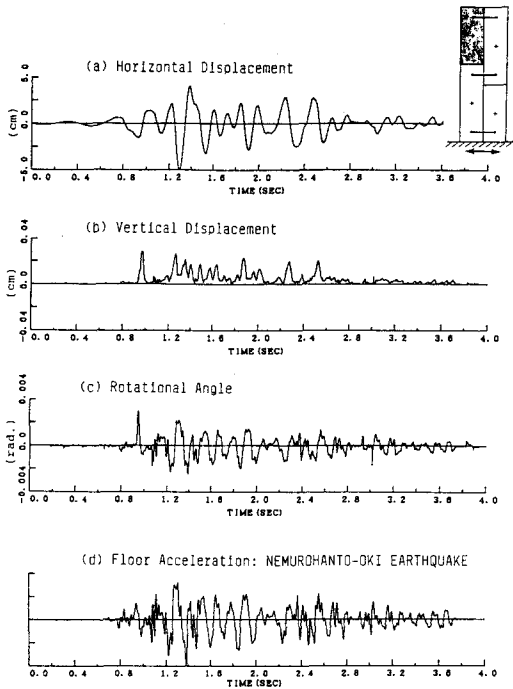


図6 地震波応答性状 [根室半島沖：剛体④]

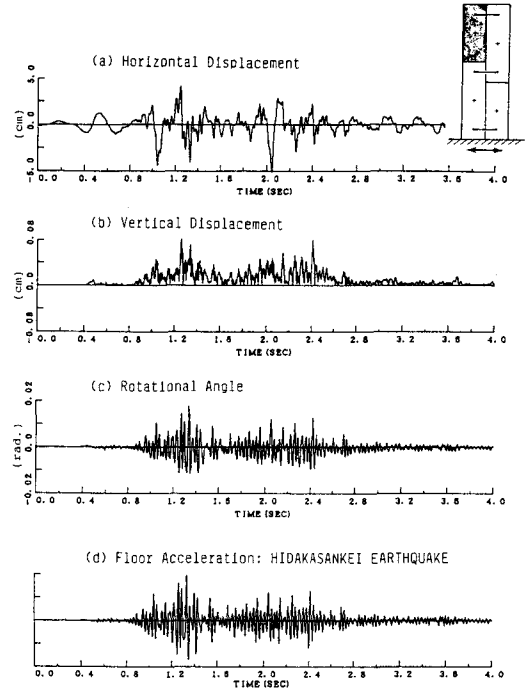


図7 地震波応答性状 [日高山系：剛体④]