

(148) 粗粒構造の動的変形過程の周波数依存性

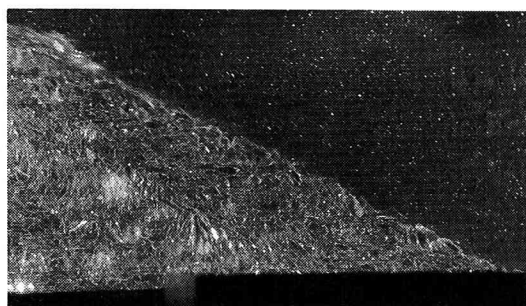
東京大学生産技術研究所 正員 小長井一男
東京工業大学工学部 正員 松島 亘志

1. はじめに

粗粒からなる構造が振動破壊を生ずる過程では、細粒からなる構造と異なり破壊加速度が周波数によって変化することが模型実験^{1),2)}などによって観測されている。このような破壊加速度の周波数依存性は、滑り面に Coulomb 摩擦を仮定する従来の破壊機構の概念だけでは説明できない現象であり、これらの構造の設計にも重要な意味を持ってくると考えられる。本報告ではこのような周波数依存の現れる概念モデルを示し、これを用いて、観測された現象の物理的意味を考察する。

2. 堤体斜面の破壊の特徴と概念モデル

写真 1 (a),(b) は ガラス粒子を同じ屈折率の液体中に積んで造った透明な堤体模型の中央断面の破壊の様子をレーザー光シートを用いて可視化したものである (LAT: Laser-Aided Tomography²⁾)。この模型の底面は 4 Hz の正弦波で堤軸直角の水平方向に加振されている。振幅は時間に比例して 4.0 gal/s の割合で増加している。加速度振幅がある段階に達した後、斜面が厚みをもって急速に滑落していく様子が撮影されている。図 1 はこの堤体右半分の断面積 (体積) の加振加速度振幅による変化を示したものである。この図に矢印で示した記号は、写真 1 の (a),(b) に対応する。斜面の破壊は堤体の体積が急増したときに一挙に進行する。



(a) $t=5s$, acceleration=20gal

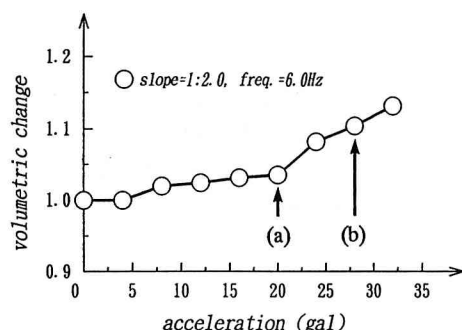
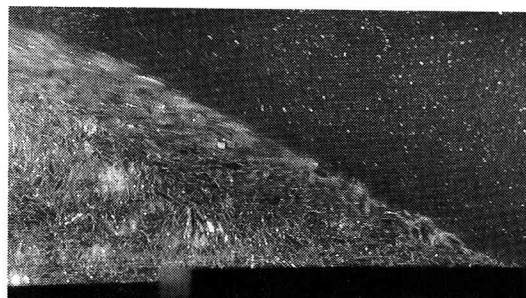


Fig.1 Variation of $V_{dynamic}/V_{static}$ with acceleration



(b) $t=7s$, acceleration=28gal

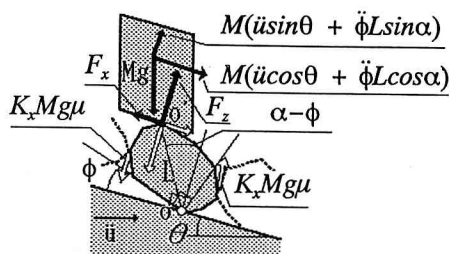


Fig.2 Conceptual model of surface slide

Photo. 1 Cross-section of embankment

このように、粗粒からなる斜面の崩壊が比較的大きな体積膨張を伴うことから、図2に示すような斜面滑動の概念モデルを想定する。これは代表的な寸法、形状を有する粒子が粒子塊内に挟み込まれているとするもので、この粒子が滑りを伴いながら回転し、上載する粒子塊のポテンシャルエネルギーを増すことが、斜面全体に及ぶ滑動のきっかけを与えるとするものである。ダイラタンシーを伴う機構として、起伏に富んだ互いに接触する2面が滑る状況を考えることもできる。いずれの場合も摩擦によるエネルギー損失を伴いながら重心が持ち上げられるとするもので、これらの支配方程式は同じ形式になる。

摩擦を伴いながら回転する代表粒径 L の粒子に載って動く粒子塊（質量 M ）の運動方程式は図2の記号を用いて以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} M(\ddot{u} \cos\theta + \dot{\phi} L \cos(\alpha - \phi)) &= Mg \sin\theta - F_x \\ M(\ddot{u} \sin\theta + \dot{\phi} L \sin(\alpha - \phi)) &= -Mg \cos\theta + F_z \end{aligned} \quad \dots (1)$$

ここで回転する小石の慣性力は無視し得るものとすれば、 o 点周りのモーメントの釣り合いから粒子間の接触力 F_x と F_z の間には次の関係式が成立する。

$$F_x \cdot L \cos(\alpha - \phi) \approx F_z \cdot L \sin(\alpha - \phi) + K_x Mg \mu L \quad \dots (2)$$

α 、 ϕ 、 θ がいずれも大きくないものとして、式(1),(2)の簡略化を進めると最終的に次式を得る。

$$\dot{\phi} - \frac{g}{L} \phi = \frac{g}{L} (\theta - \alpha - K_x \mu - \frac{\ddot{u}}{g}) \quad \dots (3)$$

ここで基盤の加速度を、 $\ddot{u} = -a \sin(\omega t + \chi)$ と置き、 $t=0$ で浮き上がり開始するものとする、

$$\dot{\phi} - \frac{g}{L} \phi = \frac{g}{L} (\alpha + K_x \mu - \theta) \left(\frac{\sin(\omega t + \chi)}{\sin\chi} - 1 \right) \quad \dots (4)$$

を得る。この式はHousner³⁾によって誘導された矩形の剛体ブロックの転倒の運動方程式と全く同じ形をしていて、容易にその解を求めることができる。Housnerは正弦半波の加振でブロックが転倒するに必要な加速度振幅を求めているが、その式展開に従えば、正弦半波の加振で斜面の滑りが開始する加速度振幅は以下のように求められる。

$$\frac{a}{g(\alpha + K_x \mu - \theta)} \approx \sqrt{1 + \frac{L}{g} \omega^2} \quad \dots (5)$$

加振円振動数 ω を0として静的な状態を考えると右辺は1となる。この時、左辺の分母 $g(\alpha + K_x \mu - \theta)$ 中の $\alpha + K_x \mu$ が θ に等しいと自然に斜面が崩壊することになるのでこの $\alpha + K_x \mu$ は粒状体の安息角 θ_0 に一致すると考えられる。したがって式(5)は改めて、

$$\frac{a}{g(\theta_0 - \theta)} \approx \sqrt{1 + \frac{L}{g} \omega^2} \quad \dots (6)$$

と書け、安息角 θ_0 、粒子の代表径 L そして加振円振動数 ω の関数として与えられる。粒状体が水中にあるときは、水からの抵抗と浮力を受ける。粒子間隙が大きく、水からの力が付加質量項を考慮することで与えられるとすると、式(6)は以下のように書き換えられる。

$$\frac{\gamma(\gamma_m+1)a}{(\gamma-1)g(\alpha+K_p\mu-\theta)} = \sqrt{1 + \frac{\gamma(\gamma_m+1)L}{(\gamma-1)g} \omega^2} \quad \dots (7)$$

ここで γ_m は付加質量係数、 γ は粒子の比重である。 $\gamma(\gamma_m+1)/(\gamma-1)$ は必ず1より大きいので、この式は(1)水中に置かれた粒状体構造の破壊加速度が陸上のものより小さくなること、そして(2)周波数依存性がより顕著に現われることを示している。

3. 概念モデルによる実験結果の検討

小長井、田村²⁾はLATによる可視化実験で、ガラス粒子を積んだ堤体模型（勾配=1:2.0）を同じ屈折率の液体中で加振し、その中央断面での破壊加速度の周波数依存性を調べている。この模型は液体中に吊り下げられた籠に載せられ、この籠は徐々に振幅を増す正弦波で加振された。図3は粒径2~5 mm、および粒径5~12 mmのガラス粒子からなる2つの模型の破壊加速度の加振周波数による変化を示したものである。式(7)は正弦半波の加振での破壊を条件に求められたもので、実験の加振条件とは異なるが、図1に示すように体積膨張とこれに引き続く破壊が、加速度が数居値を越えた直後の短い加振時間の間に急激に進行するので、この図には式(7)による加速度の計算値を併せて記入し比較を試みた。式(6)あるいは式(7)を用いる場合、粒状体の安息角 θ_0 と付加質量係数 γ_m が与えられなければならない。この実験では安息角の測定がされていなかったため、ここでは最も振動数の低い4Hzでの破壊加速度を準静的な状態と見做して粒径2~5 mmの模型では $\theta_0=30.2^\circ$ 、粒径5~12 mmの模型では $\theta_0=30.9^\circ$ とした。また付加質量係数 γ_m は球のそれと等しい0.5とした。式(7)による解は斜面全体が破壊する加速度の周波数依存の傾向とよく符合している。これに対し破壊の開始は底部より加速度が大きい堤体頂部から始まり、その時の底部の加速度は式(7)によるものより低い。

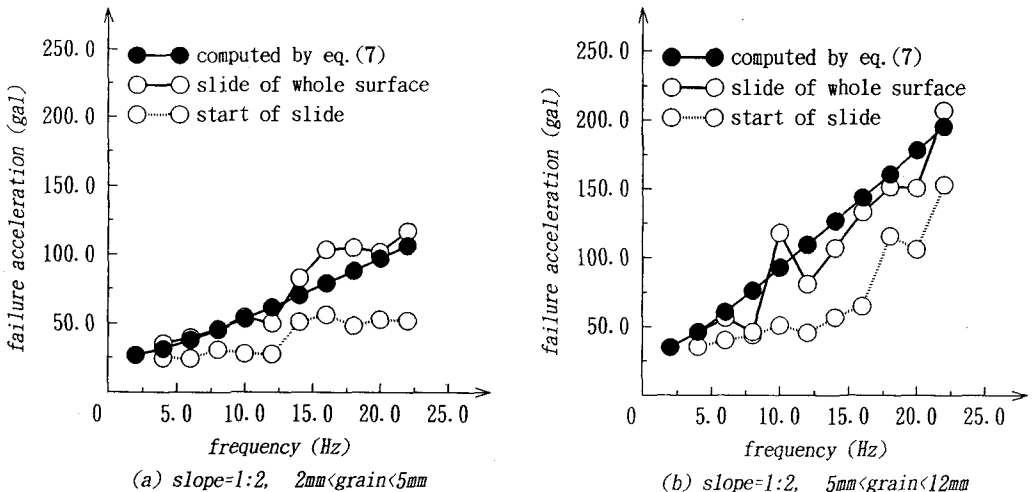


Fig.3 Variation of failure acceleration with frequency

田村ら⁹⁾は(1)砂混シルト、(2)河床堆積砂利($\phi 2 \sim 100$ mm)、(3)碎石($\phi 5 \sim 10$ mm)、(4)玉砂利($\phi 20 \sim 600$ mm)、(5)玉石($\phi 100 \sim 300$ mm)の5種類の材料を用いて長さ10 m、幅2 m、高さ4 mの大型振動土槽内に様々な堤体模型を築き、これを加振してその破壊加速度を調べている。図4は斜面の滑りの生じる加速度と代表粒径との関係を示したものである。材料(4) (玉砂利($\phi 20 \sim 600$ mm)) からなる斜面が静的に安定する限界角度は 43° と計測されているので、これを θ_0 として式(6)に代入し破壊加速度を算定し、同じ図に併記した。式(6)は、田村らが提案した、破壊加速度が粒径の対数の一次関数として表現されるとして得られた回帰式ほど実験結果との合致はよくないが、粒径あるいは振動数の増加とともに大きくなる破壊加速度の観測値は、ばらつきながらも概ね式(6)の曲線に沿う傾向にある。

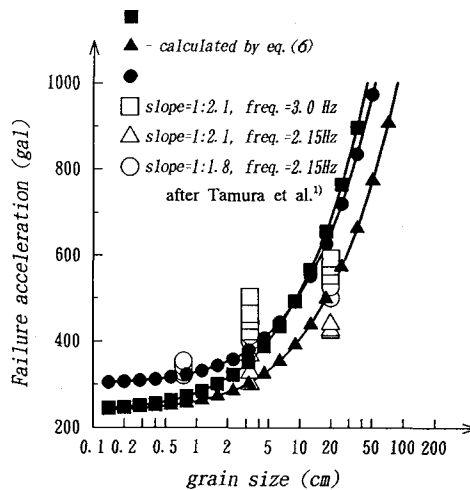


Fig.4 Variation of failure acceleration with grain size

5. まとめ

粗粒からなる構造の破壊に周波数依存性が現われることを、破壊過程での大きなダイラタンシーを考慮した概念モデルをもとに考察した。このモデルでは粒子群が摩擦を起こしながらそのポテンシャルを増加させ、それがある数居値を越えることが破壊の条件となるため、加速度のみならず速度も相応する数居値を越えることが必要となり、その結果、破壊加速度が粒径および加振周波数の増加と共に大きくなる。破壊加速度は粒状体の安息角、代表粒径、加振周波数の関数として表現され、このモデルによる破壊加速度の粒径ならびに周波数依存性は過去の実験結果に現われた傾向と概ね合致する。

参考文献

- 1) 田村重四郎、岡本舜三、加藤勝行：ロックフィルダム模型の振動破壊実験—貯水のない場合、土質工学会誌、Vol. 20, No. 7, 1972.
- 2) Konagai K., C. Tamura, P. Rangelow and T. Matsushima: Laser-Aided Tomography: A Tool for Visualization of Changes in the Fabric of Granular Assemblage, Structural Eng./ Earthquake Eng., Vol.9, No.3 (Proc. of JSCE No.455/I-21), 193s-201s, 1992.
- 3) Housner, G.W.: The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquakes, Bull. of the Seismological Society of America, Vol.53, No.2, pp.403-417, 1963.