

## (134) 常時微動を用いた桁の固有振動数と支承バネ係数の推定

(財) 鉄道総合技術研究所 佐藤 新二  
 (財) 鉄道総合技術研究所 中村 豊  
 (財) 鉄道総合技術研究所 日高 和利

### 1. はじめに

構造物の動特性を知ることは健全度調査の基本である。今まで桁の健全度は、外力からの応答を見ることで判断してきた。しかし、外力からの応答は基礎地盤や支承部分の影響を強く受けているので、これらの特性を正確に把握しなければ的確な健全度の判定が困難である。また外力に対する応答を見る調査ではそのための装備が必要となり、簡便には行えない。

ここでは、常時微動を使って桁の固有振動数とゴム支承のバネ係数を測定し、桁と支承部の健全度調査を試みた。桁の疲労が進行していると考えられたため、支間中央部に支持台が設けられた桁の振動特性から、ゴム支承のバネ係数と現在の桁の1次振動数を求め、桁建設当時の1次振動数の測定データとの比較などを行ったので報告する。

### 2. 測定対象と測定方法

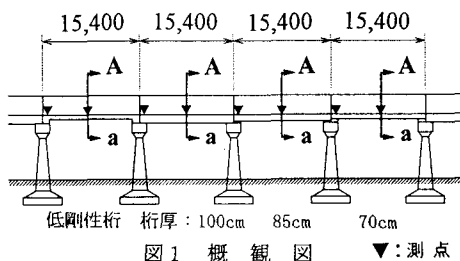


図1 概観図 ▼: 測点

測定した桁は桁厚70, 85, 100cmのホローRC桁と桁厚50cmの低剛性PC桁の計4種類である。この桁の諸元を図1, 図2に示す。また低剛性桁は非常にたわみ易いため、測定時にはスパン中央部で支えられた状態にあった。今回はこの状態での常時微動の測定結果から、支えのない状態での桁の1次固有振動数とゴム支承のバネ係数を求めることを試みた。

常時微動測定に使用した計器は(財) 鉄道総合技術研究所のPIC90 (携帯型振動測定器: Portable Intelligent Collector) である。測定方法や波形の処理方法は中村 (1991) によった。

測定に使用したPIC90は3方向2組のセンサを持ち、2測点が同時に測定できる。測定箇所は図1に示す通りで、合計6成分の常時微動を測定した。ローパスフィルタは20Hzを選択したので、測定振動数範囲は1~20Hzとなっている。全ての各測点で、約41秒間 (1/100秒間隔、4096サンプル) の測定を3回ずつ実施した。

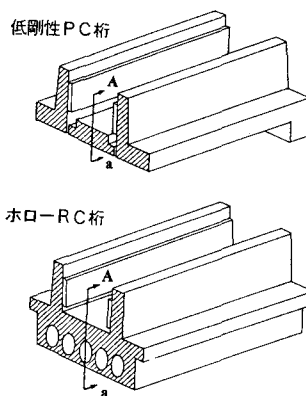


図2 測定桁の種類

### 3. 低剛性桁の支承バネ係数と固有振動数の推定

#### 3. 1 常時微動を用いた支承上下方向のバネ係数の推定

基本的な理論は中村ら<sup>1)</sup>を参考にした。重量Wの単純桁の等分布質量桁の固有円振動数は $\omega_B$ は、次のように表わされる。

$$\omega_B^2 = \frac{\pi^4 E I g}{L^3 W}$$

W: 桁の全質量 (kgf)    E: ヤング係数 (kgf/cm<sup>2</sup>)    I: 断面二次モーメント (cm<sup>4</sup>)    L: スパン長 (cm)  
 g: 重力加速度 (cm/sec<sup>2</sup>)     $\omega_B$ : 桁の円振動数 (rad/sec)

スパン中央に重量が集中した単純桁の重力によるたわみ $\delta$ と固有振動数 $\omega$ の間には、 $\delta = g / \omega^2$  ( $\omega^2 = 48 E I / L^3 W$ ) という関係がある。等分布質量桁をスパン中央に有効重量 $W_e$ が中央に集中した桁に置き換えて考えると、係数eは次のように与えられる。

$$e = \frac{48}{\pi^2} \approx 0.49$$

この桁の固有振動数 $\omega_B$ と有効重量の重力によるたわみ量 $\delta_B$ との関係は、次式で表わされる。

$$\delta_B = \frac{g}{\omega_B^2} = \frac{g}{(2\pi f_B)^2} \cdots (1)$$

$\delta_B$  : 桁のたわみ量 (cm)       $f_B$  : 桁の卓越振動数 (Hz)

低剛性桁は、図3に示すように床版桁と側壁桁に分割されており、橋脚と側壁桁、床版桁と側壁桁にそれぞれゴム支承が設置されている。ここでは低剛性床版桁について検討する。

図4に示すような低剛性床版桁の両端をバネで支えられた単純桁を考える。図中の $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 、 $\delta_3$ は、重力によるたわみ量であり次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{M_1 + \frac{M_2}{2}}{k_1}, \quad \delta_3 = \frac{M_3 + \frac{M_2}{2}}{k_3} \\ \delta_2 &= \delta_B' + \frac{\delta_1 + \delta_3}{2} \\ &= \frac{M_2}{k_B + k_2} + \frac{1}{2} (M_1 + \frac{M_2}{2}) \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \right) \cdots (2) \end{aligned}$$

$$\text{故に } \delta_{21} = \delta_2 - \delta_1 = \delta_B' + (\delta_3 - \delta_1) / 2 \\ = \frac{M_2}{k_B + k_2} + \frac{1}{2} (M_1 + \frac{M_2}{2}) \left( \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_1} \right)$$

$$\text{同様に } \delta_{23} = \frac{M_2}{k_B + k_2} + \frac{1}{2} (M_1 + \frac{M_2}{2}) \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_3} \right)$$

$k_2$ の影響下での桁単体のたわみ量は $\delta_B' = (\delta_{21} + \delta_{23}) / 2$ と表わすことができる。また、桁の固有振動数は次のようになる。

$$\frac{1}{f_B'^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_{21}^2} + \frac{1}{f_{23}^2} \right)$$

$f_{21}$ 、 $f_{23}$ は、それぞれ、点1から点2への伝達係数のピーク振動、点3から点2への伝達関数のピーク振動である。点1と点3のゴム支承が同一係数であると仮定すると、 $\delta_1 = \delta_3 = \delta_2 - \delta_{21}$ 、 $f_B' = f_{21}$ となる。このときゴム支承の $k_1$ と $k_3$ は次のように表わされる。

$$k_1 = k_3 = \frac{4\pi^2}{g} (M_1 + \frac{M_2}{2}) / \left( \frac{1}{f_{21}^2} - \frac{1}{f_{23}^2} \right) \cdots (3)$$

低剛性桁の $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$ は次のように設定される。

$$M_1 = \frac{0.51}{2} (W_S + W_{C2})$$

$$M_2 = M_3 = 0.49 (W_S + W_{C2})$$

$W_S$  : 床版の総重量 (t)       $W_{C2}$  : コイル重量 (t)

$W_S = 59.08$  (t)、 $W_{C2} = 1.10$  (t) であるから $M_1 = 15.31$  (t)、 $M_2 = 29.41$  (t) となる。図5のスペクトル図からそれぞれのピーク振動数を読み取ると、 $f_2 = 6.80$  (Hz)、 $f_{21} = 7.32$  (Hz) となり、式

(3) より $k_1 = k_3 = 413$  (t/cm) が得られる。

### 3. 2 低剛性桁の2次振動数から1次振動数の推定

低剛性桁の2次振動のモードは図7のようになる。この2次振動数からその1/4の1次振動数を推定する。桁高の影響で支承部には橋軸方向の振動が表れる。図5は橋軸方向の中央部と支承部のスペクトル比である。今考えている桁の2次振動数は両端がゴム支持のため橋軸方向には比較的自由に変化する。したがって、この桁の2次振動は中央を不動点として考えると考えられる。このため、桁中央上面におかれた測点は支承上面におかれた測点よりHL方向の動きが大きくなる。この結果、図5の15.2Hz付近のピークは2次振動数を表わしていると考えられる。このピークは支承バネ $k_1 = 413$  (t/cm) の影響を受けているから、バネの影響の排除を考える。この桁の2次振動数は、半分の長さの桁の1次振動数に等しい。図6のような片側がヒンジのバネ支持桁を考えればよい。つまり、

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \delta_{2B} + \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_3) \\ \therefore \delta_B &= \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_3) - \delta_2 \end{aligned}$$

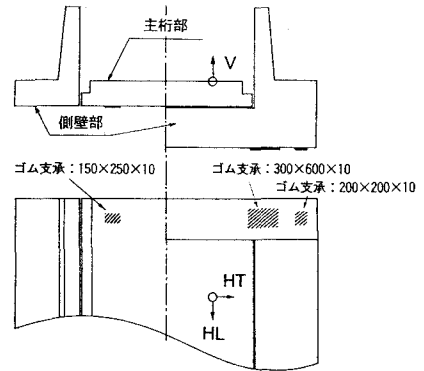


図3 ゴム支承の位置

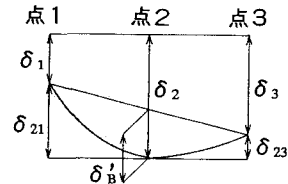
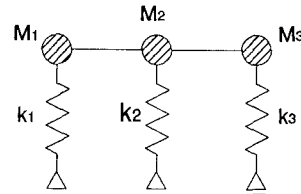


図4 低剛性床版桁モデル

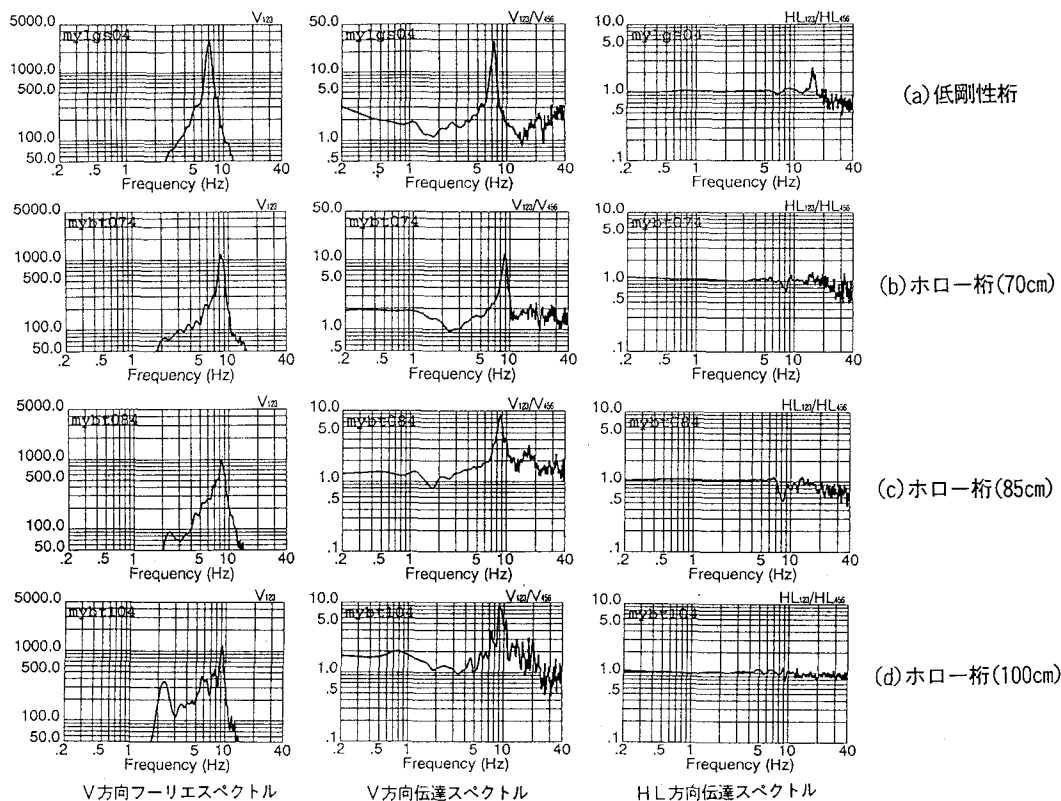


図5 各桁の測定波形

上式に式(2)を代入すると、

$$\frac{g}{\omega_{2B}^2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k_1} \times \left( M_1 + \frac{M_2}{2} \right) + \frac{1}{k_3} \times \left( M_3 + \frac{M_2}{2} \right) \right\} - \frac{g}{\omega_{22}^2}$$

となる。ここで、桁の両端は同じと仮定して

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{k_1} \left( M_1 + \frac{M_2}{2} \right) - \frac{g}{\omega_{22}^2} \\ \therefore \frac{1}{f_{2B}^2} &= \frac{4\pi^2}{k_1 \cdot g} \cdot \left( M_1 + \frac{M_2}{2} \right) - \frac{1}{f_{22}^2} \cdots (4) \end{aligned}$$

桁の長さが半分であるので、 $M_1$ 、 $M_2$ も半分になる。図5のスペクトル図より

$M_1=7.67$  (t) ,  $M_2=14.74$  (t) ,  $g=980$  (cm/sec<sup>2</sup>) ,  $f_{22}=15.2$  (Hz) であるから  $f_{2B}=16.17$  (Hz) が得られる。 $f_{2B}$ は低剛性桁の2次振動数であるから、求める1次振動数は、 $f_B=4.04$  (Hz) となる。

#### 4. ホロー桁の支承バネ係数と固有振動数の推定

##### 4. 1 常時微動を用いた支承上下方向のバネ係数の推定

ここではホロー桁の支承バネ係数と1次固有振動数を求める。低剛性桁の床版桁において両端をバネで支えられた単純桁を考える。両ゴム支承のバネ係数を同一と仮定すると、ホロー桁の支承バネ係数 $k_1$ は次のように表わされる。

$$k_1 = \frac{4\pi^2}{g} \left( M_1 + \frac{M_2}{2} \right) \Big/ \left( \frac{1}{f_{22}^2} - \frac{1}{f_{21}^2} \right)$$

故に $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$ は次のように設定される。

$$M_1 = \frac{0.51}{2} (W_m + W_c) + W_A$$

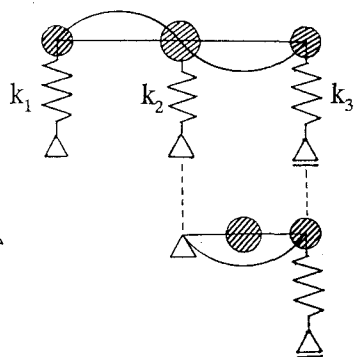


図6 中央に支持がある場合のモデル

$$M_2 = 0.49 (W_m + W_c) + W_B$$

$W_m$  : ホロー部の重量 (t)

$W_A$  : 支承部におけるホローのない部分の重量 (t)

$W_B$  : 支間中央部におけるホローのない部分の重量 (t)

$W_C$  : コイルの総重量 (t)

図5のスペクトル図から各桁の卓越周波数  $f_2$ ,  $f_{21}$ を読み取ると表1のようになる。

桁厚70, 85, 100cmのゴム支承のバネ係数を求めると、それぞれ、  
 $k_{(70)} = 1504.32 \text{ (t/cm)}$ ,  $k_{(85)} = 3495.79 \text{ (t/cm)}$ ,  
 $k_{(100)} = 5140.46 \text{ (t/cm)}$  となる。

#### 4. 2 常時微動を用いたホロー桁の1次振動数の推定

ホロー桁もまたゴム支承の影響を受けているので、桁の1次振動数を得るためには支承部の影響を除外しなければならない。図5のスペクトル図を見ると、支間中央の微動のスペクトルを支承部上面で測定した微動のスペクトルで除したスペクトル比のピーク値から、ゴム支承の影響を除いた桁の固有振動数が得られる。つまり桁厚70, 85, 100cmの固有振動数を  $f_{70T}$  とおくと  $f_{70T} = 8.79 \text{ (Hz)}$ ,  $f_{85T} = 8.59 \text{ (Hz)}$ ,  $f_{100T} = 9.47 \text{ (Hz)}$  が得られる。

表1 各桁厚の周波数

|         | $f_2$ | $f_{21}$ |
|---------|-------|----------|
| 桁厚70cm  | 8.20  | 8.79     |
| 桁厚85cm  | 8.30  | 8.59     |
| 桁厚100cm | 9.18  | 9.47     |

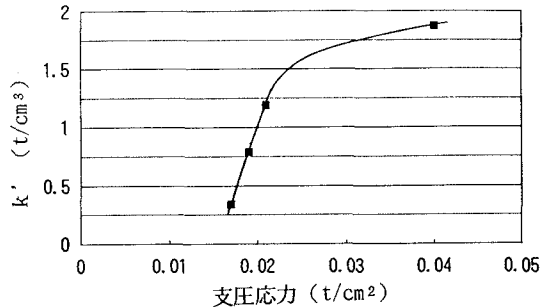


図7 各桁の支圧応力と  $k'$  の関係

### 5. 考 察

#### 5. 1 支承バネ係数についての考察

上で求めた単位面積あたりのバネ係数の値は、低剛性桁の場合、 $k' = 0.55 \text{ (t/cm²)}$ 、ホロー桁の場合、 $k'_{(70)} = 0.34 \text{ (t/cm²)}$ ,  $k'_{(85)} = 0.79 \text{ (t/cm²)}$ ,  $k'_{(100)} = 1.19 \text{ (t/cm²)}$  である。ここで求めた支承バネ係数は形状寸法、桁の重量によって変化する。 $k'$  と支圧応力の関係を図7に示す。これによると、支圧応力が大きくなるとともに  $k'$  は大きくなることがわかる。

#### 5. 2 桁の固有振動数についての考察

低剛性については、1986年の報告書<sup>2)</sup>と比較すると、低剛性桁の支間中央が支持されていない場合の1次振動数は、4.30 (Hz) であった。ただし、この値はゴム支承の影響を除いた値ではないので、実際は4.34 (Hz) 程度と考えられる。したがって、この低剛性桁の桁下面にはクラック等は認められないものの、当初よりも剛性が低下しているものと考えられる。なお、この低剛性桁は現在PC鋼棒にて側壁桁と締結され、剛性が高められている。

図8はホロー桁の固有振動数  $f_{1T}$  が、桁高によってどう変化するか

を見たもので、70cmの桁の固有振動数  $f_{70T}$  を基準にして示している。なおこの図には固有振動数  $f_{1T}$  に関係する  $\sqrt{(I/A)}$  を同じ70cmの桁を基準にして示した。これによると、70cmと85cmは大きな違いはないが、100cmとの違いは大きいことがわかる。

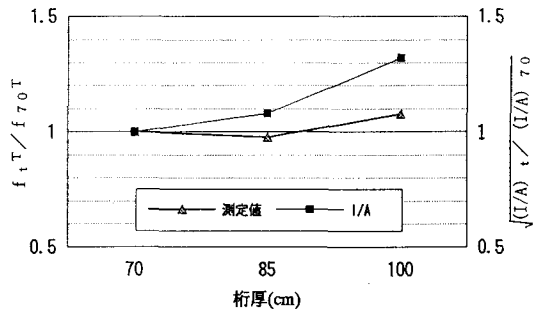


図8 各桁の1次振動数と断面の関係

### 6. まとめ

常時微動を用いた桁の特性分析例を示した。桁の固有振動数をはじめ支承バネ係数などを、常時微動を用いて的確に見積もれることがわかった。

#### 参考文献

- 1) 中村 豊, 富田健司, 西永雅行” 常時微動を用いた橋梁の振動特性の推定”, 地震工学研究発表会, 1993年7月
- 2) 川上博道, 松浦章夫, 杉山兆亘:” 浮上式鉄道用低剛性桁の動的挙動”, (財) 鉄道総研 鉄道技術研究報告, 1986年8月