

(89) 拡張Kalman filterを用いた地盤の非線形特性の同定

東電設計(株) 正会員 吉田郁政

東電設計(株) 正会員 栗田哲史

東電設計(株) 正会員 福井史朗

1. はじめに

地盤の動的変形特性は、通常、不攪乱試料による室内動的試験で求められているが、室内試験に供する試料は各種の乱れが入り込むことから、可能な限り原地盤状態での変形特性の把握が必要である。一方、近年地盤の鉛直アレー観測により強震記録が取得され、貴重なデータの有効活用が望まれる。そこで各種同定手法による地盤特性の同定が行われている。本研究は、**Masing's law**と大崎の履歴則を用いて地盤の非線形性を表し、そのパラメータを拡張**Kalman filter**により同定するものである。数値シミュレーションにより以下のような検討を行った。本研究では応力-ひずみ関係を表す骨格曲線を任意線分で表した。この方法の特徴は、線分数を増やせば任意の骨格曲線を近似的に表すことができることである。数値シミュレーションによる適用性の検討として、想定した骨格曲線を用いた応答解析結果を観測値とみなし、骨格曲線の同定を行った。解析結果は良好であり、本手法の有効性が確認できた。

2. 非線形モデル

非線形モデルは、**Masing's law**とOhsakiの履歴則に従うモデルを用いる¹⁾。

Masing's law :

いま、せん断ひずみを γ 、せん断応力を τ で表し、骨格曲線が以下のように表現できるとする。

$$\tau = f(\gamma) \quad (1)$$

この関数を奇関数： $-f(\gamma) = f(-\gamma)$ であり

$$\frac{df(\gamma_1)}{d\gamma} \geq \frac{df(\gamma_2)}{d\gamma} \quad |\gamma_1| < |\gamma_2| \quad (2)$$

とする。この時、**Masing's law**は次式のように表される。

$$\frac{\tau - \tau_0}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_0}{2}\right) \quad (3)$$

ここで、 (γ_0, τ_0) は骨格曲線の原点(イニシャルポイ

ント)である。

次に、以下のようなOhsakiの提案している3つの履歴則を設けて非線形モデルを規定する。

履歴則 :

- (1) 最初のターニングポイント(ひずみ速度の符号が変化する点)が現れるまで、応力-ひずみ曲線は骨格曲線となる。
- (2) ターニングポイントが現れた後の応力-ひずみ曲線は、**Masing's law**に従う履歴曲線となる。
- (3) 履歴曲線のターミナルポイント(骨格曲線もしくは、イニシャルポイントが位置する最新の履歴曲線と出会う点)を越えた場合は、2つ前の履歴曲線に従う。

骨格曲線 $f(\gamma)$ は各種の関数が提案されているが、本研究では図-1に示すような任意の線分によって骨格曲線を表す。この線分数を増やせば任意の関数形を近似的に表すことができる。

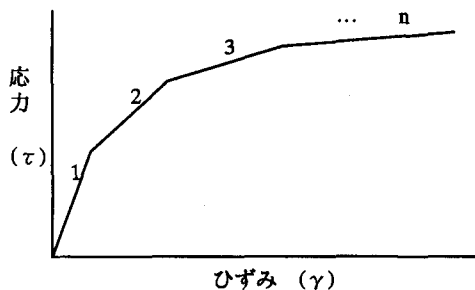


図-1 任意線分で表した骨格曲線

3. 拡張Kalman filterによる同定の定式化

拡張**Kalman filter**によるパラメータ同定の定式化は星谷・斎藤の提案する手法²⁾を踏襲した。但し、非線形応答解析を時間増分領域で定式化したため、状態ベクトル $\mathbf{x}$ は変位増分、速度増分で与えた。

$$\mathbf{x} = \{\Delta \mathbf{u}, \Delta \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{s}\}^T \quad (4)$$

ここで

$\Delta \mathbf{u}$: 変位増分ベクトル

$\Delta \dot{\mathbf{u}}$: 速度増分ベクトル

$\mathbf{s}$: 同定パラメータ

非線形連続型状態方程式及び非線形離散型観測方程式を各々式(5)、(6)に示す。

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, t) \\ &= \left\{ \frac{d\Delta \mathbf{u}_i}{dt}, \frac{d\Delta \dot{\mathbf{u}}_i}{dt}, \frac{d\mathbf{s}_i}{dt} \right\}^T \\ &= \{\Delta \dot{\mathbf{u}}_i, \Delta \ddot{\mathbf{u}}_i, 0\}^T \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{y}_{ik} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{ik}, t) + \varepsilon_k \quad (6)$$

ここで

$\mathbf{y}_{ik}$: 観測ベクトル

ε_k : 観測誤差ベクトル (ガウス白色ノイズ)

$$E[\varepsilon_k] = 0$$

$$E[\varepsilon_k \cdot \varepsilon_l^T] = \mathbf{R}(k) \cdot \delta_{kl}$$

$E[\cdot]$: 期待値

δ_{kl} : クロネッカーのデルタ関数

$\mathbf{R}(k)$: 観測誤差の分散ベクトル

式(4)～(6)に拡張Kalman filterを適用してパラメータの同定を行った。同定パラメータは、せん断剛性の第1勾配から第n勾配までと粘性減衰である。但し、剛性は剛性の値そのものではなく初期剛性 G_0 に対する比、即ち

$$G_m = \alpha_n \cdot G_0 \quad (7)$$

ここで

G_m : 第n番目の接線剛性

α_n : 非線形係数

の α_n を同定するように定式化した。また、勾配の変化点のひずみは既知とした。尚、粘性減衰は履歴減衰を補うものとして考えている。拡張Kalman filterの詳細なアルゴリズムについては参考文献2)を参照されたい。

4. 数値解析結果

対象とした地盤構造は、図-2(a)に示すような2層地盤であり応力-ひずみ関係は、その骨格曲線が複数の線分で与えられるMulti-Linear型モデルで表され

るものとした。解析に用いた地盤の $G_t/G_0-\gamma$ 関係を図-3に示す。ここで、 G_t は接線剛性を表している。ここでは、できるだけ実地盤に近い状態を模擬するため、せん断ひずみ0%～0.1%の間を8分割し、応力-ひずみ関係が滑らかになるようにした。地盤は、上層下層共に同一の $G_t/G_0-\gamma$ 関係を有するものとした。解析では、地盤構造を図-2(b)のように5層に分割してモデル化し、図-2に示した物性と図-3の関係をを用いて線形加速度法により非線形応答計算を行なった。入力波を図-4(a)に、各層の加速度応答波形を図-4(b)に、また、入力に対する第1層のスペクトル比を図-4(c)に示す。図-4(c)には線形の場合、即ち G_0 を用いた場合のスペクトル比も示した。2次のピーク位置はあまり変わらないが、1次のピーク位置は非線形の方がやや長周期にシフトしており、ピーク高さは1次、2次共に小さくなっていることが分る。

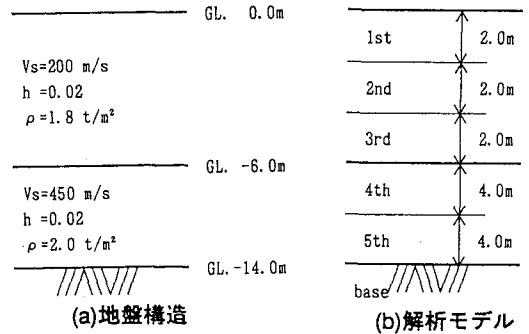


図-2 地盤構造とモデル化

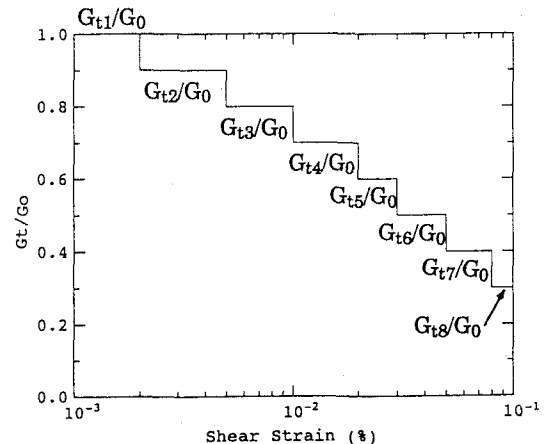


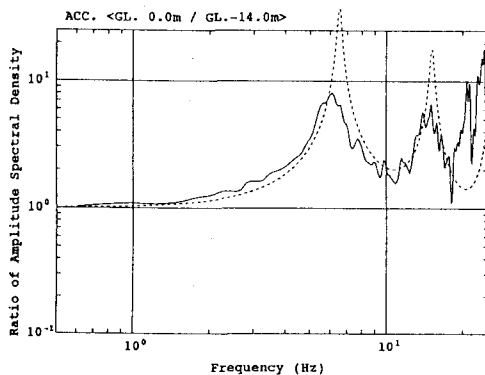
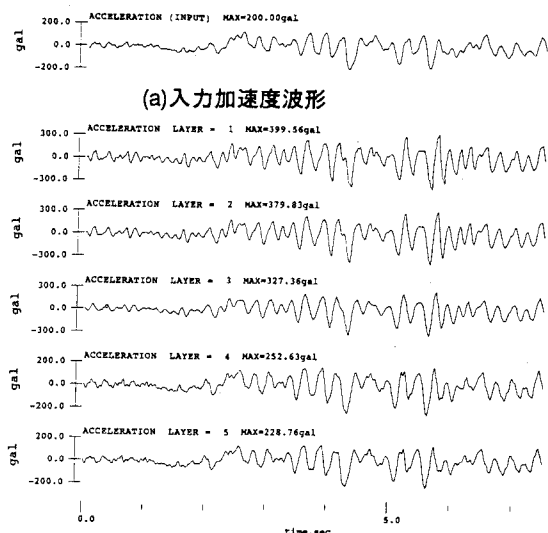
図-3 $G_t/G_0-\gamma$ 関係

この時の第1層の加速度応答と入力加速度が既知であるとして、せん断剛性の G_0 に対する比 $\alpha_s (=G_t/G_0)$ と粘性減衰(h)の同定を行なった。ここで、 G_0 は図-2の V_s と ρ より計算した。但し、各層のせん断剛性の勾配 $G_{t1}/G_0 \sim G_{t8}/G_0$ と減衰定数 $h_1 \sim h_2$ の合計18の未知パラメータを、第1層の加速度応答と入力加速度より同定するのは困難と思われることから、同定解析で用いる応力-ひずみ関係はひずみが $10^{-2}\%$ 以下と以上で分けるBi-Linearモデルとした。また、減衰定数についても全層同値であるとして、等価な減衰を求めた。拡張Kalman filterはOn-Line手法であるが、非線形パラメータの同定は、感度が小さいパラメータが存在するためグローバルな繰返し計算を行ない解の収束性を向上させている。繰返し計算を行なうとき、推定誤差の共分散マトリックスは初期化している。同定を行うときに与えた初期値は $G_{t11}/G_0 = G_{t21}/G_0 = 0.8$ 、 $G_{t12}/G_0 = G_{t22}/G_0 = 0.7$ 、 $h = 0.01$ とした。

同定結果の $G_t/G_0 - \gamma$ 関係を図-5に示す。ここに示した最大ひずみはこの解析で発生した最大のせん断ひずみを表している。即ち、同定結果のせん断剛性には、この最大ひずみ以上のひずみ領域の情報は含まれていないことを示している。せん断ひずみ $10^{-2}\%$ 以下に対応する剛性は上層、下層とも同じ様な同定結果になっており、その値も真の応力-ひずみ関係から考えて妥当と思われる。 $10^{-2}\%$ 以上に対応する剛性は上層と下層とで異なる値が同定されているが、大きなひずみが生じている上層の方が小さな値となっており、これも妥当な結果と考えられる。また、減衰定数の同定結果は $h = 0.033$ であった。同定結果を用いて再度非線形応答解析を行った結果と観測記録との加速度応答の比較を図-6に、履歴曲線の比較を図-7に各々示す。両者は良く一致しており、同定結果の妥当性が示された。

5. おわりに

Masing's lawと大崎履歴則を用いて地盤の非線形特性を表し、拡張Kalman filterを用いてそのパラメータの同定を行なった。数値解析による結果は非常に良好であり、本手法の有効性が確認できた。今後は、鉛



(c)スペクトル比
図-4 入力波形と応答

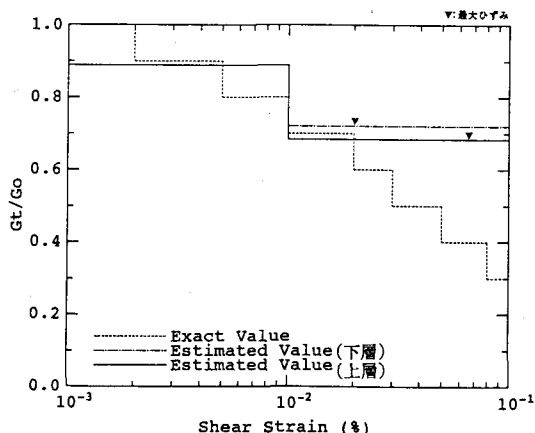


図-5 $G_t/G_0 - \gamma$ 関係 (同定結果)

直アレー観測により得られた強震記録のデータを用いて地盤特性の同定を行なっていく予定である。

謝辞 本研究を行うにあたり武蔵工業大学の星谷勝教授に多くの御助言を頂いた。末筆ながらここに謝意を表する。

参考文献

- 1) Ohsaki, Y.: Some Notes on Masing's Law Non-Linear Response of Soil Deposits, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol. XXXV, No.4, 1980.
- 2) 星谷勝・斎藤悦郎: 拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文報告集, 第339号, pp.59~67, 1983.

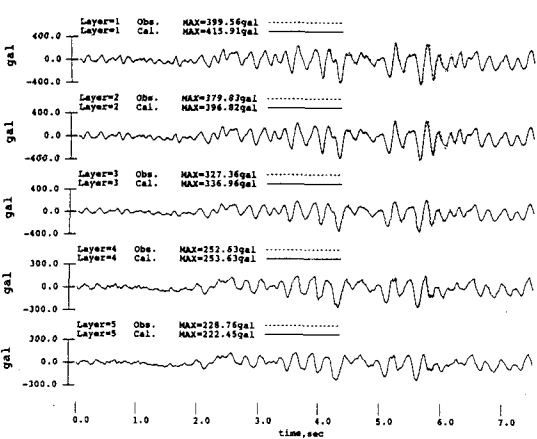
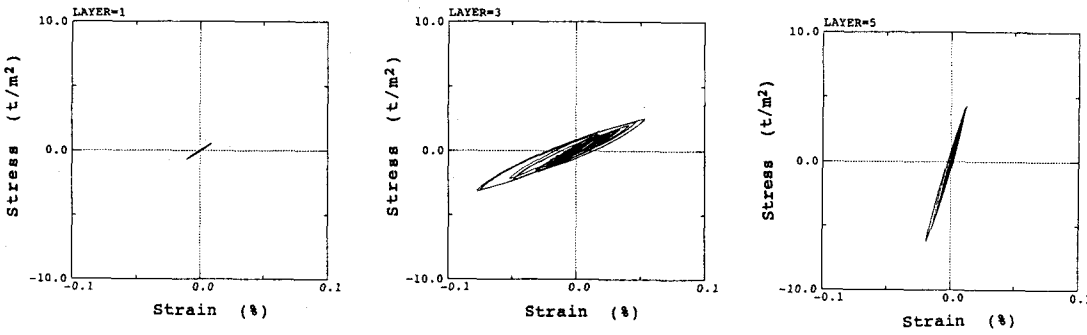
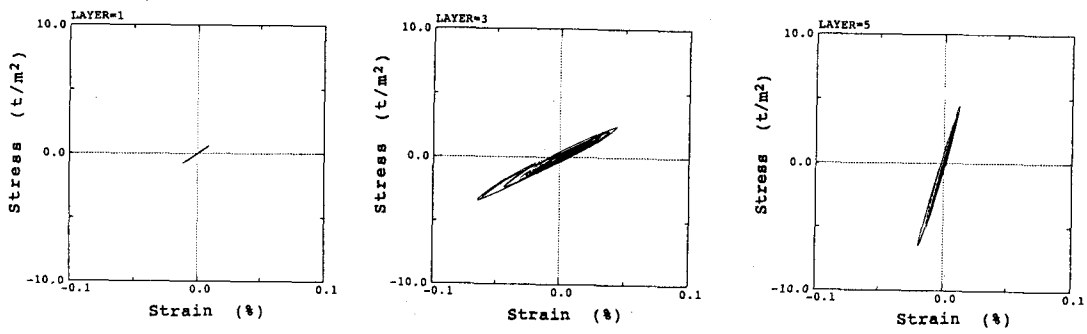


図-6 加速度応答波形の比較
(実線：同定結果 破線：観測記録)



(a) 観測記録



(b) 同定結果

図-7 履歴曲線の比較