

## (65) 鉛直アレー観測記録による地盤のS波速度とQ値の部分同定に関する研究

徳島大学大学院 学生員○岡本 康  
徳島大学工学部 正員 沢田 勉  
徳島大学工学部 正員 平尾 潔  
和歌山工業高等専門学校 正員 辻原 治

### 1. まえがき

近年、地震波を地表及び地中で同時観測する鉛直アレー観測が行われるようになり、これらの記録を用いて、地震時における地盤の動特性を同定しようとする研究が行われている。これまで筆者らも、観測記録から得られる伝達関数とモデルの自乗和誤差を最小にするという評価基準を用いて、地盤のS波速度とQ値を推定した<sup>1)</sup>。この手法では、地中最も深く設置された地震計より地表までの地盤各層のパラメータを一度に推定する。そのため、地盤モデルの層数が増えればそれだけ演算時間も増え、さらに解の精度も低下すると考えられ、従来の手法では同定不能な場合も生じてくる。しかし、地震時の地盤では、ある特定の層の動特性のみ重要となる場合がある。本報告では、地中の3点で同時観測記録が得られているとし、これらの記録が得られた最上点と最下点の間の各層のS波速度とQ値を部分的に同定する、いわゆる部分同定法を提案しその妥当性を検討した。また、観測記録に含まれるノイズの影響を低減するため、スペクトルの平滑化を考慮した同定手法<sup>2)</sup>を解析に取り入れ解の推定精度を検討した。

### 2. 地盤同定問題の定式化

一般に、比較的深い震源の近距離地震による地盤震動の強震部ではS波速度が卓越し、その震央直角成分は、SH波であると考えられる。図-1に示す水平成層構造をもつモデル地盤において鉛直下方よりSH波が入射すると仮定し、地中3点で得られた鉛直アレー観測記録より、記録が得られた最上点と最下点の間の各層のS波速度とQ値を部分的に同定する問題を考える。層厚及び密度は、標準貫入試験等により比較的の精度よく推定されるため既知とし、Q値は周波数によらず一定であると仮定している。

いま、図-1において第p層上面、第q層下面、及び第r層下面において同時観測記録が得られているとし、以下では便宜上これらの点をそれぞれp点、q点、及びr点とする。これら各点での変位振幅を $u_p, u_q, u_r$ とし、せん断応力を $\tau_p, \tau_q, \tau_r$ とすると、重複反射理論より次の2式が得られる<sup>3)</sup>。

$$\begin{Bmatrix} u_q \\ \tau_q \end{Bmatrix} = [R_q] \begin{Bmatrix} u_p \\ \tau_p \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} u_r \\ \tau_r \end{Bmatrix} = [R_r] \begin{Bmatrix} u_p \\ \tau_p \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、

$$[R_q] = [S_q] [S_{q-1}] [S_{q-2}] \cdots [S_m] \cdots [S_{p+1}] [S_p], \quad [R_r] = [S_r] [S_{r-1}] [S_{r-2}] \cdots [S_m] \cdots [S_{p+1}] [S_p] \quad (2)$$

上式に含まれる $2 \times 2$ 行列  $[S_m]$  ( $m=p, p+1, \dots, r-1, r$ ) は第m層の状態を表す行列で、その成分は次式で与えられる。

$$\begin{cases} S_{m,11} = [\exp(i a_m \omega) + \exp(-i a_m \omega)]/2 \\ S_{m,21} = i b_m \omega [\exp(i a_m \omega) - \exp(-i a_m \omega)]/2 \\ S_{m,12} = [\exp(i a_m \omega) - \exp(-i a_m \omega)]/(2 i b_m \omega) \\ S_{m,22} = S_{m,11} \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\omega (=2\pi f)$  は円振動数、 $i$  は虚数単位であり、係数 $a_m, b_m$  は次式のようになる。

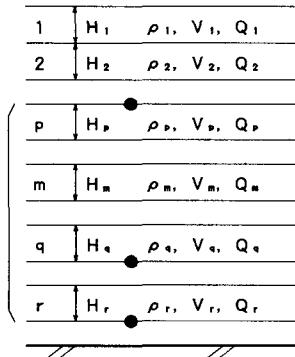


図-1 水平成層地盤

$$a_m = H_m / \left( V_m \sqrt{1+i/Q_m} \right), \quad b_m = \rho_m V_m \sqrt{1+i/Q_m} \quad (4)$$

式(1) の 2 つの式より

$$u_q = R_{q+11}u_p + R_{q+12}\tau_p, \quad u_r = R_{r+11}u_p + R_{r+12}\tau_p \quad (5)$$

ここで、 $R_{i,j}$  は行列  $R$  の  $ij$  成分である。式(5) の 2 つの式より  $\tau_p$  を消去し、 $u_p$  について解くと

$$u_p = \frac{R_{r+12}u_q - R_{q+12}u_r}{R_{r+12}R_{q+11} - R_{r+11}R_{q+12}} \quad (6)$$

式(6) の関係より  $q$  点、 $r$  点で得られる観測記録の複素フーリエスペクトルを  $F_q(f), F_r(f)$  とすると、 $p$  点での複素フーリエスペクトルを以下のように表すことができる。

$$F_p(f) = \frac{R_{r+12}F_q(f) - R_{q+12}F_r(f)}{R_{r+12}R_{q+11} - R_{r+11}R_{q+12}} \quad (7)$$

式(4) からわかるように、式(2) の行列  $[R_q], [R_r]$  を構成する  $[S_m]$  は、部分的に同定を行う地盤各層の層厚  $H_m$ 、密度  $\rho_m$ 、S 波速度  $V_m$ 、及び Q 値  $Q_m$  を含むから、式(7) の  $F_p(f)$  はこれらの地盤パラメータの非線形関数となる。ここで、地盤各層の層厚  $H_m$ 、及び密度  $\rho_m$  を既知とすると、同定すべきパラメータは S 波速度  $V_m$  と Q 値  $Q_m, m=p, p+1, \dots, r+1, r$  となる。これら同定すべきパラメータを一般的に  $a=(a_1, a_2, \dots, a_N)$  として、式(7) の  $F_p(f)$  を  $F_p(f:a)$  で表すと、パラメータ  $a$  は  $p$  点の観測記録より得られるスペクトル振幅  $|F_p(f)|$  と式(7) のスペクトル振幅の残差平方和を最小にする次のような評価関数として同定される。

$$Se = \sum_{i=1}^{Nf} \{|F_p(f_i:a)| - |F_p(f_i)|\}^2 \rightarrow \min \quad (8)$$

ここで、 $f_i$  は対象とする振動数領域を分割したときの  $i$  番目の振動数点、 $Nf$  はそのときの離散振動数点の数、また、 $a=(a_1, a_2, \dots, a_N)$  は同定すべきパラメータで、 $N$  はパラメータの数で  $N=2(r-p+1)$  である。なお、式(8) の評価関数を最小にする  $a$  を決定するために、改良 SLP 法（改良反復線形計画法）<sup>4)</sup> を用いた。

### 3. 地盤同定問題への平滑化の導入

観測記録には種々の原因でノイズが含まれており、その大小がパラメータの推定精度と深くかかわっている。したがって、精度の高い同定結果を得るために、ノイズの影響を低減する必要がある。ノイズの性質が明らかな場合には、フィルターに通す等により除去することが可能であるが、一般にはわからない。そこで、周波数領域の解析では、スペクトルの平滑化がなされている。従来の研究では、観測記録より得られた値のみ平滑化し同定していた。しかし、記録のスペクトルを平滑化するとスペクトルに本来含まれている正しい情報までゆがめてしまう場合があり、記録のみの平滑化では同定精度を向上させることができない。そこで本研究では、観測値のみならず理論値をも平滑化することにより、地盤の同定精度を改良する方法を導入する。

前述の式(8) の評価関数において、理論値と観測値の両方のスペクトルに平滑化を考慮すると、式(8) の評価関数は次式のように表される。

$$Se = \sum_{i=1}^{Nf} \{|\hat{F}_p(f_i:a)| - |\hat{F}_p(f_i)|\}^2 \rightarrow \min \quad (9)$$

ここで、 $\sim$  は平滑化を意味し、 $|\hat{F}_p(f_i:a)|, |\hat{F}_p(f_i)|$  は次式のように表される。

$$|\hat{F}_p(f_i:a)| = \sqrt{\sum_{k=-Nb}^{Nb} W_k |F_p(f_{i+k}:a)|^2}, \quad |\hat{F}_p(f_i)| = \sqrt{\sum_{k=-Nb}^{Nb} W_k |F_p(f_{i+k})|^2} \quad (10)$$

ここで、 $W_k$  は振動数点  $f_i$  においてパワースペクトルの平均をとるときの重み係数である。 $Nb$  は平滑化バンド幅によって決まる振動数点の数を表している。

観測記録に含まれるノイズの影響を低減するために、以上のように平滑化を考慮した解析を行う。また、

平滑化には種々のスペクトルウィンドウが用いられるが、以下の数値計算においては Parzen ウィンドウを用いる。

### 3. 数値計算および考察

#### (1) 同定手法の妥当性の検討

式(8)の評価関数を用いて、特定の層のS波速度とQ値を部分同定することの妥当性について、計算機シミュレーションにより検討する。解析に用いた地盤モデルの諸元を表-1に示す。図-2は、この地盤モデルのS波速度とQ値の深さ方向の分布を示したものであり、このモデルの第8層、第9層、及び第10層の3層を部分同定する。部分同定法では、観測記録が3点必要であるため、上述の3層のみ同定するには、モデルの第8層上面、第9層下面、及び第10層下面（基盤面）で観測記録が得られている必要がある。そこで、これらの点を各観測点（図-2の○点）とし、第10層下面の入力加速度波に最大加速度を100galとし

た有帯域ホワイ  
トノイズ（帯域  
幅0.1Hz~20.0Hz  
 $\Delta t=0.02\text{sec}$ ）を  
用いて、各観測  
点での応答加速  
度波を表-1の  
バラメータと重

複反射理論により求めた。図-3はシミュレートした各加速度波であり、これらを用いて解析を行った。同定の初期値は、表-1に示すS波速度とQ値の1.5倍とし、改良SLP法による繰り返し回数は100回とした。また、式(8)の評価関数は、帯域幅0.1Hz~20.0Hzの振動数領域を100等分した振動点でのスペクトルを対象にした。このような条件により、地盤モデルの第8層、第9層、及び第10層を部分同定した結果を図-4に示す。図中の細線、中線、及び太線は、それぞれ初期値、収束値、及び真値に対応している。ただし、この図においては、中線（収束値）と太線（真値）は完全に一致しているので両者を識別できない。図より、S波速度とQ値の各収束値は、ほぼ完全に真値に収束することがわかる。

また、図-5は、各バラメータの収束状況を示したもので、図の横軸は繰り返し回数、縦軸はS波速度、あるいはQ値を示している。この図より、各バラメータは約30回程度の繰り返し回数で真値に収束することがわかる。以上の結果より、部分同定法で水平成層地盤内の特定の層のS波速度とQ値を同定しても妥当な推定値が得られることがわかる。

表-1 地盤モデルの諸元

| 層番号 | 層厚(m) | 密度(t/m <sup>3</sup> ) | S波速度(m/s) | Q値 |
|-----|-------|-----------------------|-----------|----|
| 1   | 10    | 1.4                   | 100       | 10 |
| 2   | 10    | 1.5                   | 200       | 10 |
| 3   | 10    | 1.6                   | 300       | 10 |
| 4   | 10    | 1.7                   | 250       | 10 |
| 5   | 10    | 1.8                   | 300       | 10 |
| 6   | 10    | 1.9                   | 350       | 20 |
| 7   | 10    | 2.0                   | 400       | 20 |
| 8   | 10    | 2.1                   | 250       | 20 |
| 9   | 10    | 2.2                   | 300       | 20 |
| 10  | 10    | 2.3                   | 550       | 20 |

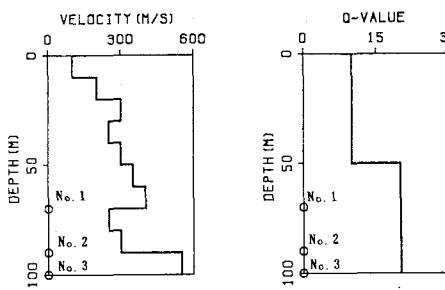


図-2 S波速度とQ値の深さ方向の分布

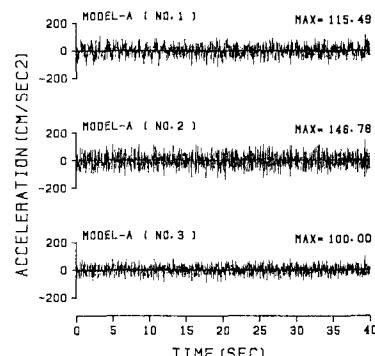


図-3 加速度波形

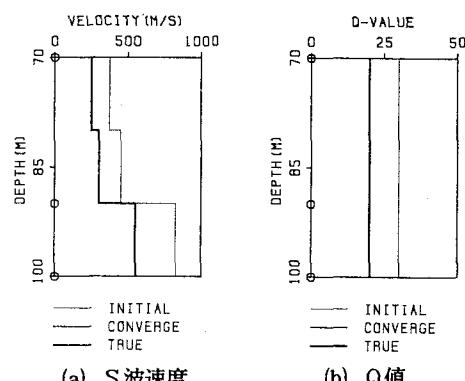


図-4 同定結果

## (2) 平滑化を考慮した同定手法による解の精度

スペクトルの平滑化を考慮した手法を部分同定法に導入し、観測記録がノイズを含む場合の推定精度を計算機シミュレーションにより検討する。解析に用いた地盤モデルは、先程表-1で示したものとし、記録が得られた観測点も同じ位置(図-2の○点)とする。ここでの観測記録は、第10層下面の入力加速度波に最大加速度を100galに基準化したEl Centro 地震波(SE成分)を用いて先程と同様に各観測点での応答加速度波を求めた。そして、これらの各加速度波に対し、r.m.s.強度で5%の有帯域ホワイトノイズをそれぞれ加えたものをノイズ5%の観測記録とした。図-6は、シミュレートした各観測記録( $\Delta t=0.02\text{sec}$ , 繼続時間40.96sec)であり、これらを解析に用いた。同定の際の初期値、及び改良SLP法による繰り返し回数は先程と同様である。また、解析に用いた評価関数は、平滑化を考慮した式(9)とし、帯域幅0.1Hz~20.0Hzの振動数領域を100等分した振動数点でのスペクトルを対象にした。表-2は、図-6のノイズ5%を含む観測記録を用いて、平滑化バンド幅を0.0Hzから1.0Hzまで0.2Hz刻みで変化させて同定した場合の推定誤差を%で示したものである。この表より、平滑化しない場合(バンド幅0.0Hz)のQ値の推定誤差は、50%以上と極端に悪いことがわかる。しかし、平滑化を行った場合、どのバンド幅でもQ値の推定誤差は改善されている。特にバンド幅0.8Hz, 1.0Hzの場合、Q値の推定誤差は最大で8.6%の誤差となっている。また、S波速度については、どの場合でも3%以下の誤差内で同定された。このように、観測記録にノイズが含まれる場合、記録と理論値のスペクトルを同様に平滑化する手法により、Q値の推定精度が改善されることがわかった。

## 4. 終わりに

ある特定の層のS波速度とQ値を同定することを目的とした部分同定法を提案してその妥当性を検討し、あわせてその手法にスペクトルの平滑化を導入した場合の同定精度も検討した。その結果、水平成層地盤において部分同定が可能であること、及び記録と理論値のスペクトルを同様に平滑化する手法は、観測記録にノイズが含まれる場合に部分同定の推定精度を改善することがわかった。

## 参考文献

- 1) 辻原・沢田他：構造工学論文集, Vol. 36A, pp. 747-756, 1990,
- 2) 辻原・沢田他：構造工学論文集, Vol. 39A, pp. 783-792, 1993, 3) 土岐：構造物の耐震解析，技報堂, 1981,
- 4) 沢田・辻原他：土木学会論文集, No. 446/I-19, pp. 205-213, 1992

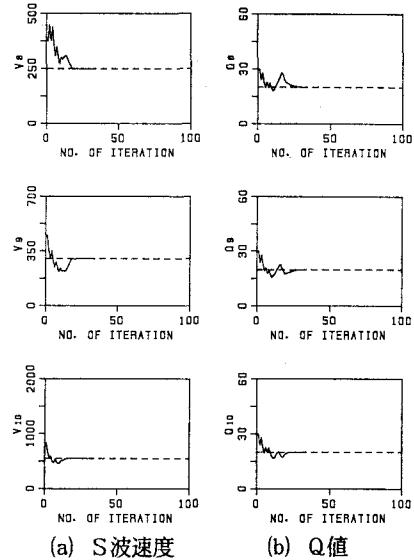


図-5 収束状況

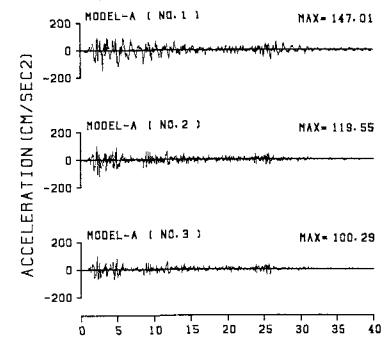


図-6 観測記録(ノイズ5%)

表-2 推定誤差(ノイズ5%)

| バンド幅<br>(Hz) | S波速度の誤差(%)     |                |                  | Q値の誤差(%)       |                |                  |
|--------------|----------------|----------------|------------------|----------------|----------------|------------------|
|              | V <sub>s</sub> | V <sub>g</sub> | V <sub>1.0</sub> | Q <sub>a</sub> | Q <sub>g</sub> | Q <sub>1.0</sub> |
| 0.0          | - 2.4          | + 1.4          | - 0.3            | - 55.2         | +132.6         | +216.4           |
| 0.2          | + 0.2          | + 0.8          | - 0.1            | - 48.7         | + 78.1         | + 99.4           |
| 0.4          | + 0.5          | + 0.4          | - 0.3            | - 37.6         | + 31.5         | + 53.2           |
| 0.6          | + 0.7          | + 0.2          | - 0.5            | - 24.8         | + 8.9          | + 25.7           |
| 0.8          | + 1.0          | 0.0            | - 0.6            | - 8.4          | - 5.3          | + 5.6            |
| 1.0          | + 1.1          | - 0.1          | - 0.6            | - 1.4          | - 8.6          | + 0.7            |