

(41) 動的境界要素法における半無限要素の有効性に関する検討

山口大学大学院○久成 竜
山口大学大学院 王 均
山口大学工学部 三浦房紀

1. まえがき

地震波入力を受ける表層地盤の応答を求める問題は、耐震工学上非常に重要である。最近このような問題に対して、半無限領域を扱うのに有効な境界要素法が多く用いられている。このような半無限地盤を扱うには、ある対象地盤を想定して地盤側面を自由地盤として解析を行う方法等が用いられている。しかし、このような方法によると、モデルの対象地盤の範囲を広大にとらなければ正確な応答値が得られず、それにより要素数が増大するので、必ずしも効率的な解析とは言えない。

そこでモデル化の範囲を縮小させるために、本研究ではFig. 1に示すように表層地盤の上下面の両端に半無限要素を導入する方法を提案した。半無限要素とは、その要素自体が半無限に広がる範囲を代表するもので、これにより少ない要素数で精度の高い応答を求めようとするものである。しかし、境界要素法に対する半無限要素は動的解析に対してこれまで適用されていない¹⁾。本研究ではまず半無限要素を面外問題に適用する手法を提案し、その適用性について考察した。半無限要素の有効性はその座標変換や形状関数に大きく依存するので、本研究では座標変換と形状関数を決定するパラメータを幾通りか変化させ、その最適値に対して考察を加えた。さらには、決定した半無限要素の有効性について検討を加えた。

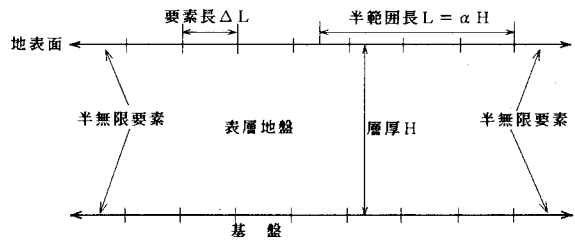


Fig. 1. 半無限要素を導入したモデル

2. 半無限要素

地盤上下両端4ヶ所に用いる半無限要素の局所座標 ξ と全体座標 x の関係を次式で与える。

$$x = x^* + \frac{1-\xi}{1+\xi} A \quad \dots (1)$$

$$dx = -\frac{2A}{(1+\xi)^2} d\xi \quad \dots (2)$$

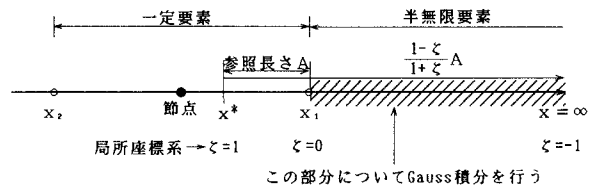


Fig. 2. 半無限要素の座標変換

ここで式中の A は最適な半無限要素を作り出すためのパラメータであり、この値の大きさについて後で検討を加える。

次に形状関数 $g(\xi)$ は、 x が ∞ に近づくにつれ変位、表面力が0に近づくように与える。すなわち、 u_0 、 t_0 を要素節点の変位および表面力であるとする、半無限要素内の変位 u と表面力 t は次式で与えられる。

$$u = g(\xi) u_0 \quad \dots (3)$$

$$t = g(\xi)^2 t_0 \quad \dots (4)$$

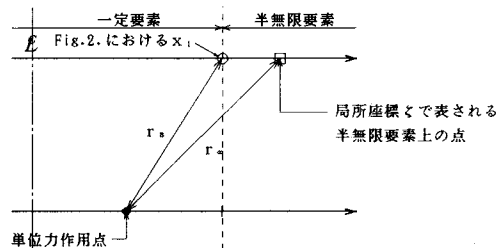


Fig. 3. r_s , r_∞ の説明

ここに、 $g(\zeta)$ はFig. 3における r_s 、 r_∞ を用いて $g(\zeta) = \frac{r_s}{r_\infty(\zeta)}$ とする。

3. 解析モデル

解析モデルは、Fig. 1のような地表面が水平で側方両側に半無限に広がっているものを用いる。基盤は剛体とし、正弦波が地盤鉛直下方より表層地盤に入射すると仮定する。なお表層地盤の材料定数については、単位体積重量 $\gamma = 2.8 \text{ t/m}^3$ 、ポアソン比 $\nu = 0.22$ および減衰定数 $h = 0.1$ と設定した。また、層厚、せん断波速度をそれぞれいく通りか変化させて両者を組み合わせた数種のモデルを用いた。それぞれの場において、通常要素（一定要素）のみを用いた場合（BEM）の解析と半無限要素を導入した場合（IBEM）の解析結果を比較検討する。

4. BEM（境界要素法）による応答解析

BEMで数値解析を行うと、モデルの対象領域を大きくすれば、すなわち半範囲長 L を長くすればより正確な解が得られるという傾向がある。そこで、精度良い結果を得るために最低限必要な半範囲長 L （収束半範囲長 L' ）を次のように定義した。

このモデルにおける地表面中央部分の加速度応答絶対値の数値解析結果を u 、弾性論に基づく理論解を u_{THEORY} とすると、

$$\text{理論解に対する誤差} = \left| \frac{u - u_{THEORY}}{u_{THEORY}} \right| \times 100 \quad \dots (5)$$

が5%以内に留まっているものを正解に収束したとみなし、その時点での半範囲長を収束半範囲長 L' とした。そして各入力振動数に対しての収束半範囲長をBEMの解析から求めて表したものの一例がFig. 4である。この図の示している通り、精度良い解析を行うには非常に大きい半範囲長 L が必要となる。Fig. 4(a)（層厚 $H = 25\text{m}$ 、せん断波速度 $v_s = 200\text{m/s}$ ）の場合、固有振動数 f_0 は2Hzであるが、入力振動数 f がこの2Hzを越えた付近から L' は長くなってその直後でピークに至り、 $f = 4\text{Hz}$ となるまでは L' の増大は収まらない。すなわちこの区間（ $f_0 \leq f \leq 2f_0$ ）では要素数を増加させないと高精度の結果が得られない。また、Fig. 4(b)（ $H = 25\text{m}$ 、 $v_s = 400\text{m/s}$ 、固有振動数4Hz）においても同様なことが言え、この図を見ると f が4Hz～8Hzで L' が増大しているのが分かる。

5. IBEM解析による応答解析

解析モデルの対象領域を縮小させるような半無限要素を見出すために、最適な A を決定しなければならない。そのために、まず収束半範囲長 L' が長くなる部分（入力振動数 $f = f_0 \sim 2f_0$ ）に注目して、固有振動数（固有振動数2Hz）の一致する3ケースのモデル（以後、これらをまとめて相似モデル3ケースと呼ぶ）について解析を行った。各モデルの諸元としては、層厚 H に対してせん断波速度 v_s 、要素長 ΔL がそれぞれ比例関係にあるように表-1.のように設定した。

表-1. 相似モデル3ケースの各諸元

	$H \text{ (m)}$	$v_s \text{ (m/s)}$	$\Delta L \text{ (m)}$
Model (a)	100	800	20
Model (b)	50	400	10
Model (c)	25	200	5

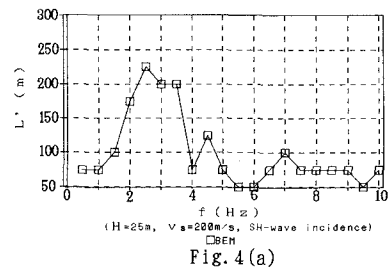


Fig. 4(a)

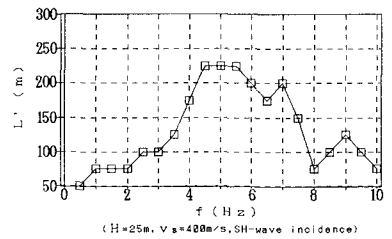


Fig. 4(b)

Fig. 4. 各入力振動数における L'

これら3ケースを用いて、 $a_0 = \omega H / \pi v_s$ (ω :円振動数)で表される無次元振動数 $a_0 = 0.75$ について解析を行った結果がFig. 5である。

これらの図よりAの値に対する L' の値は同様な傾向を示しており、最も L' が短くてよいAの範囲ではBEMで $L' \geq 3\lambda$ (λ :入射波長)であるのに対してIBEMでは $L' < \lambda$ と1/3以下になっている。しかしながら、このAは各モデルにおいて数値が異なっており、Aを一定の数値として表すことはできない。そこで、Aに対する L' の傾向の相似性に着目し、最適なAに対する共通要因を考える。その要因としては要素長あるいは波長が候補として挙げられる。以下、これらについて検討を加える。

6. 最適なAを与える要因

まず、要素長とAとの関係について検討を行った。隣接する通常要素の要素長に比べて半無限要素の寄与が大きくなりすぎると、マトリクス成分の大きさがアンバランスになることが予想される。これが解析の精度に影響を及ぼすとも考えられる。そこで要素長とAとをバランス良く組み合わせることによってよりよい精度を得ることを試みた。そのために、層厚、せん断波速度を一定として、要素長 $\Delta L = 20, 10, 5$ mとした要素でモデルを分割し、それぞれについてAと L' の関係を調べた結果がFig. 6である。この図によると要素長によって大きなばらつきがあり、最適なAは要素長にはあまり依存しないと考えられる。

次に入射波長 λ とAの関係を検討した。ここではAを λ の倍数に置き換えることにより最適Aを調べた。無次元振動数 $a_0 = 0.75$ を入力しているFig. 5においてAを λ で無次元化 ($k = A / \lambda$) して表したものがFig. 7である。3本の線はほとんど重なり、 $k = 0.12 \sim 0.15$ においてAの最適値を与えることが分かる。同様なことを $a_0 = 0.5$ において調べるとFig. 8のようになった。ここでも最適なAが $k = 0.12 \sim 0.15$ の範囲にあるのが分かる。BEM解析による L' が波長の1.75倍となっているのに対して、最適なAを用いたIBEM解析では L' が波長の1.25倍と低減している。入力振動数が $f_0 \leq f \leq 2f_0$ となる範囲についてはほぼkが同程度の数値となることが推測される。以上のことからAは入射波長に依存し、 $A = (0.12 \sim 0.15)\lambda$ を用いた半無限要素が最適であるといえる。

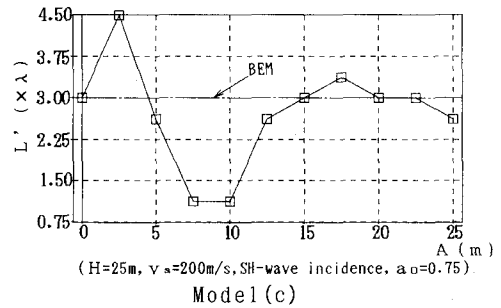
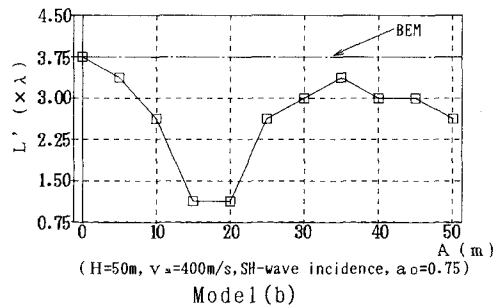
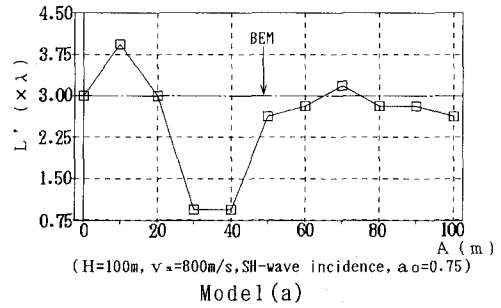


Fig. 5. 相似モデル3ケースとAと L' との関係

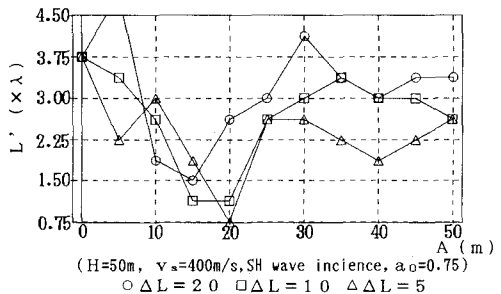


Fig. 6. Aと L' に及ぼす要素長の影響

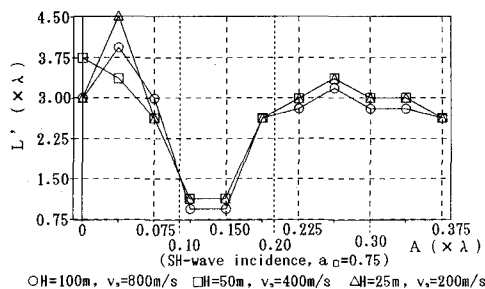


Fig. 7. 相似モデル3ケースのkとL' との関係

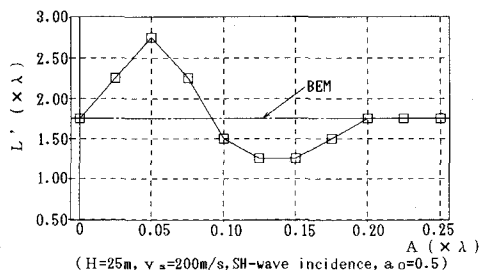


Fig. 8. $a_0=0.5$ の場合kとL' との関係

以上においては入力振動数が $f_0 \sim 2f_0$ の範囲にあるときの最適なAを調べたが、もっと広い範囲の入力振動数をとったときにこの半無限要素がどのような効果を示すのかを調べる必要がある。そこで入力振動数 $0.5 \text{ Hz} \sim 10 \text{ Hz}$ において、BEM解析とIBEM解析の収束半範囲長の比較を行った。その結果をFig. 9 ((a): $H=25\text{m}$, $v_s=200\text{m/s}$; (b): $H=25\text{m}$, $v_s=400\text{m/s}$) に示す。Fig. 9においてBEM解析によるL'を□, IBEM解析によるL'を●として表している。図より明かなように、ほとんどの入力振動数について□よりも●の方が小さくなっている。この両者の差が半無限要素の効果といえる。また、高い振動数領域では両図とも●が $L'=75\text{m}$ で一定になっており、非常に短い半範囲長で正解が得られることが分かる。さらにこの図から分かることは、 L_{IBEM} のピークが L_{BEM} のピークの約2分の1になっていることである。すなわち、これは本研究で提案した半無限要素を用いれば半分の要素数で同程度の精度を得ることができることを意味している。

7. まとめ

以上、本研究より以下のことが明らかになった。

- 1) BEM解析の収束半範囲長の増大がみられるのは地盤の固有振動数 $f_0 \sim 2f_0$ の範囲である。
- 2) 最も良好な半無限要素を生ずる参照長さAは、入射波長の0.12~0.15倍である。
- 3) この半無限要素を用いたIBEM解析ではBEM解析の約2分の1の収束半範囲長で同程度の精度を得ることができる。

本研究では、基盤が剛体であるモデルに対して半無限要素の有効性を調べたが、基盤を弾性体と考えた場合はどのような半無限要素が適当であるかを調べる必要がある。このことは、面内問題に対しての検討と併せて今後の検討を加えていく。

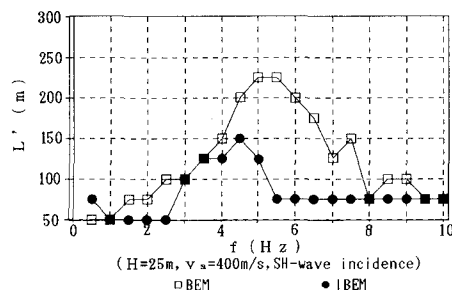
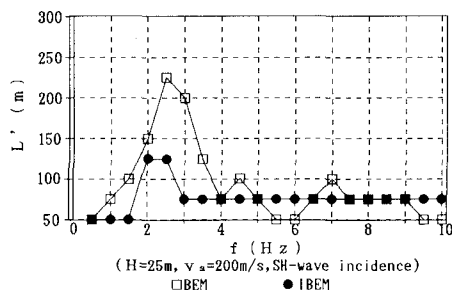


Fig. 9. 各入力振動数におけるBEMとIBEMの収束半範囲長の比較

参考文献1) Zhang Chuhan and Song Chongmin: "Boundary Element Technique in Infinite and Semi-infinite Plane Domain" Proc. of the Int. Conf. Beijing, China, pp551~558, 1986