

(40) SH波入射による地盤応答に対する不整形地表面の影響

宮崎大学工学部
宮崎大学大学院

正員
学生員

原田 隆典
寺本 諭司

1. まえがき

地盤震動のこれまでの研究の多くは水平成層構造の地盤震動を検討したもので、これによって観測記録を解釈することが多い。したがって、水平成層構造でない、いわゆる不整形な構造の地盤の震動がどのようなかを検討しておくことは必要であり、最近、この種の問題を研究したものも増えてきている。不整形地盤の震動問題は数値解析法と波動方程式の閉じた形式の解を求める解析法の2つに大別できるが、本報告では、いわゆる摂動法による解析解の適用性について境界要素法による数値解析法を用いて検討する。

2. 摂動法に基づく解析解の概要

ここで示す解析解は図1に示すような半無限地盤上に表層地盤が存在する2層地盤で地表面の高さが場所によって異なる不整形地表面を有する場合のものである。もちろん、摂動法に基づくと、図1に示す以外の不整形地盤に対しても、また、SH波以外のP-SV波および3次元問題に対しても解析解を導くことができる。図1の不整形地表面における応答変位の第1次近似解は振動数-波数領域で次のように求められる。

$$v^I(\kappa, f) = \left[\frac{p}{\cos \gamma H} \delta(\kappa - \kappa_0) + f(\kappa - \kappa_0) q \gamma_0 \frac{\sin \gamma H}{\cos \gamma_0 \cdot \cos \gamma H} \left(\frac{\kappa \kappa_0 - \kappa_0^2}{\gamma \gamma_0} - \frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \right] 2v_{in} \quad (1)$$

ここに

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - \kappa^2}, \quad \text{Re} \gamma \geq 0, \quad \text{Im} \gamma \geq 0(e^{-i\omega t}), \quad \text{Im} \gamma \leq 0(e^{i\omega t}) \quad (2)$$

$$p = \frac{1}{1 + i \frac{\mu \gamma}{\mu_1 \gamma_1} \frac{\sin \gamma H}{\sin \gamma_1 H}}, \quad q = p \frac{1 - i \frac{\mu \gamma}{\mu_1 \gamma_1} \frac{\cos \gamma H}{\sin \gamma_1 H}}{1 + i \frac{\mu \gamma}{\mu_1 \gamma_1} \frac{\sin \gamma_0 H}{\sin \gamma_{10} H}} \quad (3)$$

式(1)において、右辺第1項は水平成層地盤の応答を表し、第2項は不整形地表面による散乱波の効果を表す。

3. 直接境界要素法による解析の概要と精度の検証

BEMによる解析の方法は成書に譲り、ここでは、本研究で用いたBEMの精度について検討しておく。図2に示すような半円形の谷または丘を有する地盤に対しては解析解がすでに求められているので、この解析解と本研究で用いたBEMの結果を比較しておく。本研究で用いたBEMでは、図2に示すように71の一定要素で要素分割をした。図3と図4に厳密解(Trifunac 1973, Yuan and Men 1992)とBEMによる振動数応答を比較した。図3と図4の縦軸は入射SH波の振幅 v_{in} に対する地表面の応答変位振幅を表わし、横軸は半円形谷と半円形丘の半径 a で無次元化した場所 (x/a) を表わす。入射角は鉛直軸(z -軸)から時計回りに計るものとし、入射角 $=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ における比較をした。なお、振動数は無次元振動数 $\eta = 2\omega a/C_S = 1.0$ としたものを図3と図4に示している。図から分かるように両者には極めてよい一致が得られ、BEMの精度が確認できたものと思われる。

4. 摂動法による解析解の検証

式(1)は表層地盤の平均深さが H でその変動深さが $f(x)$ で表せるような地盤に対するもので、図2のような地盤に対しても適用できるが、BEMの解が振動数毎の場所 x の関数として応答振幅を与えているので、式(1)とBEMの比較を行うためには式(1)の波数 κ に関するフーリエ変換を数値的に行う必要があり、解析解との直接的な比較ができないので、ここでの比較は図4に示すような正弦波的に変動する地表面を有する半無限地盤に対して比較を行う。SH波は鉛直下方から入射されるものとすると、この場合の解は式(1)より

$$v^I(x, f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} v^I(\kappa, f(\kappa)) e^{i\kappa x} d\kappa = \left[1 + f_0 \frac{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2}{\sqrt{\left(\kappa^*\right)^2 - \left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2}} \cos \kappa^* x \right] 2v_{in} \quad (4)$$

ここに、式(4)の右辺第2項の正負は式(2)の定義と同じである。また、 f_0 は不整形地表面の振幅を表し、 κ^* は不整形地表面の水平方向の波数を表す。水平成層地盤の場合には、 $f_0 = 0$ であるから地表面の応答は場所 x に依存する事なくどこでも $2v_m$ となる。摂動法では、散乱波動の第1次近似解を採用しているの、場所 x の変動としては不整形地盤の変動と同じく $\cos \kappa^* x$ で変動するものとなっている。 $\kappa^* = \omega/C_S$ の条件では、その変動の振幅が無限大となるような解となっているが、実際には、 $\cos \kappa^* x$ 以外の散乱波動も存在しているため、これらの散乱波の効果によって散乱波の振幅が無限大となることはあり得ない。事実、BEMによる解析ではそのような現象は認められない。式(4)を改良するために見かけ上、材料減衰定数を導入して、せん断波速度 C_S を次のような複素数とし、 $D = 0.08$ を採用すると、BEMとの一致がよいようである。

$$C_S^* = C_S(1 \pm iD), \quad (e^{\pm i\omega t}), \quad D = 0.08 \quad (5)$$

以後の計算では、地盤の材料減衰定数は $D = 0.08$ として計算を進める。

摂動法では、不整形地盤の高さと傾きが小さいとして解析解が求められているので、不整形地盤の高さと傾きは摂動法の精度を決める重要なパラメータである。本研究では、次のように定義される高さと傾きのパラメータを用いて摂動法の精度を検討する。

$$\alpha = \frac{f_{max}}{S_{wavelength}} = \frac{f_{max}\omega}{2\pi C_s}, \quad \beta = \frac{4f_{max}}{L} \quad (6)$$

ここに f_{max} = 不整形地盤の高さ、 C_s = S波の速度、 L = 不整形地盤の最小波長。本研究の比較では、 $\beta = 0.125, 0.250, 0.500, 1.000$ の4つの不整形地盤モデルを用いた(図5と表1参照)。これらの4つの地盤モデルにおいて、入射SH波の振動数を変えて、高さパラメータ $\alpha = 0.02, 0.06, 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.20, 0.22, 0.24$ の10ケース毎の地表面の振動数応答を計算した。摂動法とBEMによる誤差を次のようなパラメータで評価した。

$$ABS_{L2Error} = 100 \sqrt{\frac{\sum_{x=1}^n (|v_B| - |v_P|)^2}{\sum_{x=1}^n |v_B|^2}} \quad (7a)$$

$$Re_{L2Error} = 100 \sqrt{\frac{\sum_{x=1}^n (Re(v_B) - Re(v_P))^2}{\sum_{x=1}^n Re(v_B)^2}} \quad (7b)$$

ここに、 v_B = BEMによる振動数応答、 v_P = 摂動法による振動数応答。

図6に上記の2つの誤差パラメータと α, β の関係をプロットした。図6によると、誤差パラメータは不整形地盤の高さパラメータ α と傾きパラメータ β の増加とともに急激に増加するのが分かる。この例では、およそ $\alpha \leq 0.1$ 、 $\beta \leq 0.25$ の範囲で、誤差パラメータは安定しているようである。したがって、摂動法の解はおよそ次のような範囲で適用できるものと言えよう。

$$f_0 \leq \alpha \lambda, \quad f_0 \leq \frac{\beta}{4} L, \quad \alpha = 0.1 \sim 0.1, \quad \beta = 0.25 \quad (8)$$

ここに、 f_0 = 不整形地盤の高さ、 λ = S波の波長、 L = 不整形地盤の波長。

図7は $\alpha = 0.06, 1.0$ 毎の $\beta = 0.25$ における不整形地盤の振動数応答を比較したもので、摂動法とBEMの解はこの範囲でよく一致している。

5. 入射SH波による半無限地盤上の不整形地表面を有する表層地盤の応答に基づく確率波の振動数一波数スペクトル

入射SH波を定常確率過程と仮定し、更に、不整形地表面の変動量 $f(x)$ を均質確率過程と仮定すると、不整形地盤の応答は定常一均質確率波と見なされる。したがって、その振動数一波数スペクトルは次のように定義される。

$$S_{vv}(\kappa, \omega) = |v(\kappa, \omega)|^2 \quad (9)$$

式(1)を式(9)に代入すると、

$$S_{vv}(\kappa, \omega) = [|A|^2 \delta(\kappa - \kappa_0) + |B|^2 S_{ff}(\kappa - \kappa_0)] S_{v_{in}v_{in}}(\omega) \quad (10)$$

ここに、 S_{ff} は不整形地表面の変動量 $f(x)$ の波数スペクトルを表わす。式(10)の A と B は次のように与えられる。

$$A = \frac{2p}{\cos \gamma H} \quad (11a)$$

$$B = \frac{2q\gamma_0 \sin \gamma H}{\cos \gamma H \cos \gamma_0 H} \left(\frac{\kappa \kappa_0 - \kappa_0^2}{\gamma \gamma_0} - \frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \quad (11b)$$

また、 p と q は式(3)で与えられる。式(10)の適用範囲は式(8)の f_0 と L を次のように波数スペクトルのモーメントから求められる2乗平方根高さと平均波長に置き換えて与えられよう。

$$f_{RMS} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ff}(\kappa) d\kappa \quad (12a)$$

$$L_{MEAN} = 2\pi \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{ff}(\kappa) d\kappa}{\int_{-\infty}^{\infty} \kappa^2 S_{ff}(\kappa) d\kappa}} \quad (12b)$$

ここに、 $f_{RMS} = f(x)$ の2乗平方根高さ、 $L_{MEAN} = f(x)$ の平均波長。

6 まとめ

本研究では、入射SH波による半無限地盤上の不整形地表面を有する表層地盤の応答を摂動法によって解析的に求めた。その解析解の精度を境界要素法を用いて検討した。摂動法の適用範囲は、不整形地盤の高さがS波の波長の15パーセント以下で、かつ不整形地盤の傾きが0.25以下と推定された。最後に、入射SH波を定常確率過程と仮定し、更に、不整形地表面の変動量 $f(x)$ を均質確率過程と仮定できる場合、不整形地盤の応答は定常均質確率波と見なされる。この応答の振動数一波数スペクトルを求めた。振動数一波数スペクトルは不整形地盤の応答波形の振動数毎および場所毎の相関に関する全ての情報を含んでいるため、その相関関数を振動数一波数スペクトルから計算することができる。また、振動数一波数スペクトルに適合する確率波のサンプル波形を計算することができる。

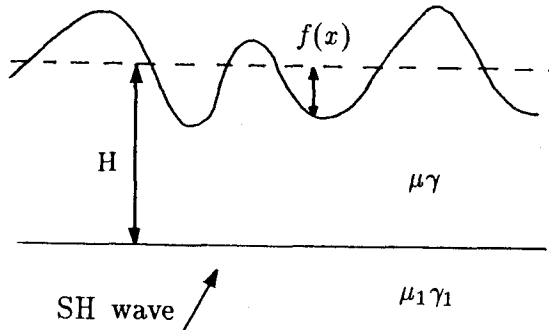


図1 不整形地表面を有する2層地盤

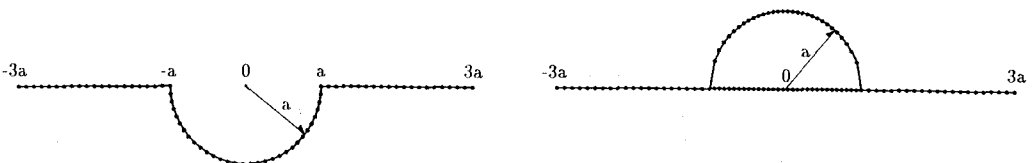


図2 半円形谷と丘の要素分割

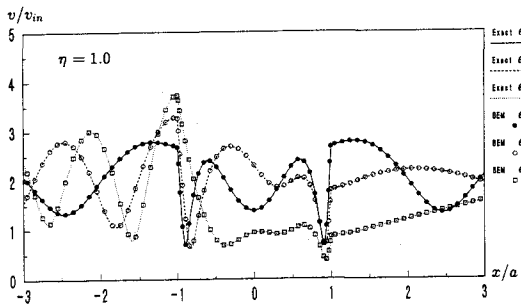


図3 半円形谷の地表面の振動数応答の比較
(実線は厳密解 Trifunac 1973)

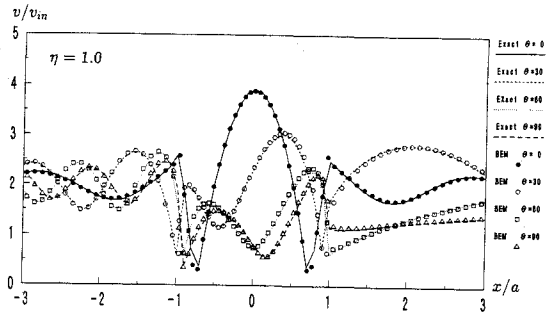


図4 半円形丘の地表面の振動数応答の比較
(実線は厳密解 Yuan and Men 1992)

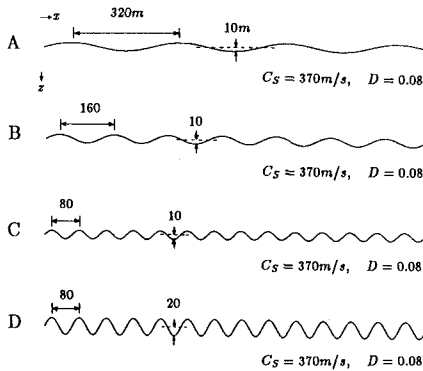


図5 調和波形の地表面を有する4つの
半無限地盤モデル

表1 調和波形の地表面を有する4つの
半無限地盤モデルのパラメータ

Model	Height in m	Wave Length in m
A	10	320
B	10	160
C	10	80
D	20	80

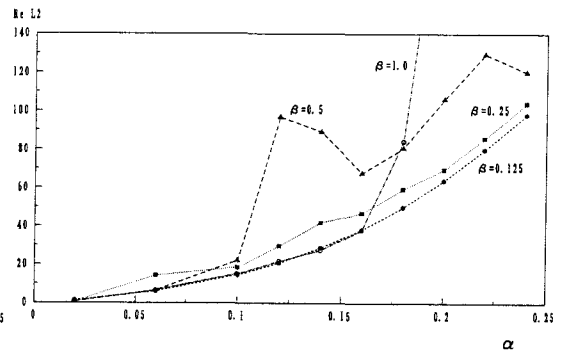
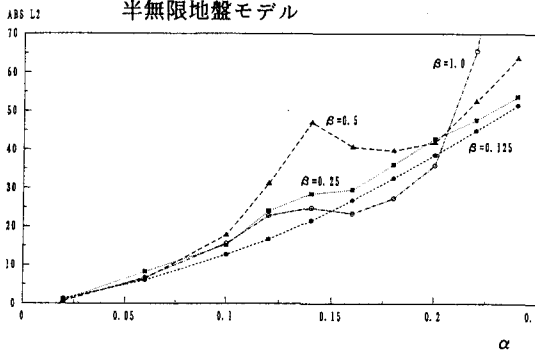


図6 誤差パラメータの特性

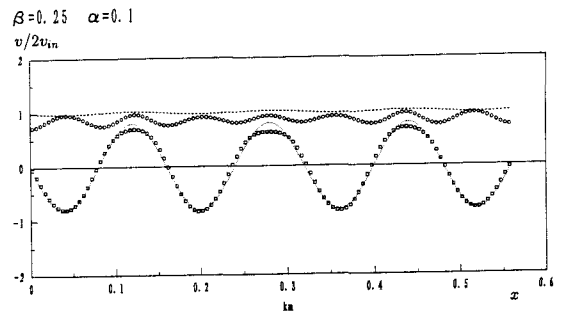
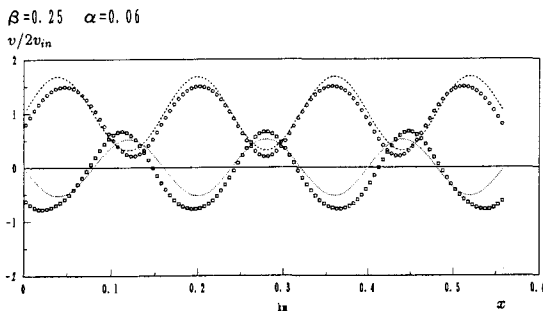


図7 不整形地盤の振動数応答