

(8) 多次元解析に用いる簡易な構成則の提案

佐藤工業(株) 辻野 修一
同 上 吉田 望

1. はじめに

土の簡易なモデルとして、DuncanとChangのモデル¹⁾がある。彼らは軸差応力と軸ひずみの関係を双曲線で表し、接線剛性を応力の関数として表すことでひずみの初期条件に関する複雑さを避ける方法を提案した。その特徴は事項に示すが、繰返し載荷、載荷中の拘束圧の変化に対しては適用できない。ここでは、彼らの方法の長所を生かし、繰返し載荷、拘束圧依存性などを考慮できる手法を提案する。

2. Duncan-Changのモデルの特徴

DuncanとChangによるモデルは、次のようにまとめることができる。

①軸差応力と軸差ひずみの関係に双曲線モデルを用いている。

②双曲線モデルの上限に対し、 $R_f (\leq 1)$ というパラメータを導入する。すなわち、

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (1)$$

ここで、添字 f は材料の圧縮強度、添字 ult はモデルの上限を表す。 R_f の導入により実験値とモデルの一致度をあげることができる。

③初期剛性が、最小主応力 σ_3 に依存する。

④圧縮強度を、最小主応力が一定のもとでMohr-Coulombの破壊条件より求める。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2)$$

⑤接線剛性を応力比の関数として表わし、ひずみの定義に関する複雑さを回避した。

一方、一般的な応力条件に用いる場合には、次のような欠点がある。

①単調載荷のみの定義である。

②初期剛性の応力依存性、強度の算出方法で最小主応力を用いている。これは、彼らの方法は σ_3 が一定の三軸試験の結果を基にしているためと考えられる。しかし、初期剛性は平均拘束圧に依存するというのが一般的な考えであるし、 σ_3 も変化する。③前項と同じ要因と考えられるが、彼らの求めた接線剛性は、 σ_3 を一定としたときの値である。 σ_3 が変化する場合には、接線剛性ではない。

3. 提案する方法の考え方

まず、①せん断成分と体積変化成分が分離できるとする、②ダイラテンシーによる体積ひずみは必要なら別途考慮する、の二つの方針を設ける。また、拘束圧の変化も考慮すると全体を包括するような接線剛性の算出は困難であるので、変形成分ごとに別々に応力成分を求めることにする。

問題を(微小な)ひずみ増分が与えられ、応力(増分)を求めることに限る。体積変化に対する拘束圧増分 dp は、次式で表される。

$$dp = B(d\epsilon_v - d\epsilon_{vd}) \quad (3)$$

ここで、 B は接線体積係数であり、拘束圧の関数である。また、 $d\epsilon_v$ は全体積ひずみ増分、 $d\epsilon_{vd}$ はダイラテンシーによる体積ひずみ増分である。せん断変形では拘束圧の変化は生じないので、以後は拘束圧が既知であるとして計算ができる。

せん断変形に関し、拘束圧依存性を考慮するため、次の無次元量を用いる。

$$\eta = \frac{\sigma_e}{\tau_{max}}, \quad \xi = \frac{e \cdot G_{max}}{\tau_{max}} \quad (4)$$

ここで、 σ_e は相当応力、 e は相当ひずみ、 G_{max} は微小ひずみ時のせん断弾性係数、 τ_{max} はせん断強度である。拘束圧が既知なので G_{max} は拘束圧依存性を考慮しても求めることができる。また、 τ_{max} は拘束圧の関数として次のように表す。

ここで、 c は粘着力、 ϕ は内部摩擦角である。

無次元相当応力-無次元相当ひずみ関係を次のように表す。

$$\eta = \eta(\xi) \quad (6)$$

式(6)には拘束圧が陽な形で入っていない。式(6)より接線剛性が応力比の関数として求められたとする（具体的な式は後に示す）。偏差ひずみ増分 de_{ij} に対する無次元量は次式となる。

$$d\xi_{ij}^r = de_{ij} \bar{G}_{max} / \bar{\tau}_{max} \quad (7)$$

ここで、せん断剛性、せん断強度はそれぞれ増分計算前後の値の平均値である。これに g を掛け、無次元化偏差応力増分を求めれば、与えられた応力増分後の偏差応力 s_{ij} は次式によりの求めることができる。

$$s_{ij} = (\eta_{B,ij} + g d \xi_{ij}) \tau_{max} \quad (8)$$

ここで、 $\eta_{B,ij}$ は増分計算前の偏差応力比である。

4. 繰返し載荷時のモデル化

除荷後についても、適切な g が求めれば前項の式をそのまま使うことができる。除荷以降は、図-1 に示すように、偏差応力比で表した空間上で除荷するたびに新しい記憶曲面を確保していくとする。なお、除荷・再載荷は無次元相当応力増分の正負で判定している。Mohr-Coulomb の破壊条件と対応させるため、記憶曲面はこの空間上で球形とし、新しい活性曲面 (active surface) の中心は、応力反転点(除荷応力点)と前の記憶曲面の中心を結ぶ線分上を移動するものと仮定する。さらに、その運動を簡単にするために、活性曲面と記憶曲面は除荷応力点において接するものとする。この仮定により、活性曲面の中心の運動を特に規定することなく、簡単な計算よ

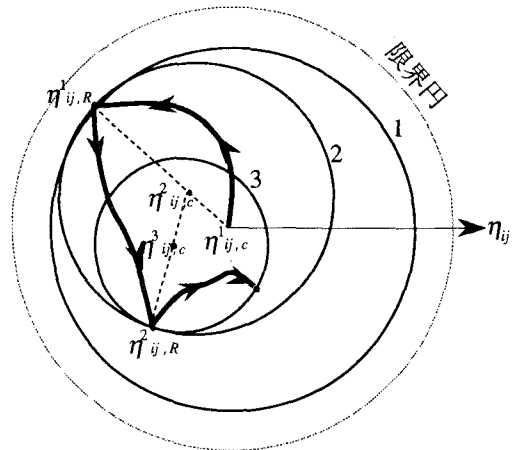


図-1 除荷にともなう記憶曲面

り、載荷各段階での活性曲面の中心の運動は結果として 図-1 除荷にともなう記憶曲面
与えられる。記憶曲面は図で点線で示したMohr-Coulombの破壊条件を限界の大きさとする（応力-ひずみ関
係の定義によっては必ずしもそうではない）。ここでは、繰返し載荷時に g を求める応力比を活性曲面の半
径とする。なお、相似比が 2 の Masing 則を用いるとすれば、式(6)の関数形は処女載荷時と除荷時で同じであ
る。

除荷点の応力比に添字₀、除荷時の記憶曲面の中心に_cの添字をつけることにすると、現在の記憶曲面の中心（チルダをつけて示すことにする）は次のように表される。

$$\begin{aligned}\tilde{\eta}_{ij} &= k\eta_{ij,c} + (1-k)\eta_{ij,R} \\ k &= \frac{(\eta_{ij} - \eta_{ij,R})(\eta_{ij} - \eta_{ij,R})}{2(\eta_{ij} - \eta_{ij,R})(\eta_{ij,c} - \eta_{ij,R})}\end{aligned}\quad (9)$$

したがって、最初の曲面から順番に迫いかければ、現在の活性曲面を確定することができ、したがって半径（接線剛性計算用の応力比）を求めることができる。

5. 各種モデル

よく用いられるモデルに対する、相当応力－相当ひずみ関係、無次元化量で表した関係、および接線剛性 g を示す。

双曲線モデル

$$\sigma_e = \frac{G_{R, \max} e}{1 + \frac{G_{R, \max} e}{\tau_{R, \max}}}, \quad \eta = \frac{\xi}{1 + \xi}, \quad g = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = (1 - \eta)^2 \quad (10)$$

なお、Duncan-Chang の用いた強度比 R_f を用いる場合には、次のようになる。

$$\eta = \frac{\xi}{1 + R_f \xi}, \quad g = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = (1 - R_f \eta)^2 \quad (11)$$

R-Oモデル

$$e = \frac{\sigma_e}{G_{\max}} \left(1 + \alpha \left(\frac{\sigma_e}{\tau_{\max}} \right)^{\beta-1} \right), \quad \xi = \eta (1 + \alpha \eta^{\beta-1}), \quad g = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = \frac{1}{1 + \alpha \beta \eta^{\beta-1}} \quad (12)$$

吉田らの方法²³⁾

吉田らは1次元解析を前提としてひずみの関数として与えられた任意の割線定数比と減衰特性のひずみ依存性に対し、処女載荷に対しては部分線形関数で、除荷以後については減衰特性を満たす仮想の双曲線関数と Masing 則の組み合わせを使うことで条件を満たす方法を提案している。この関係のひずみを相当ひずみと読み変えれば同じ手法が2次元解析に対しても使うことができる。

処女載荷時には、規準拘束圧下の量に添え時。を付けることにすれば、相当応力－相当ひずみ関係が部分線形関数で表されているので、与えられた応力比に対する規準応力下の接線剛性 G_o は $\sigma_{e,o} = T \tau_{\max,o}$ より求めることができ、これより現在の拘束圧の基での接線剛性 G は、次式により求められる。

$$G = \frac{G_o G_{\max}}{G_{\max,o} \left(1 + \left(\frac{G_{\max}}{G_{\max,o}} - 1 \right) \frac{\eta}{\tau_{\max,o}} \right)^2} \quad (13)$$

除荷して以降は、双曲線モデルが使われるので、次のようになる。

$$\sigma_e = \frac{G_{R, \max} e}{1 + \frac{G_{R, \max} e}{\tau_{R, \max}}}, \quad \eta = \frac{\frac{G_{R, \max}}{G_{\max}} \xi}{1 + \frac{\tau_{\max} G_{R, \max}}{G_{\max} \tau_{R, \max}} \xi}, \quad g = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = \frac{G_{R, \max}}{G_{\max}} \left(1 - \frac{\tau_{\max}}{\tau_{R, \max}} \eta \right)^2 \quad (14)$$

なお、添字 R の付いている変数は、履歴によって決まる量である。

6. 計算例

ここで提案したモデル化を用いて2次元解析を行う。載荷方法としては、図－2に示す様な等方圧密状態から(a)単純せん断した場合、および(b)軸方向圧縮・伸長によるせん断した場合の合計3種類の載荷方法を比較する。図の(a)はダイレタンシーを考えなければ拘束圧の変化はない。一方(b)はせん断変形と共に拘束圧の変化も生じる。解析は、全ケースとも等方圧密状態 ($\sigma_x = \sigma_y = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$) からせん断を行った。モデルパラメータを表－1に示す。

図－3は単純せん断、圧縮側、伸長側の3つの経路のせん断応力－せん断ひずみ関係を比較したものである。ただし、軸圧縮・伸長時には、 $\tau = (\sigma_y - \sigma_x)/2$ 、 $\gamma = \epsilon_y - \epsilon_x$ としてプロットしている。これらの結果より、平均拘束圧の増加する軸圧縮の経路のせん断剛性が最も高く、拘束圧の減少する軸伸長のケースの剛性が最も低くなっており、せん断時の拘束圧の変化による応力－ひずみ関係の変化が表現できている。図－4は等方圧密からの繰返し単純せん断載荷（応力振幅 $\tau_a = 0.3 \text{ kgf/cm}^2$ ）の例であるが、処女載荷時および Masing 則を用

いた履歴曲線が表現できている。

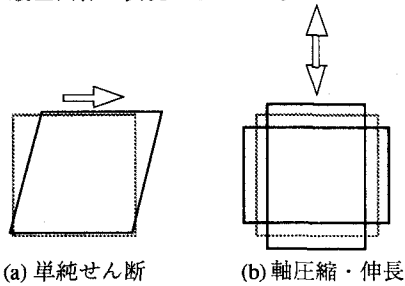


図-2 荷重方法

表-1 モデルパラメータ

せん断弾性係数 G_0	$1200\sqrt{\sigma'_m}(\text{kgf/cm}^2)$
ポアソン比 ν	0.25
破壊時の内部摩擦角 ϕ_f	40°
強度パラメータ R_f	1.0

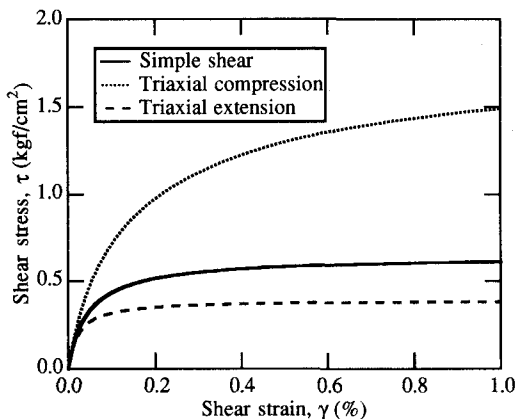


図-3 単調荷重時の応力-ひずみ関係

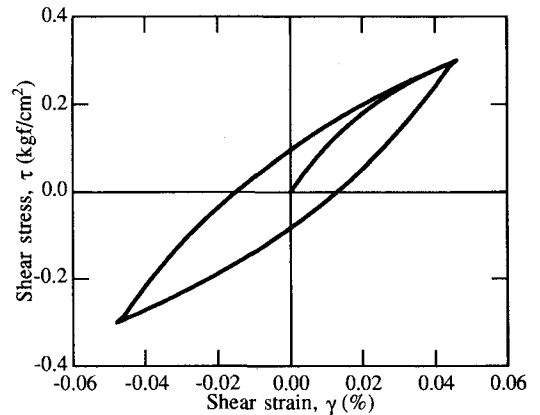


図-4 繰返し荷重時の応力-ひずみ関係

7. おわりに

多次元解析に用いることのできる、簡易な土の応力-ひずみ関係を求める方法を提案した。この方法は無次元化した接線剛性が相当応力のせん断強度に対する比の関数として表すことができる任意の関数に対して適用することができる。利用できる関数の範囲が広いので、適用範囲は広いと考えられる。なお、ダイレタンシーの考慮については今後の課題としたい。さらに、ここで示した計算例は単純な応力経路についてのみであるが、今後種々の応力経路について計算するとともに、詳細な弾塑性構成モデルとの比較を通じて適用性を検討していきたい。

参考文献

- 1) Duncan, J.M. and Chang, C.Y., Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE, Jour. of SM, Vol.96, No. SM5, pp.1629-1653, 1970.
- 2) 吉田望、辻野修一、石原研而、地盤の1次元非線形解析に用いる土のせん断応力-せん断ひずみ関係のモデル化、日本建築学会大会学術講演梗概集(中国)、pp.1397-1398、1990.
- 3) 吉田望、地盤の1次元非線形解析に用いる土のせん断応力-せん断ひずみ関係のモデル化 その2 液状化解析への適用性の検討、第46回土木学会年次学術講演会講演概要集、pp.252-253、1991.