

# (119) 埋設基礎を有する道路橋橋脚の固有周期と減衰定数に関する理論的研究

宮崎大学工学部 原田隆典  
(株) タダノ 山下典彦

1. まえがき 一般道路橋の橋脚と基礎地盤系を最も簡略化した上部1自由度、基礎2自由度(水平と回転)の振動モデルを用いて、橋脚の基本固有周期と減衰定数を理論的に研究したのでその概要を報告する。なお、この概要は文献[1]に基づいている。

2. 橋脚・基礎地盤系の解析モデル 図1に示すような水平1自由度、基礎の水平・回転の2自由度を有する合計3自由度の解析モデルを考える。基礎周辺地盤が地震時に基礎・橋脚へ及ぼす効果は次のように定義される有効地震動  $u_{CT}$ 、 $\theta_{CT}$  および基礎地盤系の複素ばね係数  $K_{hh}^*$ 、 $K_{rr}^*$ 、 $K_{hr}^*$ (= $K_{rh}^*$ )によって表すことができる。

- 有効地震動：基礎地盤系モデルにおいて基礎の質量を零としたときの基礎の地震応答値。地表面レベルでの無質量基礎の地震応答値の水平、回転成分を  $u_{ct}$ 、 $\theta_{ct}$  とする。
- 複素ばね係数：基礎地盤系モデルにおいて、無質量基礎に単位の変位を支えるために必要な力。地表面レベルでの複素ばね係数の水平、回転成分およびそれらの連成成分を  $K_{hh}^*$ 、 $K_{rr}^*$ 、 $K_{hr}^*$ (= $K_{rh}^*$ )とする。

この有効地震動は周辺地盤から基礎・橋脚へ入力される地震動を表すものであり、一方、複素ばね係数は基礎橋脚の振動に対する地盤の抵抗や振動エネルギーの周辺地盤への逸散を代表する。図1(b)に示すように基礎上面(=地表面レベル)および上部質点を力のつり合を考える位置とすると、振動数領域における3自由度系の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -m_S\omega^2 + K_S^*(\omega) & -m_S\omega^2 & -m_S L \omega^2 \\ -m_S\omega^2 & -(m_S + M)\omega^2 + K_{hh}^*(\omega) & -(m_S L - M L_f)\omega^2 + K_{hr}^*(\omega) \\ -m_S L \omega^2 & -(m_S L - M L_f)\omega^2 + K_{rh}^*(\omega) & -(m_S L^2 + J_G + M L_f^2)\omega^2 + K_{rr}^*(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_T \\ \theta \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} m_S\omega^2 \\ (m_S + M)\omega^2 \\ (m_S L - M L_f)\omega^2 \end{Bmatrix} u_{CT} + \begin{Bmatrix} m_S L \omega^2 \\ (m_S L - M L_f)\omega^2 \\ (m_S L^2 + J_G + M L_f^2)\omega^2 \end{Bmatrix} \theta_{CT} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\omega$  = 振動数、 $m_s$  = 上部質点の質量、 $M$  = 基礎の質量、 $J_G$  = 基礎重心回りの質量モーメント、その他の記号に関しては、図1に示すようである。

3. 動的相互作用を考慮した1自由度系モデル 式(1)から橋脚の相対変位  $u$  は次のように書き換えられる。

$$[-m_S\omega^2 + K_e^*]U_e = m_S\omega^2 U_{ge} \quad (2)$$

ここに

$$K_e^* = \frac{K_S^* A}{A + K_S^* B}, \quad U_{ge} = \frac{C}{A} u_{CT} + \frac{D}{A} L \theta_{CT}, \quad U_e = \frac{K_S^*}{K_e^*} u \quad (3)$$

また、

$$A = M J_G \omega^4 - [J_G K_{hh}^* + M L_f (L_f K_{hh}^* + 2 K_{hr}^*) + M K_{rr}^*] \omega^2 + (K_{hh}^* K_{rr}^* - K_{hr}^{*2}) \quad (4.a)$$

$$B = -[J_G + M(L + L_f)^2] \omega^2 + (K_{rr}^* + K_{hh}^* L^2 - 2 K_{hr}^* L) \quad (4.b)$$

$$C = -[J_G K_{hh}^* + M(L + L_f)(L_f K_{hh}^* + K_{hr}^*)] \omega^2 + (K_{hh}^* K_{rr}^* - K_{hr}^{*2}) \quad (4.c)$$

$$D = -\left[\frac{J_G K_{hr}^*}{L} + \frac{M(L + L_f)}{L}(L_f K_{hr}^* + K_{rr}^*)\right] \omega^2 + (K_{hh}^* K_{rr}^* - K_{hr}^{*2}) \quad (4.d)$$

式(2)は図1(c)に示すような基礎固定の1自由度系に地震動が作用するときの振動数領域での運動方程式である。したがって、 $K_e^*$ 、 $U_{ge}$  および  $U_e$  は基礎と地盤および橋脚の動的相互作用を考慮した橋脚の複素ばね係数、橋脚への入力地震動および橋脚の相対変位であると解釈することができる。

4. 動的相互作用を考慮した橋脚の固有周期と減衰定数の近似式 式(2)、(3)で与えられる橋脚の等価複素ばね係数  $K_e^*$  を数値計算例を含めて理論的に検討すると、一般道路橋脚の固有周期  $T_e$  と減衰定数  $h_e$  が次のように

近似できるようである。

(1) 直接基礎、抗基礎を含み基礎の質量が大きくない場合では、

$$T_e = R_0 T_S, \quad h_e = h_S \left( \frac{1}{R_0} \right)^3 + h_0 \quad (5)$$

ここに、 $T_s$ 、 $h_s$ は基礎固定時の橋脚の固有周期と減衰定数で、また、 $R_0$ 、 $h_0$ は基礎地盤系の静的ばね係数と減衰係数および基礎同定時の橋脚の静的ばね係数から決まる定数である。

(2) 埋没深さ 5 m 以上の深いケーソン基礎を有する場合では、

$$T_e = \begin{cases} R_1 T_S & T_e > T_{FD} \\ T_S & \text{その他} \end{cases}, \quad h_e = \begin{cases} h_S + h_1 & T_{FD} < T_e < T_g \\ h_S \left( \frac{1}{R_0} \right)^3 + h_0 & \text{その他} \end{cases} \quad (6)$$

ここに、 $R_1$ 、 $h_1$ は基礎地盤系の静的ばね係数と減衰係数および基礎固定時の橋脚の静的ばね係数および基礎の固有周期  $T_{FD}$  から決まる定数である。また、 $T_g$  は表層地盤の固有周期である。ケーソン基礎のように埋没深さが深い場合には、基礎の質量効果が無視できなくなり基礎の固有周期が、橋脚の固有周期と減衰定数に影響してくるために、式(6) のように表される。数値計算では以下のような諸元の橋脚-基礎地盤系を用いた [2]。

一般道路橋（道路橋示方書で設計が取り扱われる支間 200 m 以内、橋脚高さ 20m 未満）の橋脚・基礎構造系で橋脚の橋軸方向の水平振動を解析の対象としている。基礎は剛体基礎を考え埋設深さが極浅い場合を直接基礎とし、ある程度埋設深さが深くなった場合はケーソン基礎として取り扱うこととした。橋脚は橋桁重量  $W_u$  と橋脚重量  $W_p$  を考慮した質量  $m_S$  の 1 質点の集中質量系にモデル化し基礎重心位置から橋脚天端までの高さ  $H_C$  の位置に設けることにした。また、橋脚のばね係数  $K_S$  は基礎固定時の橋脚の基本固有周期  $T_S$  から求めることとした。

$$m_S = (W_u + W_p/3)/g \quad (7)$$

$$k_S = m_S (2\pi/T_S)^2 \quad (8)$$

解析ケースは基礎の埋設深さ  $H_S$  に関して 5 種類、橋脚の種別に関して 9 種類、上部工の減衰定数に関して 2 種類の合計  $5 \times 9 \times 2 = 90$  ケースである。その詳細は以下のようである（図 2、表 1 参照）。

### 1) 地盤のデータ

解析で対象とした地盤は基礎が定着する支持地盤と表層地盤からなるものとした。表層地盤のせん断波速度  $V_{SS} = 80 \text{ m/sec}$ 、基礎の高さ  $H$  は直接基礎に対して 5 m、ケーソン基礎に対して 10 m, 20 m, 30 m、および 40 m とした。また、支持地盤のせん断波速度  $V_S = 500 \text{ m/sec}$  とした。更に表層地盤の単位体積重量は  $1.5 \text{ tf/m}^3$ 、ポアソン比 0.45 とし、支持地盤では、単位体積重量  $1.8 \text{ tf/m}^3$ 、ポアソン比 0.3 を用い、表層の地盤材料の減衰定数  $D_S$  は無視することとした。

### 2) 基礎のデータ

基礎形式は前述のとおり直接基礎とケーソン基礎とし、いずれも半径  $a = 5 \text{ m}$  の円筒剛体とする。図 2 に示すように直接基礎は中空断面であり、ケーソン基礎は中詰砂で充填された中空断面とした基礎底面は支持地盤に接しており基礎の埋設深さ  $H_S$  は基礎の高さ  $H$  と等しく、直接基礎に対して 5 m、ケーソン基礎に対して 10 m, 20 m, 30 m および 40 m とした。更に、基礎の単位体積重量は  $2.5 \text{ tf/m}^3$ 、ケーソン基礎の中詰砂の単位体積重量は  $1.5 \text{ tf/m}^3$  である。

### 3) 橋脚のデータ

解析の対象とした道路橋脚は、その橋桁として支間長 30 m、幅員 10 m、単位長さ当たりの橋桁重量  $10 \text{ tf/m}^3$  の鋼製橋桁を考え、また、橋脚としては、3 径間固定、単純固定、単純可動橋脚を考えた。この場合のおのの橋脚の高さは 10 m, 15 m および 20 m の 3 種類である。

5. 近似式と数値解析および経験式との比較 式(5)、(6)による近似値と式(1)を直接解いて求まる厳密な固有周期と減衰係数を比較すると図 3, 4 に示すように両者はよく一致している。また橋脚の減衰定数に関しては経験式として  $h = 0.02/T$  と言うように橋脚の固有周期に反比例して、減衰定数が小さくなることが知られているが、図 5 に示すように本研究の近似式(5)、(6)によってもそのような傾向がみられる。ただし、ばらつきは大きい。このことは経験式のように橋脚の固有周期のみの関数では、減衰定数は表しきれず、式(5)、(6)に示すようなパラメータの関数とする方がより厳密であることを意味している。

Table 1 基礎固定時の橋脚データ

橋脚種別	3径間固定橋脚			単純固定橋脚			単純可動橋脚		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
橋脚高さ $H_e$ (m)	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0
橋軸方向の橋脚幅 $B$ (m)	2.2	2.6	3.0	1.8	2.0	2.2	1.6	1.7	1.8
橋桁重量 $W_s$ (tf)	900.0	900.0	900.0	300.0	300.0	300.0	0.0	0.0	0.0
橋脚重量 $W_p$ (tf)	316.3	536.3	806.3	258.8	412.5	591.3	230.0	350.7	483.8
断面2次モーメント $I$ ( $m^4$ )	4.44	7.32	11.25	2.43	3.33	4.44	1.71	2.05	2.43
変形量 $\delta_s$ (m)	0.0289	0.0625	0.1040	0.0201	0.0551	0.1099	0.0052	0.0220	0.0612
固有周期 $T_1$ (sec)	0.34	0.50	0.65	0.28	0.47	0.67	0.15	0.31	0.50

$T_e$  rigorous

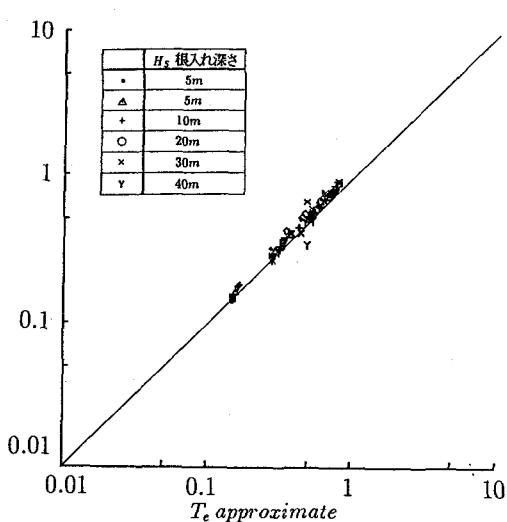


Fig. 3  $T_e$  rigorous と  $T_e$  approximate の比較

$h_e$  rigorous

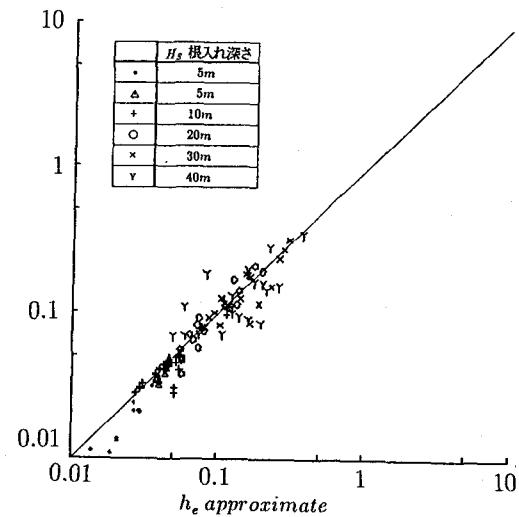


Fig. 4  $h_e$  rigorous と  $h_e$  approximate の比較

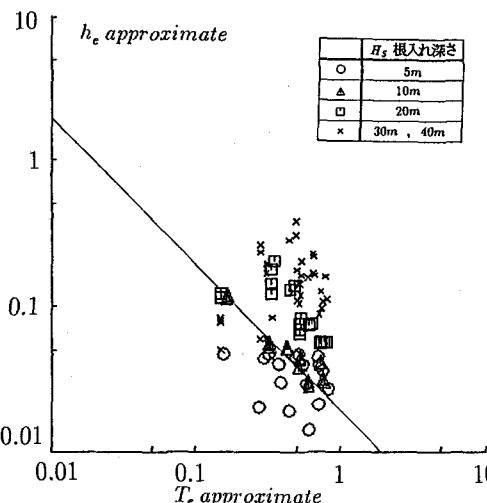


Fig. 5  $T_e$  approximate と  $h_e$  approximate の関係

- [1] 山下典彦: 埋設基礎の地震応答解析と耐震設計法に関する基礎的研究、宮崎大学修士論文 1991  
[2] 川島、若原: 剛体基礎で支持される道路橋橋脚の地下逸散減衰の評価、土木研究所資料 No.2778 号 1989

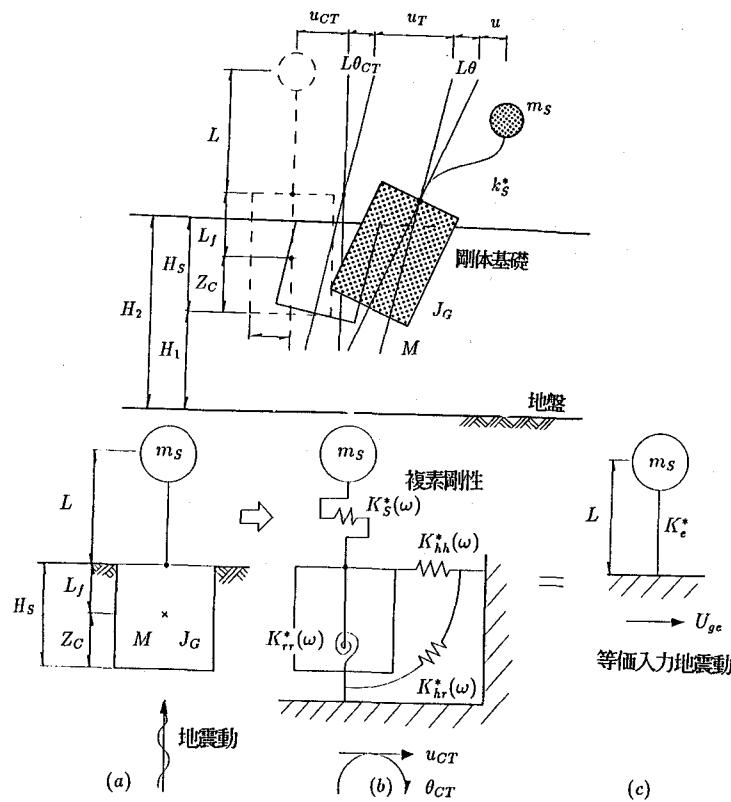


Fig. 1 基礎上面における動的相互作用モデル

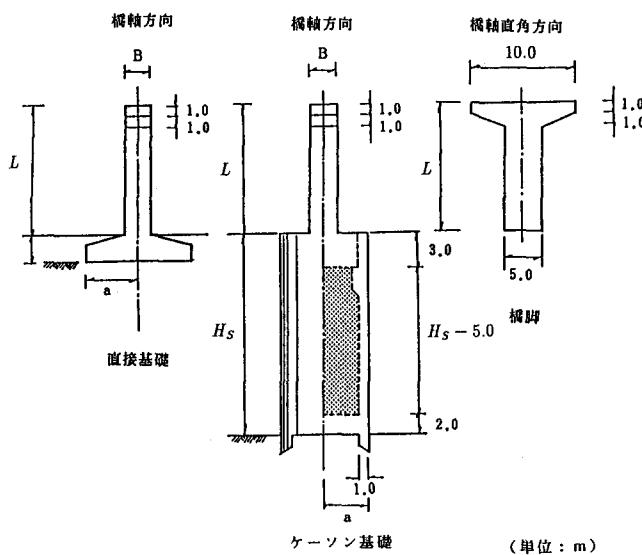


Fig. 2 解析に用いた橋脚と基礎の諸元