

(118) 半無限要素を用いた水-構造物-地盤相互作用系の時間領域解析手法

山口大学工学部 正員 三浦房紀
山口大学大学院博士課程 王 均

1. まえがき

水-構造物-地盤系の非線形地震応答解析を行うには、時間領域での解析が必要となる。有限要素法は非常に有効な手法であるが、その際問題となるのが、水や地盤系の極めて広い範囲をどのようにモデル化するかという点である。この点を解決するために有限要素法と差分法あるいは時間領域の境界要素法とを組み合わせる手法が提案されている^{1), 2)}。これらの手法は厳密ではあるが、大変なスキームを必要とする。

本研究は水系の広がり半無限要素で、地盤系を粘性境界でモデル化し、簡便にして比較的精度の良い手法を提案するものである。従来、半無限要素はその変位パターンを周波数に依存した形で与える、すなわち周波数領域の解析に用いられてきたが³⁾、ここでは形状関数を工夫することで時間領域の計算に用いられるものを考案した。

2. 水-構造物-地盤系の運動方程式

水-構造物-地盤系の運動方程式を、構造物-粘性境界を導入した地盤系、水系(動水圧系)それぞれの運動方程式に表すと以下ようになる^{4), 5)}。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{\delta}\} + ([C] + [C_R] + [C_I])\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} \\ = -[M]\{a_g\} + [L]\{p\} + ([C_R] + [C_I])\{\dot{x}_R\} + ([C_R] + [C_I])\{\dot{x}_I\} + [G_R]\{x_R\} + [G_I]\{x_I\} \quad (1) \\ [Q]\{\ddot{p}\} + [H]\{p\} = -\rho_w [L]^T (\{a_g\} + \{\ddot{\delta}\}) \quad (2) \end{aligned}$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は構造物-地盤系の質量、減衰、剛性マトリクス、 $\{\delta\}$ は節点変位ベクトル、 $\{a_g\}$ は入力加速度、 $\{p\}$ は動水圧ベクトル、 $[L]$ は水系と構造物-地盤系の境界での変換マトリクスであり、 $[Q]$ 、 $[H]$ はそれぞれ動水圧の2階微分、動水圧の係数マトリクスである。 ρ_w は水の密度である。

また、 $[C_R]$ 、 $[C_I]$ 、 $[C_F]$ 、 $[C_F]$ 、 $[G_R]$ 、 $[G_I]$ 、 $\{x_R\}$ 、 $\{x_I\}$ 、 $\{x_F\}$ 、 $\{x_F\}$ は文献5)を参照されたい。ここで、本研究では加速度は線形に変化、すなわち線形加速度法を用いることにする。そうすると p も線形に変化することになり、その結果 $\ddot{p} = 0$ となる。即ちこれは、水の非圧縮性を仮定することになる。

(1)、(2)式より通常の線形加速度法の手順を踏めば、第 $(n+1)$ ステップ目の加速度 $\{\delta\}_{n+1}$ と動水圧 $\{p\}_{n+1}$ は次式を解くことによって求まる。

$$\left\{ [M]^* + \frac{1}{2} \Delta t [C]^* + \frac{1}{6} \Delta t^2 [K] \right\} \{\delta\}_{n+1} = \{F\} - [C]^* \{A\}_n - [K] \{B\}_n \quad (3)$$

$$[H] \{p\}_{n+1} = -\rho_w [L]^T (\{a_g\}_{n+1} + \{\ddot{\delta}\}_{n+1}) \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} [M]^* &= [M] + [L][H]^{-1} \rho_w [L]^T, \quad [C]^* = [C] + [C_R] + [C_I] \\ \{A\}_n &= \{\delta\}_n + \frac{1}{2} \Delta t \{\dot{\delta}\}_n, \quad \{B\}_n = \{\delta\}_n + \Delta t \{\dot{\delta}\}_n + \frac{1}{3} \Delta t^2 \{\ddot{\delta}\}_n \end{aligned}$$

3. 半無限要素

本研究で提案する半無限要素(6節点)を図-1に示す。節点5、6は $x = \infty$ にある。このとき、 (x, y) 座標系と (s, t) 座標系は次式で関係づけられる。

$$x = l_1 x_1 + l_2 x_2, \quad y = m_1 y_1 + m_2 y_2 \quad (5)$$

ここに、

$$l_1 = -\frac{2s}{1-s}, \quad l_2 = \frac{1+s}{1-s}, \quad m_1 = \frac{1}{2}(1+t), \quad m_2 = \frac{1}{2}(1-t) \quad (6)$$

次に、各節点の動水圧 P_i ($i = 1 \sim 4$) と任意点の動水圧 p とは次式で与えられるものとする。

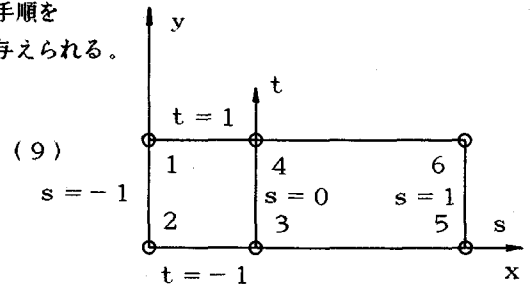
$$p = \sum_{i=1}^4 w_i p_i \quad (7)$$

ここに、

$$\begin{aligned} w_1 &= -\frac{1}{4}(1+t)s(1-s), & w_3 &= \frac{1}{2}(1-t)(1+s)(1-s) \\ w_2 &= -\frac{1}{4}(1-t)s(1-s), & w_4 &= \frac{1}{2}(1+t)(1+s)(1-s) \end{aligned} \quad (8)$$

これらを用いて通常のアイソパラメトリックと同様の手順を踏むことによって半無限要素の $[h]$ マトリクスは次式で与えられる。

$$[h] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \quad (9)$$



ここに、

$$\begin{aligned} h_{ij} &= \iint \left[\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_j}{\partial y} \right] dx dy \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[\frac{(1-s)^2 (y_1 - y_2)}{4(x_4 - x_1)} \frac{\partial w_i}{\partial s} \frac{\partial w_j}{\partial s} + \frac{4(x_4 - x_2)}{(1-s)^2 (y_1 - y_2)} \frac{\partial w_i}{\partial t} \frac{\partial w_j}{\partial t} \right] ds dt \end{aligned}$$

上式中、第2項に $(1-s)^2$ の項があるが、($i = 1 \sim 4$) の中に因数 $(1-s)$ があるため特異点はない。

4. 解析手法の妥当性の検討

図-2 に本解析手法の妥当性の検討に用いた構造物-地盤-水系のモデルを、図-3 にその有限要素網を示す。各系の材料定数を表-1 にまとめて示す。検討は図-3 中の L の値を数通り変えて、これらの結果と半無限要素を用いた場合とを比較することによって行った。本報告では表-2 に示す4通りの結果について述べることにする。なお、Case A, B, C については、図-3 の半無限要素 (SIFEM) は用いていない。

表-1 モデルの物理定数

	Unit weight (ton/m ³)	Shear wave velocity (m/sec)	Poisson ratio	Damping ratio	$c(c')$ (ton·f/m ²)	$\phi(\phi')$ (°)
1. Dam	2.4	2046	0.17	0.1		
2. Surface layer	1.9	158	0.4	0.05	8	10
3. Rock	2.8	3300	0.3	0.1		
4. Water	1.0	incompressibility				

図-4に、モデルの基盤から El Centro NS成分 (最大342gal) を入力したときのダム側面および水底に生じる最大動水圧の分布を示す。図にはあわせて Westergaard の式による結果も示した。

この図より以下の事が判る。まず、水域(L)を水深(H)と同じにとった Case Aは他のCaseに比べて小さい動水圧を示しているが、 $L = 2H$ 以上になるとほとんど同じである。具体的には、 $L = 3H$ のCase Cに比べ、ダム側面の水底でCase Aは約7.9%、Case Bは約0.3%、半無限要素を用いたCase Dは約0.7%小さな値となっている。これより、 $L = H$ の有限要素網の境界に、半無限要素を付加するだけで解が7%以上も改善されることが判る。ちなみに、 $L = 1.5H$ とすると、 $L = 3H$ との差は約1.6%である。

次にダム天端の水平最大応答値を比較する。表-3はその結果である。変位応答はCase Aにおいても良い結果が得られているが、加速度はCase Cと比べて7%近い差が生じている。これに対して、半無限要素を付加するだけで加速度応答結果もずいぶん改善されることが判る。ちなみに、 $L = 1.5H$ の時の加速度の差は約1.3%である。以上より、 $L = H$ の要素網に半無限要素を付加するだけで、ほぼ $L = 2H$ と同程度の精度が期待でき、本研究で提案する解析手法の有効性を示すことができたと思う。

5. まとめ

本研究は水-構造物-地盤系の時間領域での解析を行うために、水系の広がりを半無限要素でモデル化し、側方地盤の境界には粘性境界を用いた解析手法を提案したものである。数種類の数種類の広がりを有するモデルからの結果を比較したところ、本研究で提案した半無限要素の有効性を確かめることができた。本報告中の解析例は全て線形解析であったが、今後、非線形問題の解析に本手法を用いる予定である。

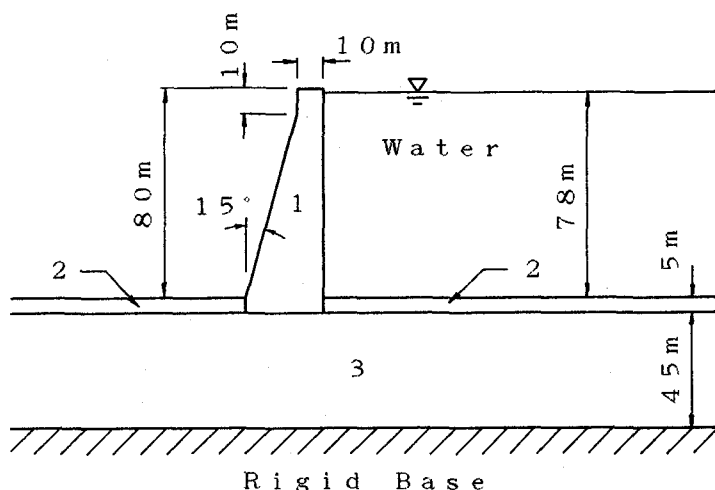


図-2 ダム-地盤-水系のモデル

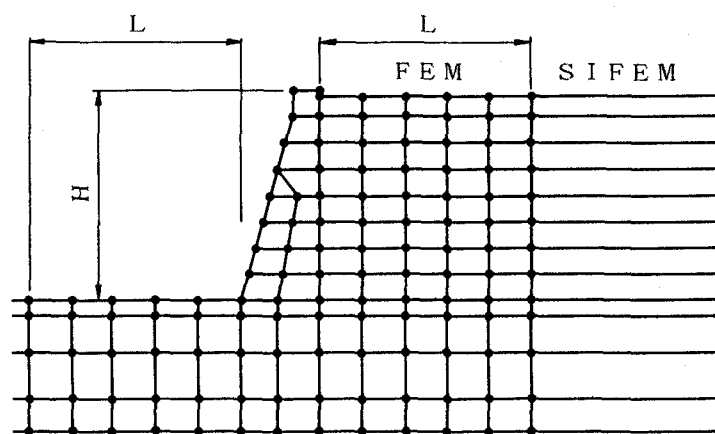


図-3 有限要素網

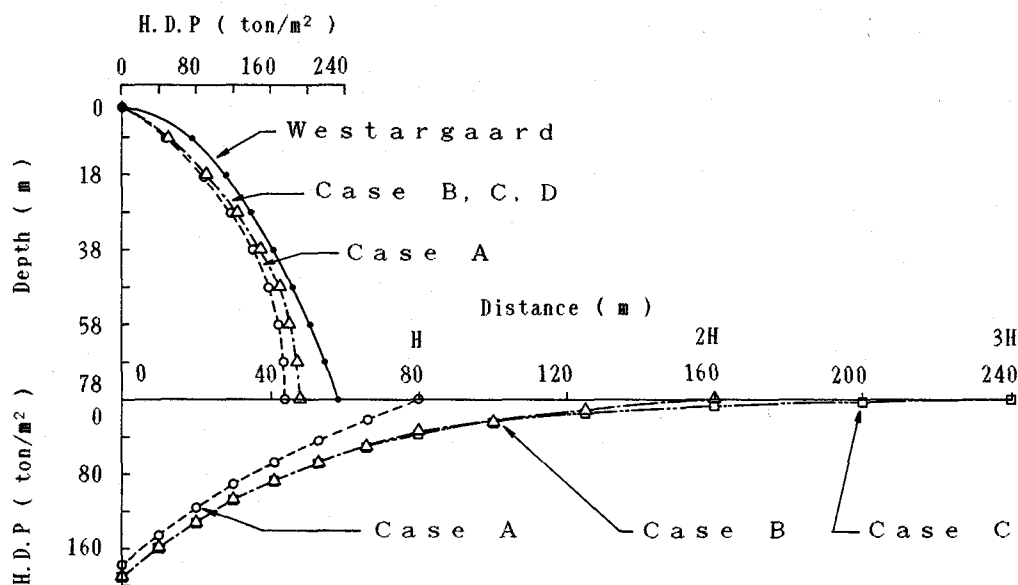


図-4 動水圧分布の比較

表-2 解析ケース

Case	L	Semi-infinite element
A	H	×
B	2H	×
C	3H	×
D	H	○

表-3 ダム天端の水平最大応答値の比較

(Case Cとの比較 単位%)

Case	Displacement	Velocity	Acceleration
A	+0.56	+3.2	+6.9
B	+0.03	+0.1	+0.3
D	+0.07	+0.2	+0.6

参考文献

- 1) 堀尻・田口：重力式ダムの地震応答解析手法の開発、電中研報告書 No. 385012, 1985
- 2) 東平・大町：時間領域FE-BE方を用いたダム-基礎-貯水系の振動解析法、土木学会論文集、第422号、PP. 381-390, 1990.
- 3) Zienkiewicz, O.C. and Bettess, P.: Coupled Hydrodynamic Response of Concrete Gravity Dam Using Finite Element Method and Infinite Element, EESD, Vol. 6, pp. 363-374, 1978.
- 4) 土岐・三浦・寺田：水-地盤-護岸構造物の地盤応答解析、京大防災研究年報、第25号B-2、PP. 67-83, 1982.
- 5) 三浦・野沢・樺・平野：氷海構造物の地震時挙動と滑動安定性に及ぼす氷の影響、土木学会論文集、第409号、PP. 65-73, 1989.