

## (32) 重力の影響を受けた弾性波動についての模型実験的研究

東京理科大学 正員 森地 重暉  
東京理科大学 学生員 ○古賀 陸

### 1. はじめに

大地震時に軟弱地盤では大変形のために変形係数が異常に低下して塑性状になったり、また、流動化の状態を呈したりする事があり得る。このために土質地盤が不安定の状態になる。地盤の要素が上方に動かされて後に下方に戻されるのは弾性力によるのではなく重力による影響が強くなる場合もあり、弾性波とは異質の波動の生成も予想される。この種の波動が実地震においてどのような影響を及ぼすかについては、今後の検討を要すると考えられる。このような波動については、古くから最近に至るまで幾つかの文献に示されていて(1)(2)(3)、著者の一人もその生成について模型実験的に調査した(4)。本文では、実験結果について定量的な追認を試みた。

### 2. 重力の影響を受けた波動について

弾性波が重力の影響を受ける問題については、A.E.H.Love, Ewing et al(5)が著書で述べている。剛基層上に弾性層があり、そのPoisson比を0.5とする。下記の通り記号を定めると、重力の影響を受けた弾性層内に生ずる波動の特性方程式は平面歪状態の場合には(1)式に示す通りとなる。

位相速度: C、弾性層の層高: H、横波速度: Vs、波長: λ、重力加速度: g。

$$\begin{aligned} 4 - \cosh(kH) \cdot \cos(kH(s^2-1)^{\frac{1}{2}}) \cdot [2-s^2 + \frac{4}{2-s^2}] - \\ - \frac{1}{(s^2-1)^{\frac{1}{2}}} \cdot (4-s^2 - \frac{2s^2}{2-s^2}) \cdot \tanh(kH) \cdot \tan(kH(s^2-1)^{\frac{1}{2}}) + \\ + \frac{gH}{Vs^2} \cdot \frac{s^2}{2-s^2} \cdot (\frac{\tan(kH(s^2-1)^{\frac{1}{2}})}{kH(s^2-1)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\tanh(kH)}{kH}) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中、 $k=2\pi/\lambda$ 、 $s=C/Vs$  である。

(1)式において $gH/Vs^2$  を含む項を無視すると重力の影響を受けていない剛基層上の弾性層内を伝播するRayleigh波の特性方程式が得られる。重力の影響程度は $gH/Vs^2$  に依存する。

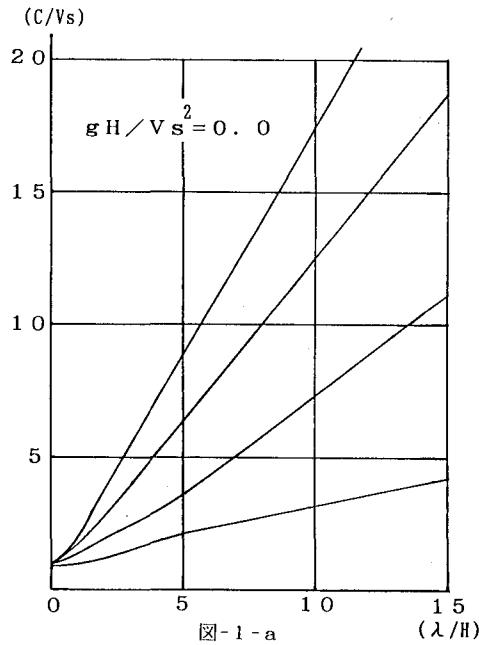
(1)式において $kH(s^2-1)^{\frac{1}{2}}=m\pi$  ( $m=1, 2, \dots$ )、 $gH/Vs^2 \rightarrow \infty$  と考え、 $s=C/Vs \rightarrow \infty$  の場合について推定すると次に示す式が得られる。

$$\frac{gH}{Vs^2} \cdot \left( \frac{C^2}{gH} - \frac{\tanh(kH)}{kH} \right) = 0 \quad (2)$$

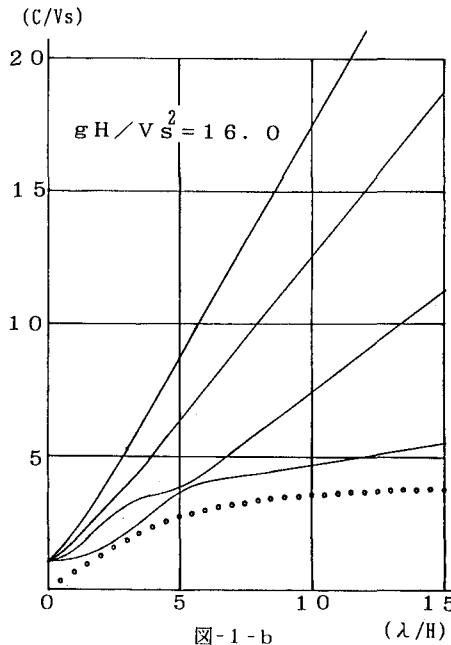
(2)は重力波の波速を与える。

また、 $kH \rightarrow 0$  で  $kH(s^2-1)^{\frac{1}{2}}=((2n+1)/2)\pi$  ( $n=1, 2, \dots$ ) のとき  $gH/Vs^2$  が無限にならないならば、(1)式が成立つ。このことは、波長が長いとき、Rayleigh波の性質を示すことを意味する。

図-1は $gH/Vs^2$ が大きくなり重力の影響が現れてくると、分散曲線が歪められる様子が示されている。波長の長い高次モードの分散曲線の部分は影響を受けていない。図-1-b)には、(○)印で重力波の分散曲線が併記されている。



理論分散曲線



理論分散曲線

式-(1)に示されるとおり、 $gH/Vs^2$ は重力が波動に及ぼす影響を示す指標である。密度を $\rho$ 、せん断弾性率を $G$  とすると、次式が成り立つ。

$$gH/Vs^2 = \rho gH/G \quad (3)$$

右辺の分子は自重により生ずる地盤の垂直応力である。Poisson比や側圧力に対する考慮をすべきであるが、上式は自重により表層地盤底部に生ずる歪のオーダーになっている。従って、 $gH/Vs^2 > 1$ の場合には、通常では地盤内に大きな歪みが発生していることを意味し、地盤は不安定な状態となるので、重力波に類似した波動の発生も予測される。

次に振動モードについて考察する。x方向（水平方向）の変位振幅を $u$ 、又、z方向（鉛直方向）の変位振幅を $w$ とすると次式のようになる。z座標の原点を弾性層と剛基層との境界におき、上方を正とする。

$$\begin{aligned} u = & i \cdot [-\cosh kz + \cosh(kz(1-s^2)^{\frac{1}{2}})] + \\ & + i \cdot A \cdot [-\sinh kz + (1-s^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \sinh(kz(1-s^2)^{\frac{1}{2}})] \end{aligned} \quad (4)$$

$$w = [-\sinh kz + \frac{1}{(1-s^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sinh(kz(1-s^2)^{\frac{1}{2}})] + \\ + A \cdot [-\cosh kz + \cosh(kz(1-s^2)^{\frac{1}{2}})] \quad (5)$$

$$A = \frac{\sinh kH - (2-s^2) \cdot \frac{\sinh(kH(1-s^2)^{\frac{1}{2}})}{(1-s^2)^{\frac{1}{2}}}}{-\cosh kH + (2-s^2) \cdot \cosh(kH(1-s^2)^{\frac{1}{2}})} \quad (6)$$

である。 $i$ は虚数であり、 $u$ と $w$ とは、 $90^\circ$ の位相差のあることが分かる。(1)式において重力波の現れると同じ条件、即ち、 $kH(s^2-1) = m\pi$  ( $m=1, 2, \dots$ )の場合には、表層地盤の自由表面では、 $m$ が奇数のとき  $|u| \gg |w|$  となり水平動が卓越するが、 $m$ が偶数の場合には  $|u| \ll |w|$  となり、上下動が卓越する。又、長波長の Rayleigh 波が現れる同じ条件、すなわち、 $kH(s^2-1) = (2n-1)\pi/2$  ( $n=1, 2, \dots$ )の場合には、 $|u| \gg |w|$  となって水平動が卓越する。

### 3. 模型実験

実験対象としたのは剛基層上の弾性層で一様な地盤厚さ $H$ をもつ直径 $D$ の円盤状の地盤模型である。表-1に示すとおり2種類の寸法の模型を用いた。

	$H$ (cm)	$D$ (cm)	横波速度(cm/s)
模型 I	8.0	60	20
模型 II	4.0	80	22

表-1 実験模型

地盤の周辺境界は変位拘束であるとした。模型地盤を振動台上に搭載し、模型底部を上下方向に定変位で正弦加振した。模型材料としては、剛基層並びに周辺境界にはアルミニウム板を、又、弾性層にたいしてはアクリルアミドゲルを用いた。弾性層の横波速度の測定は次のようにした。実験に用いた地盤模型を中心線に関して振り振動が発生するように加力し、中心線を節とした振動モードの振動数を測定してそれを用いて横波速度を算出した。

模型を上下加振すると幾つかの振動数で、弾性層に振動モードが現れる。通常の振動実験の場合に比べて相当に大きな加振振幅を与えないといふと振動モードが発生せず、又、発生した振動モードの振動数は加振振動数の $1/2$ であることは前報(4)と同様である。模型の自由表面の振動モードは円筒状の容器内にある水が上下に振動しているときの波形に似ていて半径方向を変数とした Bessel 関数で表されるものと類似している。表面の振動モードより波長を求めモードの振動数との積より位相速度を求めた結果を図-2-a), -b) に示す。理論分散曲線は実験値を説明すると考えられる。

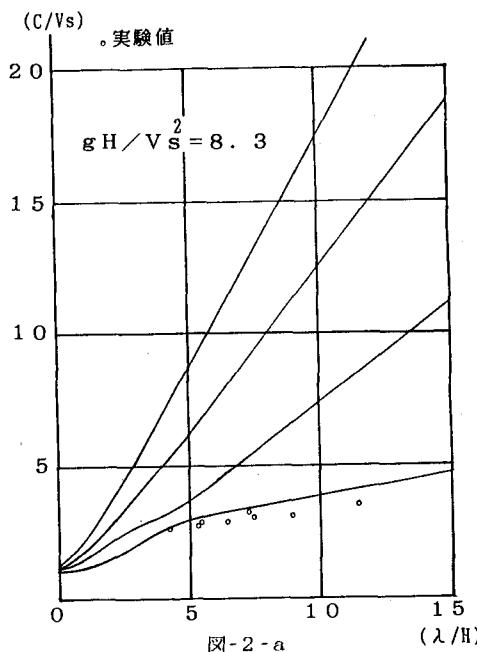


図-2-a

理論分散曲線と実験値

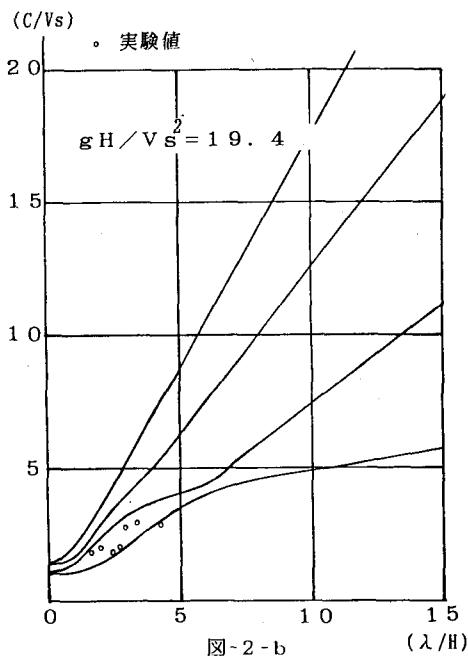


図-2-b

理論分散曲線と実験値

#### 4. 結び

前報(4)に続き、重力の影響を受けた弾性層に生ずる波動について模型実験的に検討を加え、定量的な追認を行なった。

#### <文献>

1. 松沢 武雄：“On the Possibility of Gravitational Waves in Soil and Allied Problems”;天文物理輯報、Vol.3., 1925, pp161-174
2. F.Gilbert: “Gravitationally Perturbed Elastic Waves”; Bull. of Seis. Soc. of Amer., Vol.57, No.4, August, 1967, pp789-794
3. C.Lomnitz: “Mexico 1985: the case for Gravity Waves”; Geophys. J. Insti. (1990), No.102, pp569-572
4. 森地、田村：“重力の影響を受けた弾性層内に生ずる波動についての模型実験的研究”；第8回日本地震工学シンポジウム論文集、1990年12月、pp1005-1010.
5. W.M.Ewing et al.: “Elastic Waves in Layered Media”; McGraw-Hill Book Company 1957, ISBN 07-019860-8