

(28) 薄層要素法による飽和地盤の動的地盤剛性の解析

運輸省港湾技術研究所

正会員 風間基樹

カリフォルニア大学サンディエゴ校スクワース海洋研究所 野上仁昭

1. まえがき

水面下の地盤や海底地盤は、水で飽和しているため土の工学的性質は土粒子骨格自身のみの性質では決まらず、間隙水との相互作用が大きく関係する。粘土地盤の圧密現象や砂地盤の液状化現象などは、土粒子と間隙水の相互作用が関係する代表的な例である。飽和地盤の動的応答を検討する場合も例外ではなく、土粒子と水の両者の動きを考慮する必要があると考えられる。

本研究は、間隙流体の動きを考慮するため、地盤を土粒子と間隙流体から成る二相系地盤として取り扱い、排水条件や地盤の透水性の違いが動的地盤剛性に及ぼす効果を検討したものである。解析に用いた薄層要素は、筆者らが新たに開発した間隙流体の排水を考慮できる飽和地盤の薄層要素¹⁾であり、従来の一相系の薄層要素を二相系に拡張したものである。なお、解析では問題を平面2次元問題として取り扱った。

2. 解析法の概要

(1) 解析に用いる基礎方程式 Solid (固相) と Fluid (液相) の二相から成る材料の波動理論の基礎は、Biot²⁾によって作られたものである。本研究でも、この考え方に基礎をおいている。土を土粒子骨格と間隙流体から成る二相系の媒体と見なすと、単位の土要素および間隙流体に作用している力の釣合式は、

$$\begin{bmatrix} L^T(D + \alpha^2 Q m m^T) L & \alpha Q \nabla \nabla^T \\ \alpha Q \nabla \nabla^T & Q \nabla \nabla^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \rho & \rho_f \\ \rho_f & \rho_f / n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

と表すことができる^{1), 3)}。ここに、 u ：土粒子の絶対変位、 w ：間隙流体の土粒子に対する平均相対変位（間隙流体の土粒子に対する相対変位に、間隙流体の土体積に占める割合 n （間隙率）を乗じたもの）、 $m^T = [1, 1, 0]$ 、 ∇ ：ハミルトンの演算子、 k ：透水係数 k_0 を流体の単位体積重量で除したもの（すなわち、 $k = k_0 / \rho_f g$ ）、 g ：重力加速度、 L ：ひずみ-変位関係を表すマトリックス、 D ：応力-ひずみ関係を表すマトリックスである。また、 α 及び Q は定数であり、次式を満たす。

$$\alpha = 1 - (3\lambda + 2G) / 3k_0 \quad (2) \quad , \quad 1/Q = 1/k_f + (\alpha - n) / k_0 \quad (3)$$

ここに、 λ 、 G はラメの定数、 k_0 および k_f はそれぞれ土粒子および間隙流体の体積弾性係数である。なお、(1)式では静的な釣合が動的な釣合に影響を与えないと考え物体力は省略した。上式は、二相系地盤の波動方程式である。また、全応力 $\sigma^T = [\sigma_x, \sigma_z, \tau_{zx}]$ と間隙圧力 π は次のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \pi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (D + \alpha^2 Q m m^T) L & \alpha Q m \nabla^T \\ \alpha Q \nabla^T & Q \nabla^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} \quad (4)$$

(2) 非排水条件の基礎方程式 非排水状態では、間隙流体の土粒子に対する相対変位量が無いと考えればよいので、運動方程式は(1)式において w に関する項を無視し、

$$L^T (D + \alpha^2 Q m m^T) L u - \rho \ddot{u} = 0 \quad (5)$$

となる。また応力と間隙圧力は(4)式より、

$$\sigma = (D + \alpha^2 Q m m^T) L u \quad (6) \quad , \quad \pi = \alpha Q \nabla^T u \quad (7)$$

となる。乾燥地盤の解析との違いは通常の応力ひずみマトリックス $[D]$ を $[D+\alpha^2 Qmm^T]$ におきかえ、さらに間隙圧力を評価できる所にある。ここで、非排水条件の応力ひずみマトリックスの意味を考えてみる。

$[D]$ および $[D+\alpha^2 Qmm^T]$ は、

$$[D] = \begin{bmatrix} \lambda+2 & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda+2G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

$$[D+\alpha^2 Qmm^T] = \begin{bmatrix} \lambda+2G+\alpha^2 Q & \lambda+\alpha^2 Q & 0 \\ \lambda+\alpha^2 Q & \lambda+2G+\alpha^2 Q & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

である。非排水条件のラメの定数を $\lambda_u = \lambda + \alpha^2 Q$ と定義すれば、非排水条件では乾燥地盤の λ を λ_u に置き換えればよいことになる。また、 λ はボアソン比 ν とせん断弾性係数 G を用いて、 $\lambda = G \cdot 2\nu / (1-2\nu)$ と書けるから、改めて非排水条件下のボアソン比 ν_u を用いて λ_u を表すと、

$$\lambda_u = \lambda + \alpha^2 Q = G \cdot 2\nu_u / (1-2\nu_u) \quad (8)$$

と書ける。すなわち非排水条件下では、見かけ上ボアソン比を大きくすることと等価であることがわかる。ちなみに、水の体積弾性係数 $2.08 \times 10^5 \text{ tf/m}^2$ 、土粒子の体積弾性係数⁴⁾

$3.7 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ 、土中を伝わるせん断波の速度 200 m/s 、土の単位体積重量 2.0 tf/m^3 、間隙率 0.375 とし、 $\nu = 0.25$ とすれば、非排水条件下の飽和地盤の見かけのボアソン比 λ_u は約 0.48 となる。図-1に、乾燥地盤のボアソン比を 0.05 から 0.4 まで変化させた場合の流体の体積弾性係数と見かけのボアソン比の関係を示す。

(3) 薄層要素法の適用 半無限二相系地盤の表面下向きに z 軸をとり、表面を $z=0$ 面とする(図-2参照)。また、地表面に沿っての進行方向を x 軸にとる。地盤を深さ方向に薄い層に分割し、 z 方向の変位の変化は、各層中で線形と仮定する。第 j 層の変位は、形状関数 $[N_j]$ を用いて次の様に表す。

$$u(x, z)_j = \exp(i\omega t - ihx) [N_j] \{u\}_{j,j+1} \quad (9)$$

$$\{u\}_{j,j+1} = [u_j, w_j, u_{j+1}, w_{j+1}] \quad (10)$$

以下の詳細な定式化は、文献1)を参照されたい。

3. 解析結果

(1) 解析条件 ここでは、簡単のため $x=0$ 面に矢板(杭)を挿入し、その頂部を定常水平加振することを考える。この杭頭加振力は、 $x=0$ 面における鉛直水平全応力に対応する荷重である。動的地盤剛性は、 $(x, z)=(0, 0)$ の点における土粒子骨格の水平応答を用いてを評価する。

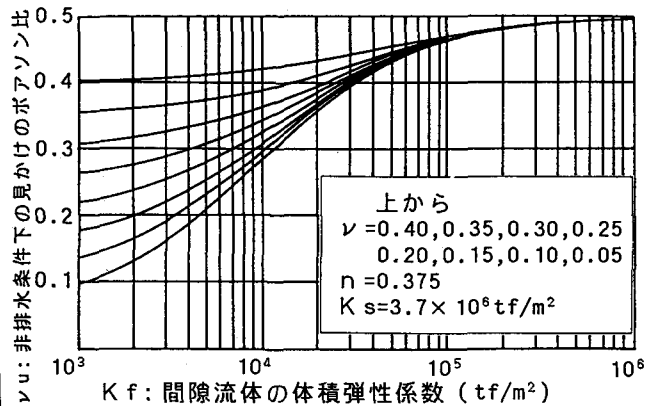


図-1 非排水条件下のみかけのボアソン比と
間隙流体の体積弾性係数との関係

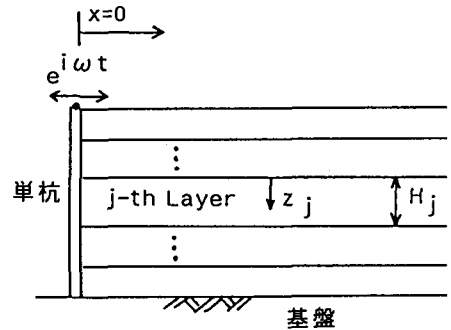


図-2 座標系と解析モデル

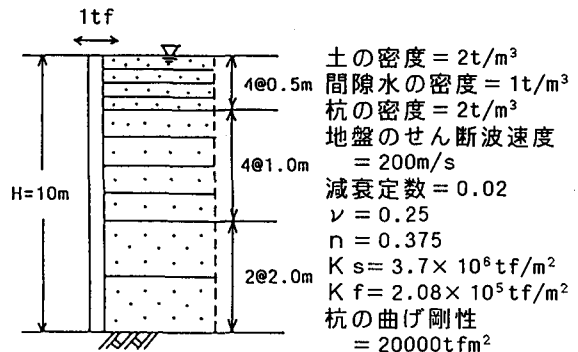


図-3 地盤の層分割と計算に用いた材料定数

すなわち、ここでの動的剛性とは、 $1/u_{x1}|_{x=0}$ とした。なお、剛性は、乾燥状態における静的な剛性の実部の絶対値で正規化した。また、杭の動的剛性マトリックスは、整合マトリックスを用いた。計算に使用した地盤の層分割および材料定数は、図-3に示すとおりである。

(2) 非排水状態の性状 図-4は、動的地盤剛性を非排水状態と乾燥状態とで比較したものである。非排水の場合、土粒子骨格変位=間隙流体の変位であるから、地盤の剛性は土粒子骨格の剛性と間隙流体の体積剛性の和として表される。したがって、地盤剛性は、非排水条件の方が大きい。また、剛性の実部が小さくなる谷の振動数に着目すると、乾燥状態と非排水状態は一致するとは限らない。これは地盤のせん断剛性は変化しないが、地盤の体積剛性が変化するため、地盤の共振振動数が異なるためである。

(3) 透水性の影響 図-5は、透水係数の変化(10^{-1}m/s ~非排水)によって、地盤の剛性がどのように変化するかを示したものである。まず、振動数を0に(すなわち静的载荷に)近づけて行くと、乾燥状態における剛性に収束して行くことがわかる。また、透水係数が大きいほど低振動数領域の剛性は、より高い振動数まで乾燥地盤の剛性に近くなる。荷重の载荷速度が十分遅い場合には、荷重の载荷速度より間隙圧力の逸散速度の方が速いため、間隙流体の剛性は全体剛性に影響しないと言える。したがって、非排水条件の仮定の是非は、载荷速度と透水係数の相対的關係によって決まると言える。また、剛性の虚部において、排水条件を仮定した方が最大で乾燥状態の約3倍の大きな値を示すことも特徴である。すなわち、間隙流体が土粒子骨格中を動くことによって、付加的な減衰効果をもたらすと言える。

実際の地盤の透水係数はきれいな砂でも 10^{-3}m/s 程度である。例えば、 $H=10\text{m}$, $V_s=200\text{m/s}$ とすると、おおむね周期0.3秒以下($\omega H/V_s \geq 1$)の波については、非排水状態を仮定しても大きな誤りはないと考えられる。しかし、地盤の層厚が厚くせん断波速度の小さい場合にはこの限りではない。また、透水係数 10^{-4}m/s 以下の地盤については、地震による弾性的変形を解析する場合、

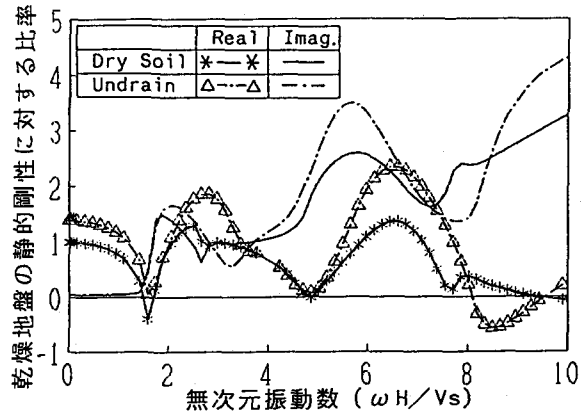


図-4 非排水条件下の動的地盤剛性

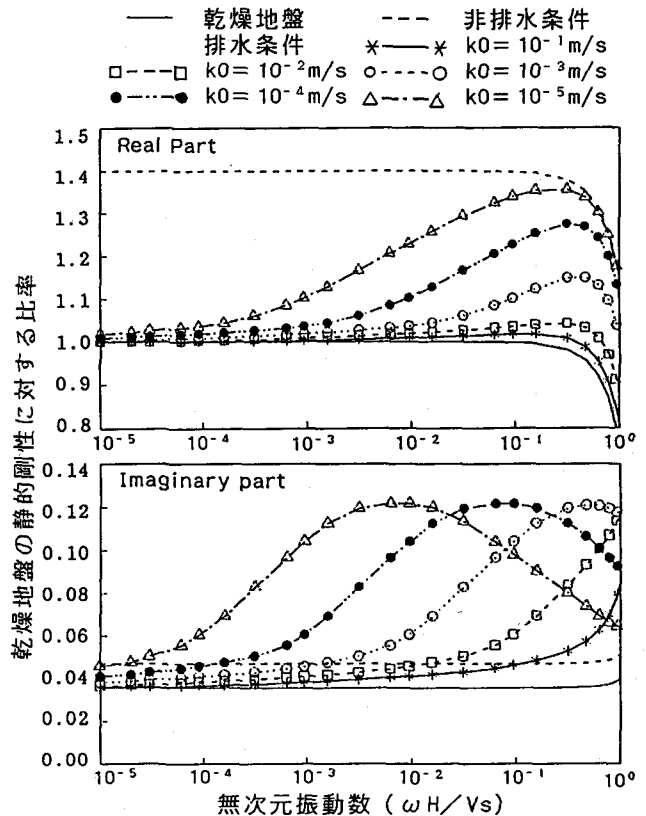


図-5 動的地盤剛性に及ぼす透水性の影響

非排水状態を仮定し、飽和地盤を二相系として取り扱う必要は必ずしもない。一方、透水係数が 10^{-1} m/s程度に大きくなると、間隙流体の土粒子に対する相対変位量が大きくなる。透水係数 10^{-1} m/sの地盤は碎石の様な極端なポーラスな地盤に相当する。このような状況下では、飽和地盤を二相系として取り扱うか、または見かけのボアソン比を解析する振動数に応じて適切に与える必要があると考えられる。

(4) 応力分布 図-6, 7は、 $x=0$ 面における応力振幅の深さ方向の分布を示したものである。応力は、各層の中間点で評価したものである。応力は、定常状態において荷重の周期と同じ周期で調和振動する。

また、過剰間隙圧力は、土骨格の定常的体積変化に応じて発生している。(本解析では、せん断による体積変化は考慮されていない。)

図-6は、透水係数の差によって応力がどのように変化するかを検討したものである。透水係数 10^{-3} m/sと 10^{-5} m/sの地盤では、全応力 σ_z 、 σ_x はほとんど一致している。しかし、せん断応力及び間隙圧力分布は、透水係数の差によって上部と下部で異なっている。また、その間隙圧力の大きさは、透水係数が大きいほど小さい。特に、透水係数が大きい場合、全応力が地表面付近で大きいにも関わらず、地表面付近の間隙圧力は小さな値となる。これは排水によって、間隙圧力が大きく蓄積しないためと考えられる。

図-7は、図-6と同じ層分割で全層の透水係数が 10^{-1} m/sおよび 10^{-5} m/sの場合と、第一層の透水係数が 10^{-5} m/sで第2層から第10層の透水係数が 10^{-1} m/sとした場合の間隙圧力分布を示したものである。地盤全体としての透水性は、最上層にある低い透水係数の層によって決まると考えられる。しかし、間隙圧力の深さ方向の分布は、地盤全体の透水係数が 10^{-5} m/sで一様なものとかなり異なる結果となっている。間隙圧力分布は、地盤の深さ方向の透水性の違いに大きく影響されることが考えられる。

4. 結論

本研究では、薄層要素法を用いて飽和地盤の動的な地盤剛性を検討した。その結果、飽和地盤の動的な地盤剛性や飽和地盤に発生する応力や間隙圧力は、間隙流体の体積剛性、地盤の排水条件(透水性)、荷重の載荷速度の影響を受けることがわかった。

参考文献 1)風間基樹、野上仁昭：薄層要素法による二相系飽和地盤の動的応答に関する研究、港湾技術研究所報告、第30号、印刷中 2)Biot, M.A.: Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid, J. of the Acoustic Society of America, Vol.28, No.2, pp.168~178, 1956. 3)Zienkiewicz, O.C., and Bettess, P.: Soil and Other Saturated Media under Transient, Dynamic Conditions; General Formulation and the Validity of Various Simplifying Assumptions, Soil Mechanics Transient and Cyclic Loads edited by Pande, G.N. and Zienkiewicz, O.C. and Wiley, J., 1980. 4)土質工学ハンドブック：土質工学会編、第5章土の圧縮と圧密、1982年版。

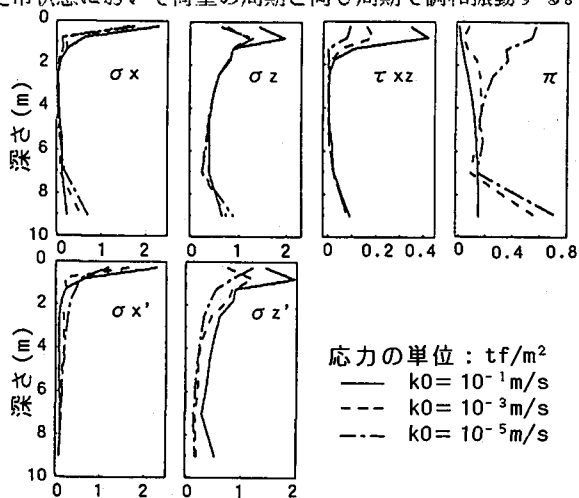


図-6 地盤の透水性と応力分布 ($\omega H/V_s = 2$)

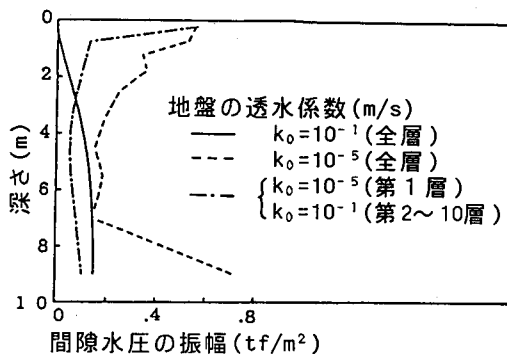


図-7 地盤の深さ方向の透水性の違いが
応力分布に及ぼす影響 ($\omega H/V_s = 2$)