

(20) 重複反射理論への点推定法適用に関する研究

金沢大学工学部 正会員 ○池本敏和
同 正会員 北浦 勝

1. はじめに

土質や岩盤等地盤を対象とする各種構造物の設計に必要な、地盤係数の値がばらつくことはよく知られている。従来の地盤の地震応答解析においては、地盤係数、例えば密度、せん断弾性係数などを確定量（平均値を採用する場合が多い）として取り扱うのが一般的であった。しかし、これらの地盤係数にはそれ自身が本来持っているばらつきや、それを推定する際に生じる誤差といった不確定要素が含まれている。すなわち、地盤の地震応答解析にこれらの不確定要素を考慮すると、地表面での地震応答は確率変数となる。したがって、地盤係数の不確定性に着目し、これが地盤の地震応答解析結果にどのような影響を及ぼすかについて検討を行なう必要がある。不確定性を考慮した地盤の応答解析法の一つにモンテカルロ・シミュレーションが考えられる。しかしこの方法には解を得るまでの計算量が膨大であるという短所があるが、点推定法はそれに代わる有力な方法である。そこで本研究では、地盤の地震応答解析に点推定法の適用を行ない、その精度をモンテカルロ・シミュレーションの結果と比較検討する。

2. 解析概要

地盤応答解析法

本解析では、基盤面からの入射波の振幅が1の場合に対する地表面での振幅の大きさを求める¹⁾。その際、等価線形化による重複反射理論を用いた。

ばらつきの考慮

本解析では、ばらつきをもつ地盤係数として、せん断波速度を決定する密度とせん断弾性係数を考える。松尾ら²⁾によれば、密度のばらつきの程度は変動係数にして0.02~0.08であるので、本解析においては大きめに見積もり、0.1とした。一方、せん断弾性係数の変動係数は、各層で等しく0.2とする。また、これらの分布形状は正規分布に従うと仮定した。

解析方法

ここでは、モンテカルロ・シミュレーション法（以下MCSとする）を地震時地盤応答解析に適用し、地盤係数の不確定性を考慮した解析結果を求めるとともに、効果的解析法として提案されている点推定法（以下PEMとする）を用いた解析法との比較を行なった。以下、両解析法の概略について説明する。

<MCS>

各層ごとに密度とせん断弾性係数をそれぞれ、たとえば1,000個づつ準備する。正規分布している確率変数から地盤係数をランダムに抽出して、抽出した順に並べる。第1層において密度の第i番目の値を選ぶときは、第1層のせん断弾性係数も第i番目の値を選ぶ。また、他の層においてもその層で準備されている第i番目の密度と第i番目のせん断弾性係数を選ぶ。こうして得られた地盤に対して応答を求める。以下の手順をiが1から1,000になるまで繰り返す。このようにして、地表面における応答倍率 $U_1(\omega)$ の平均値が以下のように求められる。

$$E[U_1(\omega)] = \frac{1}{1,000} \sum_{i=1}^{1,000} [U_1(\omega, \rho(1,i), \rho(2,i), \dots, \rho(n-1,i), G(1,i), G(2,i), \dots, G(n-1,i))]$$

ここで、 ω は振動数、 $n-1$ は層数、 i はシミュレーション回数である。ここに、 $U_1(\omega, \rho(1,i), \dots, \rho(n-1,i), G(1,i), \dots, G(n-1,i))$ は密度が層ごとの第i番目の値かつ、せん断弾性係数が第i番目の値に対する $U_1(\omega)$ を意味する。

<PEM2>

本解析法では、各層の密度とせん断弾性係数の組合せとして平均値±標準偏差の2点の組合せ、すなわち1層

につき4通りの組合せで検討した。地盤全体としては 4^{n-1} 通り ($n-1$; 表層の数) の組合せである。このとき地表面での応答倍率の平均値をFig.1 a)のようにそれぞれ0.25の重みを用いて求めた。

$$E[U_1(\omega)] = 0.25 \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_2=1}^2 \dots \sum_{i_{n-1}=1}^2 \sum_{j_1=1}^2 \sum_{j_2=1}^2 \dots \sum_{j_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, i_1), \rho(2, i_2), \dots, \rho(n-1, i_{n-1}), \dots, G(1, j_1), G(2, j_2), \dots, G(n-1, j_{n-1}))]$$

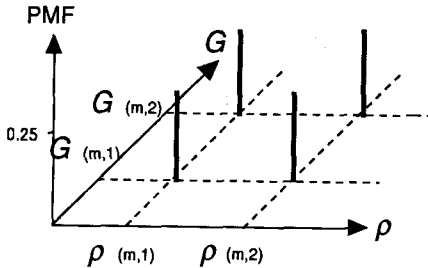
ここで、 $\rho(m, 1) = \rho_{Mm} - \sigma_{pm}$ 、 $\rho(m, 2) = \rho_{Mm} + \sigma_{pm}$ 、 $G(m, 1) = G_{Mm} - \sigma_{Gm}$ 、 $G(m, 2) = G_{Mm} + \sigma_{Gm}$ である。 ρ_{Mm} 、 G_{Mm} は第m層の密度、せん断弾性係数の平均値、 σ_{pm} 、 σ_{Gm} は第m層の密度、せん断弾性係数の標準偏差である。

<PEM3>

各層の密度とせん断弾性係数の平均値および平均値 $\pm C \times$ 標準偏差の3点の組合せ、すなわち1層につき9通りの組合せで検討した。地盤全体としては 9^{n-1} 通りの組合せである。このときの重みづけはFig.1 b)のようである。

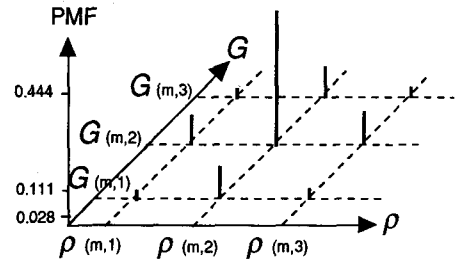
$$\begin{aligned} E[U_1(\omega)] = & (0.028/4^{n-1}) \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_{n-1}=1}^2 \sum_{j_1=1}^2 \sum_{j_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, 2i_1-1), \dots, \rho(n-1, 2i_{n-1}-1), \\ & G(1, 2j_1-1), \dots, G(n-1, 2j_{n-1}-1))] \\ & + \{0.111/[9^{n-1} - (1+4^{n-1})/2]\} \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, 2i_1-1), \dots, \rho(n-1, 2i_{n-1}-1), \\ & G(1, 2), \dots, G(n-1, 2))] \\ & + \{0.111/[9^{n-1} - (1+4^{n-1})/2]\} \sum_{j_1=1}^2 \sum_{j_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, 2), \dots, \rho(n-1, 2), \\ & G(1, 2j_1-1), \dots, G(n-1, 2j_{n-1}-1))] \\ & + 0.444 [U_1(\omega, \rho(1, 2), \dots, \rho(n-1, 2), G(1, 2), \dots, G(n-1, 2))] \end{aligned}$$

ここで、 $\rho(m, 1) = \rho_{Mm} - C\sigma_{pm}$ 、 $\rho(m, 2) = \rho_{Mm}$ 、 $\rho(m, 3) = \rho_{Mm} + C\sigma_{pm}$ 、 $G(m, 1) = G_{Mm} - C\sigma_{Gm}$ 、 $G(m, 2) = G_{Mm}$ 、 $G(m, 3) = G_{Mm} + C\sigma_{Gm}$ である。Rosenbluethによれば確率変数を正規分布と仮定した場合には、 $C=1.73$ である。



PMF:Probability Mass Function

Fig.1 a) Weight used in PEM2.



PMF:Probability Mass Function

Fig.1 b) Weight used in PEM3.

3. 解析結果

この数値解析における簡単な地盤モデルをTable 1に示す。各地盤におけるPEM2の1次固有振動数と応答倍率の平均値とMCSのそれぞれとの相対誤差の解析結果をTable 2 a), b)にまとめた。また、モデル0、1のPEM3の結果を掲載した。まずPEM3の結果に注目すると、全てのケースでモデル0よりモデル1の方が精度が良い。これは、層数が増えるにつれて発生させる地盤係数の組み合わせが増えることから、層数の増加にともない解析精度も良くなるものと考えられる。次に、PEM2とPEM3の結果に注目すると、全体的には、等価線形解析の精度が線形解析のそれに比較して、精度が悪くなっていることがわかる。この理由として、地盤ひずみによる線形化の程度が各層のせん断波速度、すなわち、1次固有振動数に大きく影響することが考えられる。またモデル1に注目すると、PEM3の相対誤差はPEM2より小さくなっている。PEM3は地盤層数が多いほど精度が良くなり、PEM2より優れているといえる。これはPEM3では、3点で確率変数を近似していることだけではなく、地盤係数の組み合わせが多いことも影響していることが考えられる。いずれの地盤でもPEM2、PEM3ともにMCSとの相対誤差は1パーセント以内であり、点推定法の地盤応答解析法への適用は十分可能であることが認められる。

最後に演算時間について比較する。結果をTable 3に示す。表中のかっこ内はMCSによる演算時間を1としたときのそれぞれの手法による演算時間の比である。これより、MCSに比べPEM2、PEM3は、線形では約1/7、層数が増すと約1/4、等価線形では約1/35程度短縮されることがわかる。また当然のことではあるが、地盤係数の組み合わせの少ないPEM2の方が、PEM3に比べて演算時間は短縮される。

以上より、地盤層数の不確定性による影響を正確に評価するためには、MCSによる多数の解析がのぞましいが、ここで提案したPEM2、PEM3でもMCSとの差を少なく、しかも短時間で解析できるということが明らかとなった。

4. おわりに

本研究ではモンテカルロ・シミュレーション法では演算時間、演算容量の制約を受ける場合が多いので、これに代わる有力な地盤応答解析法として、点推定法を用いた地盤の効率的確率応答解析法を提案し、地盤の応答解析で最も良く用いられている重複反射理論へ両手法を適用し、比較検討を行なった。地盤の1次固有振動数と応答倍率に注目して結果をまとめたところ、点推定法による解析精度、モンテカルロ・シミュレーション法に対する演算時間の短縮程度などを明らかにすることができた。現在のプログラムでは、各層の地盤係数の組み合わせにより解析回数が決定される。効率的にその組み合わせを行なえば、演算時間がさらに短縮されるものと思われる。

〔参考文献〕

- 1) 土岐 憲三：構造物の耐震解析，技報堂出版，pp.82～90，1981.
- 2) 松尾 稔：地盤工学 ―信頼性設計の理念と実際―，技報堂出版，pp.62～64，1984.

Table 1 Model grounds.

Model 0				Model 1			
No. of layer	Density(t/m^3)	Shearing modulus of elasticity(tf/m^2)	Thickness (m)	No. of layer	Density(t/m^3)	Shearing modulus of elasticity(tf/m^2)	Thickness (m)
1	1.6	36,000	3.0	1	1.6	36,000	3.0
Bedrock	2.2	625,000	—	2	1.8	112,500	3.0
				Bedrock	2.2	625,000	—

Model 2				Model 3			
No. of layer	Density(t/m^3)	Shearing modulus of elasticity(tf/m^2)	Thickness (m)	No. of layer	Density(t/m^3)	Shearing modulus of elasticity(tf/m^2)	Thickness (m)
1	1.6	36,000	3.0	1	1.9	34,550	3.6
2	1.8	112,500	3.0	2	1.9	67,000	4.0
3	1.6	36,000	3.0	3	1.9	59,570	6.4
4	1.8	112,500	3.0	4	1.9	75,700	5.6
Bedrock	2.2	625,000	—	Bedrock	2.2	625,000	—

Table 2 a) Relative error of natural frequency (%).

No. of model ground	Method	Linear	Equivalent linear
0	PEM2	0.6	0.3
	PEM3	0.7	1.0
1	PEM2	0.4	0.4
	PEM3	0.1	0.0
2	PEM2	0.7	0.9
3	PEM2	0.4	0.8

Table 2 b) Relative error of response amplification(%).

No. of model ground	Method	Linear	Equivalent linear
0	PEM2	0.0	0.2
	PEM3	0.2	1.1
1	PEM2	0.3	0.4
	PEM3	0.1	0.2
2	PEM2	0.4	0.7
3	PEM2	0.3	0.2

Table 3 CPU time.

No. of model ground	Method	CPU time	
		Linear	Equivalent linear
0	MCS	16.33 sec (1)	4 min 20.57(sec) (1)
	PEM2	1.57 sec (1/10)	3.27 sec (1/80)
	PEM3	1.70 sec (1/10)	3.84 sec (1/68)
1	MCS	21.28 sec (1)	3 min 16.19(sec) (1)
	PEM2	1.93 sec (1/11)	4.76 sec (1/41)
	PEM3	3.15 sec (1/7)	17.09 sec (1/12)
2	MCS	31.66 sec (1)	6 min 55.94(sec) (1)
	PEM2	9.17 sec (1/4)	51.11 sec (1/8)
3	MCS	32.09 sec (1)	7 min 33.96(sec) (1)
	PEM2	9.18 sec (1/4)	1 min 54.70 sec (1/4)