

(17) 不整形地盤の定常調和増幅特性

岡山大学
岡山大学

正会員
学生員

竹宮宏和
友野達夫

1. まえがき

過去の地震被害が、地形の不整形性に起因することが多く、その地震応答性状は、通常よく仮定される水平基盤上のそれとは異なった様相を呈することから地盤の震動解析において不整形基盤面の影響を把握することが重要である。

本研究では、BEMとFEMとのハイブリッド法を通して、不整形基盤上に軟弱地盤が沖積した場合の地形が地震時にみせる応答性状についての評価を行なったものである。境界要素法において必要となるグリーン関数について、筆者らは既に一様地盤に限った半無限平面に対する効率的な計算法¹⁾また、半無限層状粘弾性地盤内の加振問題に対する解（集中加振解、分布加振解）をChebyshevの多項式近似を利用した修正Clenshaw-Curtis法を適用した効率的な計算法²⁾を得ている。今回は、後者の近似として深さ方向に離散化された二次元波動方程式より導いたいわゆる薄層要素法によって得られるもの³⁾を用いて解析を行なったのでその結果を報告する。

2. 定式化

(1) 波動場

解析対象地盤は、半無限領域Ⅰと有限領域Ⅱとからなり地震入力に対して領域Ⅰにおける変位場 u_1 は、入射波と反射波による変位場 u_1^i と境界 Γ によって生じる散乱波場 u_1^s 、領域Ⅱにおける変位場 u_2 は、境界 Γ によって生じる透過波による場 u_2^t となる(図1)。

$$u_1 = u_1^i + u_1^s, \quad u_2 = u_2^t \quad (1)$$

表面力についても同様に

$$t_1 = t_1^i + t_1^s, \quad t_2 = t_2^t \quad (2)$$

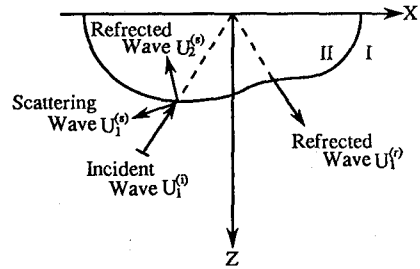


図1 波動場

(2) HYBRID法

FEMとBEMとの結合を重み付き残差法から行なう。従って、境界上の変位、表面力に関して

$$\int_{\Gamma} W_d^T (u_{BEM} - u_{FEM}) d\Gamma = 0 \quad (3)$$

$$\int_{\Gamma} W_t^T (t_{BEM} + t_{FEM}) d\Gamma = 0 \quad (4)$$

ここに、 W_d と W_t は、独立な重み関数を定義する。次に、半無限領域Ⅱの散乱波による表面力と変位を一連の加振力ソースによって半無限平面に対する変位、表面力のグリーン関数を介して表すと

$$u_{BEM}^T(y) = \int_{\Gamma} G_u(y, x) P(x) d\Gamma(x) = \sum_e G_u(y, x_e) P_e(x_e) \quad (5)$$

$$t_{BEM}^T(y) = \int_{\Gamma} G_t(y, x) P(x) d\Gamma(x) = \sum_e G_t(y, x_e) P_e(x_e) \quad (6)$$

ここで、 y, x はそれぞれ応答点、加振点をあらわす。式(3)の重み関数をそれぞれ次のようにする。

$$W_d(y) = u_{FEM}(y), \quad W_t(y) = t_{BEM}^T(y) \quad (7), (8)$$

内挿関数を用いて離散化を行なうと式(3),(4)は次の式となる。

$$H^T P + p^f + D_{bb} u = 0, \quad G^T P + H u^f - H u = 0 \quad (9), (10)$$

D_{zz} はFEMによる半無限領域Ⅱの動的剛性で $D_{zz} = K_{zz} - \omega^2 M_{zz}$, ($x = i, b$) を定義しており、添え字 i は内部節点、 b はBEMとの境界の節点であり、 u^f, p^f はそれぞれ自然地盤に対する変位、表面力である。式(9),(10)より未知ソース力 P を消去すると

$$\{H^T (G^T)^{-1} H + D_{bb}\} u = H^T (G^T)^{-1} H u^f - p^f \quad (11)$$

ここで、遠地盤領域Ⅱの動的剛性 $K_{bb}^* = H^T (G^T)^{-1} H$ 、および内部FEM領域への有効入力 $P_b^* = K_{bb}^* u^f - p^f$

を定義すると

$$\mathbf{D}_{bb}\mathbf{u} = \mathbf{K}_{bb}^*\mathbf{u}^f - \mathbf{p}^f \quad (12)$$

以上より全体方程式は、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ii} & \mathbf{D}_{ib} \\ \mathbf{D}_{bi} & \mathbf{D}_{bb} + \mathbf{K}_{bb}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i \\ \mathbf{P}_b^* \end{bmatrix} \quad (13)$$

3. グリーン関数について

(1) 一様無限体あるいは一様半無限体に対するグリーン関数

一様無限体に対するグリーン関数 $G^p(x, z; \xi, \eta)$ は代数式で与えられる。このグリーン関数の使用に際しては、半無限自由表面の境界条件の作成のため補助的に対象波長の2倍程度の距離にわたって節点を配置する必要がある。一方、一様半無限体に対するグリーン関数は、ミラーイメージ法で定式化され波数積分を含む形で与えられる。

$$\{u, w, \tau_{xz}, \sigma_{zz}\}^T = G^p(x, z; \xi, \eta) + G^p(x, z; \xi, -\eta) + \int_{-\infty}^{\infty} \{\hat{u}^h, \hat{w}^h, \hat{\tau}_{xz}^h, \hat{\sigma}_{zz}^h\}^T \exp\{ik(x-\xi)\} dk \quad (14)$$

添え字p,hはそれぞれNavier式においての特解、斉次解を指す。後者の場合は自由表面の境界条件をすでに満足しているので、実際の境界のみに節点を配置すればよい。沖積層内部が層状のときにも、適用できるが遠地盤領域が一様に限られる。これが層状のときは近似的にしか取り扱えない。波数積分においては、レーリ極、分岐点を含む特異性のある激しく変動する有限区間と、それ以外の無限区間に区分してそれぞれにGauss求積法を用いた。

(2) 多層半無限体に対するグリーン関数

フーリエ積分変換により波数領域解を伝達マトリックス法あるいは直接剛性法から計算する。つまり波数領域の状態ベクトル $\{S(z)\}$ は第m層に対して

$$\{S(z)\} = [Q(m)][E(z-z_{m-1})]\{C(m)\} + \{S(z)\} \quad (15)$$

ここに、 $[Q(m)][E(z-z_{m-1})]$ は、振動数、波数、第m層の地盤定数、応答点のz座標等によってきまる定数マトリックス、 $\{C(m)\}$ は、未知積分定数マトリックスであり、これらの積が斉次解を表す。 $\{S(z)\}$ は第m層に加振源が分布するときのみ必要な特解項のzに関する定数ベクトルである。ここで、各層の上端(A)、下端(B)における変位 $\{U_{AB}\}$ と応力 $\{T_{AB}\}$ の関係は式(15)を変形することにより

$$\{T_{AB}\} = [K_{AB}]\{U_{AB}\} - \{P_{AB}\} \quad (16)$$

$\{K_{AB}\}$ は各層の剛性行列 $\{P_{AB}\}$ は外力項ベクトルである。この式(16)を用い全体系に対し、つりあい条件と連続条件を適用することにより波数領域解が求められる。この逆変換を直接積分法から数値的に遂行する。

$$\{u, w, \tau_{xz}, \sigma_{zz}\}^T = \int_{-\infty}^{\infty} \{\hat{u}, \hat{w}, \hat{\tau}_{xz}, \hat{\sigma}_{zz}\}^T \exp\{ik(x-\xi)\} dk \quad (17)$$

この積分法として被積分関数をChebyshev多項式に近似して積分する修正Clenshaw-Curtis法が高精度で効率的である。加振状態において集中加振と共に一様分布加振を採用することができる。

(3) 薄層要素法によるグリーン関数

(2)の手法においては各層内の波動伝播マトリックスを厳密的に評価したが、対象波長と層厚との比から層間の変位の変化に内挿関数を導入して近似することができる。

$$\mathbf{u}(\xi) = \phi_1(\xi)\mathbf{u}_m + \phi_2(\xi)\mathbf{u}_{m+1} \quad (18)$$

なお、半無限基盤に対しては、波数に関してテーラー展開した近似式を用いる（本研究では1次まで採用）。この離散化の下では全層に対する支配式は直接剛性法から代数方程式

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\bar{\mathbf{u}} \quad (\mathbf{K} = k^2\mathbf{A} + k\mathbf{B} + \mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}) \quad (19)$$

となるので波数領域解を固有値解析を通して求める。逆積分変換は、したがって留数積分から解析的に遂行できる。この手法においても加振状態に集中加振と共に一様分布加振を採用することができる。

4. 数値解析例および考察

本研究では、台形の沖積地盤を対象とし、入射波の種類 (P, SV波)、無次元振動数 $\eta = 2a/\lambda$ をパラメータに地表面応答 (自然地盤応答により正規化された値) を求めている。ただし、 a は沖積谷の半幅、 λ は入射波の波長である。図2のようにソースの位置が傾斜および水平な場合また、鉛直および水平な場合とで解析を行ない後者の妥当性が検証される (図3)。次に、図4のように基盤面以下に硬い地盤を考慮して厳密なグリーン関数と薄層要素法により解析した場合の解析結果が図6である。遠地盤が一樣のもの図3と比べて増幅度には違いがみられないが、図5のように正規化に用いる自然地盤応答の値が異なるので実際の応答はその倍率を乗じた値となる。なお、薄層要素法によるグリーン関数を用いた場合、層分割はおおよそ波長の6分の1、また波長の1.5倍の下層を設けることで妥当性が検証された。

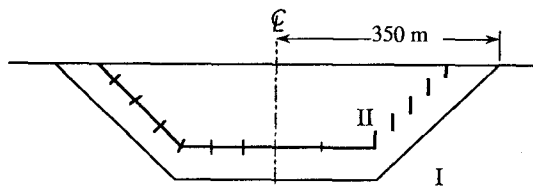


図2 ソース位置

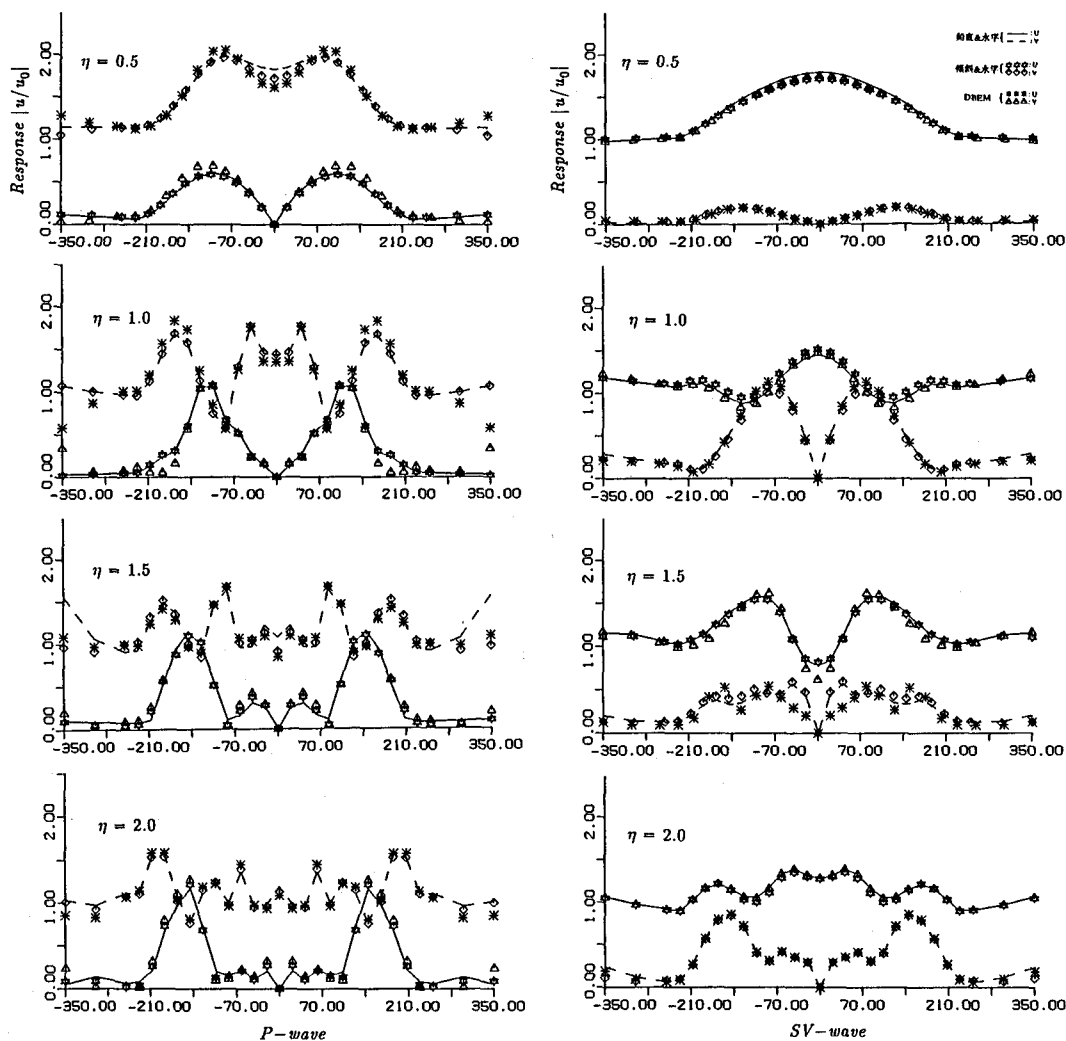


図3 ソース位置の違いによる解析結果比較

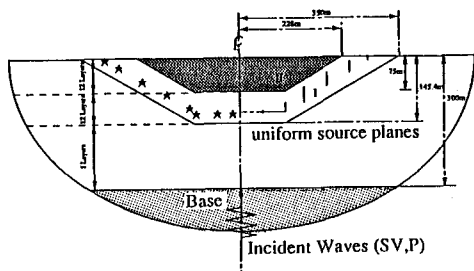


図4 解析モデル

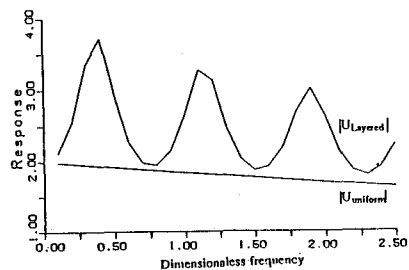


図5 自然地盤応答

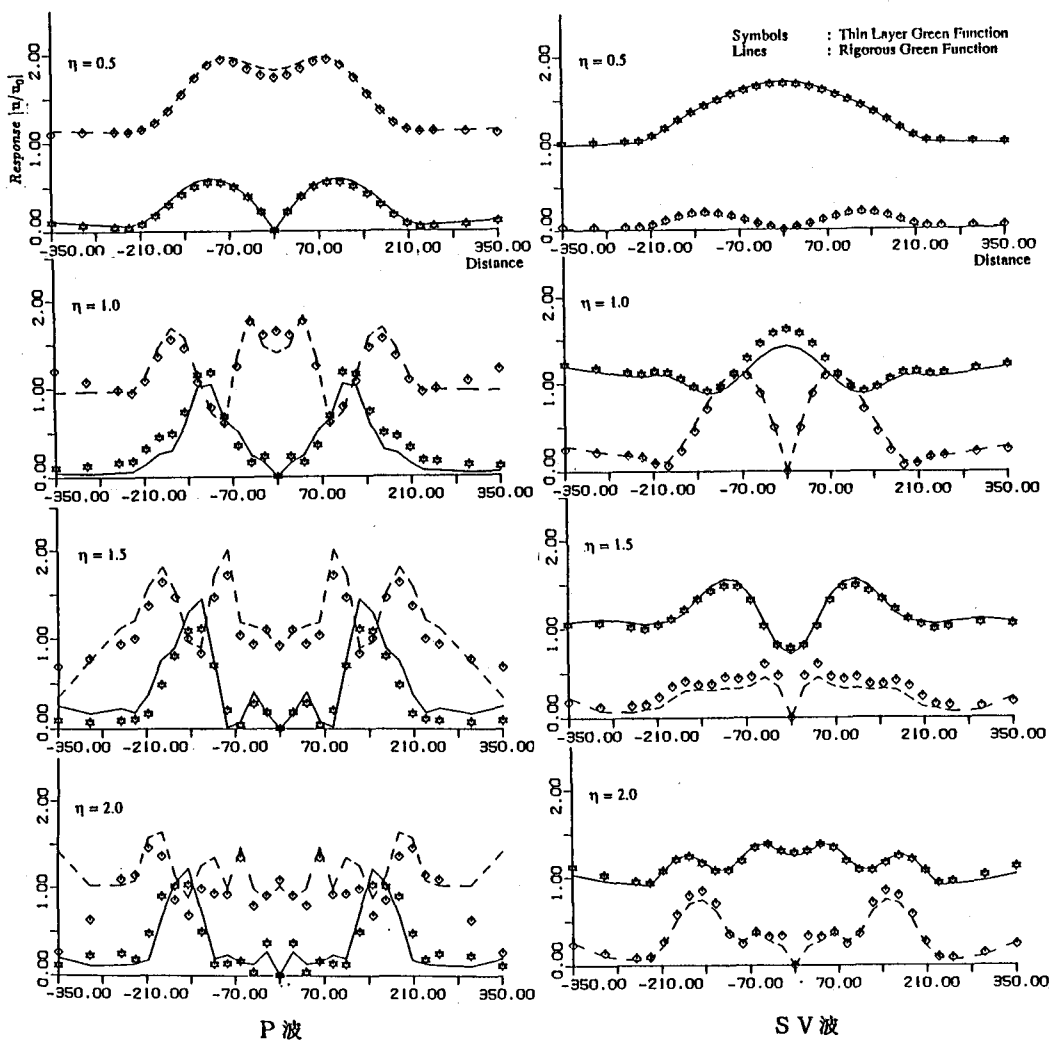


図6 厳密解及び薄層要素解を使用した解析結果比較

参考文献

- 1) 竹宮宏和他 一様半無限平面におけるグリーン関数(ラム問題)の一般数値計算法;土木学会第45回年次学術講演会概要1-544;1990
- 2) H.Takemiya and K.Arioka, Numerical Computation Method of Green Functions 2D Viscoelastic Layered Halfspace for Buried Uniformly-distributed Loads, Proc.JSCE;1991
- 3) Kausel,E, An Explicit Solution for The Green Function for Dynamic Loads in Layered Media, MIT Report R81-13