

大林組 杉山和久
 京都大学防災研究所 土岐憲三
 京都大学防災研究所 佐藤忠信

1. まえがき 地震等の非定常な外力に対して構造物の振動を最適に制御するためには、時々刻々得られる情報のみから制御力を決定する必要がある。これまで制御に用いられてきた最適レギュレータの評価関数は全制御時間の積分値で与えられるため2点境界値問題を構成し、一般には外力を無視することにより制御則が導かれる。このため既往のレギュレータ問題を用いて構造物の制御を行うと、入力地震動の性質を十分に考慮した制御が行えないことになる。本研究では、構造物に輸入する震動エネルギーを考慮した時間依存型評価関数を用いることにより、入力地震動の性質を直接制御力に反映することが出来る閉ループ制御則を提案し、構造系の非線形特性を考慮した構造物の震動制御則を提案するとともに、その適用例を示す。

2. 構造物の地震入力エネルギーを考慮した時間依存型評価関数の提案 地震による構造物の被害の程度を表現する指標に構造物に輸入されるエネルギー量が提案されている¹⁾。本研究では、この入力エネルギー量を評価関数の中に組み込み最適化アルゴリズムを構築した。現時刻までの観測値のみから制御力を決定するため評価関数としては時間依存型のもを用いた。線形構造系の運動方程式を状態方程式の形で表現すると次式を得る。

$$\dot{z}(t) = \mathbf{A}z(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{W}_1\ddot{X}_0(t) \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{B}$ と $\mathbf{W}_1$ は変換マトリックスであり、制御力ならびに慣性力を構造系に作用する外力に変換するマトリックス $\mathbf{H}$ と $\mathbf{m}$ を用いて次式のように表現される。 $u(t)$ は制御力であり $\ddot{X}_0(t)$ は入力加速度である。いま、質量、粘性減衰ならびに剛性マトリックスを $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ とすれば、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H} \end{bmatrix} \quad \mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{m} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(1)の解は式(3)で与えられるが、左辺第2項の積分を台形近似することにより、式(4)と(5)の形式に書き表すことができる。

$$z(t) = e^{\mathbf{A}\Delta t}z(t-\Delta t) + e^{\mathbf{A}t} \int_{t-\Delta t}^t \{\mathbf{B}u(\tau) + \mathbf{W}_1\ddot{X}_0(\tau)\} e^{-\mathbf{A}\tau} d\tau \quad (3)$$

$$z(t) = \mathbf{D}(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{B}u(t) + \mathbf{W}_1\ddot{X}_0(t)] \quad (4)$$

$$\mathbf{D}(t-\Delta t) = e^{\mathbf{A}\Delta t} \{z(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{B}u(t-\Delta t) + \mathbf{W}_1\ddot{X}_0(t-\Delta t)]\} \quad (5)$$

構造物のエネルギー方程式は、運動方程式の各項に dz を掛け、現時刻まで積分することにより次式となる

$$\int_0^t \dot{\mathbf{x}}'(\tau) \mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{\mathbf{x}}'(\tau) \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{\mathbf{x}}'(\tau) \mathbf{K} \mathbf{x}(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{\mathbf{x}}'(\tau) \mathbf{m} \ddot{X}_0(\tau) d\tau = \int_0^t \dot{\mathbf{x}}'(\tau) \mathbf{H} u(\tau) d\tau \quad (7)$$

式(1)に含まれる制御力を決定するためには、制御力を最適化するためがあるので、構造物への地震入力エネルギーを考慮した時間依存形の評価関数を次式のように定義した。式(7)の右辺の積分を台形近似を用いて計算し、現時刻 t に関する項とそれ以外の項とに分け、重み α を乗ずることにより評価関数に組み込んだ。

$$J(t) = z'(t) \mathbf{Q}_1 z(t) + u'(t) \mathbf{R} u(t) + \alpha \{z'(t) \mathbf{Q}_2 z(t) + z'(t) \mathbf{W}_2 \ddot{X}_0(t) + E(t-\Delta t)\} \quad (8)$$

ここで、

$$\mathbf{W}_2 = \{0 \mid \mathbf{m}\}' , \quad \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{2} \mathbf{K} & \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{1}{2} \mathbf{M} \end{bmatrix}$$

時間依存型の評価関数はYangら²⁾によって提唱されたものであるが、式(8)の右辺第2項までしか含まれていなかったため、入力地震動の影響が制御力に直接反映されていなかった。式(8)の評価関数に、式(5)で表される運動方程式の解を制限条件として加え、ラグランジェの未定係数法をりようして評価関数を最小化することにより、制御力 $u(t)$ が次式のように求まる。

$$u(t) = -\frac{\Delta t}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}' \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) - \alpha \frac{\Delta t}{4} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}' \mathbf{W}_2 \ddot{\mathbf{X}}_0(t) \tag{9}$$

式(9)より明らかのように、制御量 $u(t)$ は時刻 t における状態量 $\mathbf{z}(t)$ のフィードバックと地動加速度 $\ddot{\mathbf{X}}_0(t)$ の両者より決定される閉ループ制御になっている。

3. 評価関数中の重みに対する考察 3 質点系モデルを対象として、評価関数中の重み $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$, α の制御力、状態量の大きさに対する影響を調べた。式(4)より明らかのように、制御力へ状態量をフィードバックする割合は $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ の比によって決まり、地動加速度の情報を加味する割合は $\mathbf{R}$ と α の比によって決まってくる。これら重みの比と、最大制御力、及び、最大変位との関係を詳細に検討した。解析モデルは図-1 に示した。制御装置としては、Active Tendon を考え、構造特性は表-1 に示した第1 剛性の値をとるものとして、線形解析をおこなった。入力加速度波形は El Centro(NS,1940) を最大加速度 340gal にしたものをを用いた。このとき、 $\mathbf{Q}$ は対称マトリクス、 $\mathbf{R}$ は対角マトリクスであり、それぞれ (1,1) 要素を用いて基準化したため、比を求める場合にはこの (1,1) 要素の大きさでマトリクスの大きさを代表させた。また、 $\mathbf{Q}$ については、各制御力に対する各質点のフィードバックの割合から数通りその形を考え、各々に対して解析を行った。図-2 に 2 通りの $\mathbf{Q}$ に対する $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ の比と最大制御力、最大変位との関係を示す。図より制御力と変位のかねあいは、ほぼ $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ の比によって決まることが分かる。また、 $\mathbf{Q}$ の形による違いは主に制御力に現れ、 $\mathbf{Q}$ によっては制御力が必要以上に多く使われる領域が存在する。図-3 には α と $\mathbf{R}$ の比と最大制御力、最大変位の関係を示す。図より $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ の比にかかわらず最大制御力、最大変位は $\alpha/\mathbf{R}(1,1) = 10^2$ 近傍で極小値をとる。また、 $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ の比が小さいときほど極小値が顕著になることから、制御力に対する制限が大きいときほど、閉ループ制御の特徴が顕著となり、閉ループ制御を有効に生かすことができる。

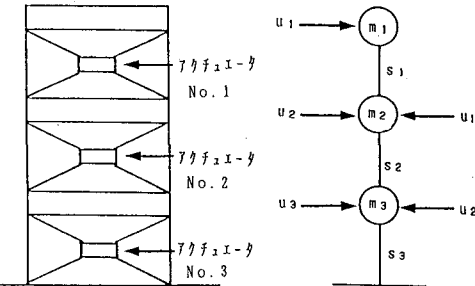


図-1 解析モデル

表-1 モデルの諸元

NO.	Mass (ton)	Stiffness (tonf/cm)			Crack point (cm)	Yield point (cm)
		K_0	K_1	K_2		
1	0.048	23.60	$K_0/3$	$K_0/10$	0.25	0.5
2	0.048	42.59	$K_0/3$	$K_0/10$	0.25	0.5
3	0.048	47.32	$K_0/3$	$K_0/10$	0.25	0.5

4. 非線形系に対する最適制御則の定式化 一般的な最適レギュレータ問題では、系の状態が制御時間中に変化する非線形問題にその制御則を適用することは困難である。しかしながら、本研究で用いた評価関数は時間依存型のため、評価関数の形を変えずに非線形モデルに対しても用いることができる。つまり、制御則の本質的な部分では、線形の場合と同様の取扱いが可能であり、制御中に系の剛性が変化する非線形構造物に対して、比較的容易にこの提案した振動制御のアルゴリズムを導入することができる。

非線形構造物と線形構造物の運動方程式上での相違点は、非線形構造物では剛性が時間の関数として表さ

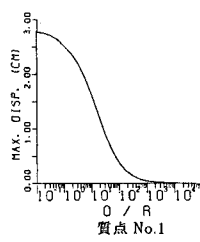
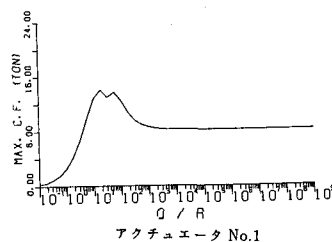
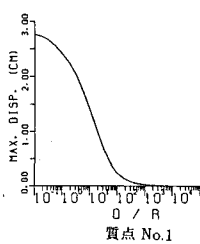
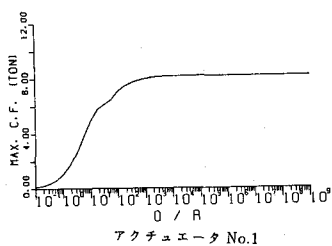


図-2 $Q(1,1)/R(1,1)$ と最大変位
ならびに最大制御力の関係

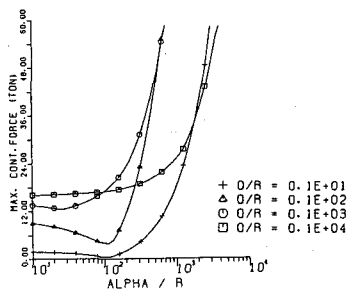
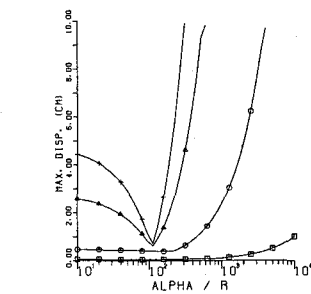


図-3 $\alpha/R(1,1)$ と最大変位ならびに
最大制御力との関係

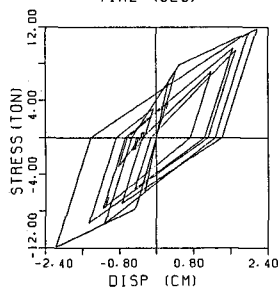
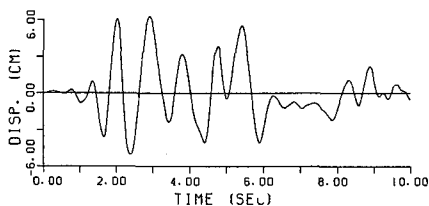


図-4(a) 非制御の場合における質点1の
変位とバネs1の履歴特性

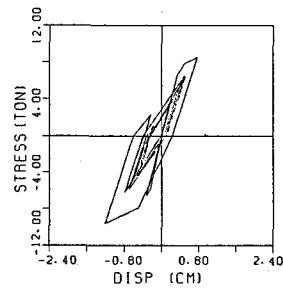
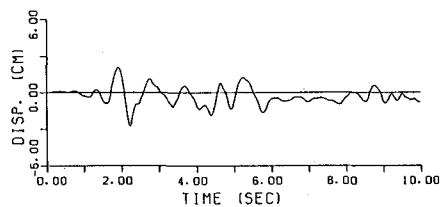


図-4(b) 制御を行った場合の質点1の
変位とバネs1の履歴特性

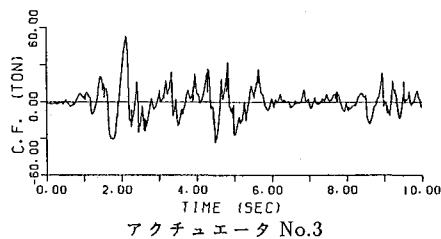
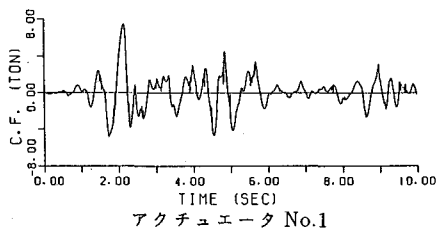


図-5 アクチュエータ1ならびに3の制御力

れることである。この場合、運動方程式は次式のようになる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}(t)) = -\mathbf{m}\ddot{\mathbf{X}}_0(t) + \mathbf{H}\mathbf{u}(t) \quad (10)$$

式(10)を式(1)のような状態方程式の形で表現するために、式(10)の左辺第3項を次式のようにその時刻でのバネ剛性と残留応力とに分解する。

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t) \quad (11)$$

式(11)を用いて、式(10)を式(5)同様、入力ならびに制御力が積分時間間隔内で線形に変化すると仮定して解き、次式を得る。

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{D}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}[\mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{W}_1\ddot{\mathbf{X}}_0(t) + \mathbf{F}_0(t)] \quad (12)$$

ここに、

$$\mathbf{D}(t - \Delta t) = e^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{T}(t)^{-1}\{\mathbf{Z}(t - \Delta t) + \frac{1}{2}[\mathbf{B}\mathbf{u}(t - \Delta t) + \mathbf{W}_1\ddot{\mathbf{X}}_0(t - \Delta t) + \mathbf{F}_0(t - \Delta t)]\} \quad (13)$$

$$\mathbf{F}_0(t) = \{0 \mid -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}(t)\} \quad (14)$$

評価関数は、式(8)をそのまま用いる。したがって、式(8)を式(14)の条件下で最小にするような制御力 $\mathbf{u}$ を求めることにより最適制御則を定式化でき、次式のように制御力が求まる。

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{\Delta t}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) - \alpha\frac{\Delta t}{4}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{W}_2\ddot{\mathbf{X}}_0(t) \quad (15)$$

式(15)からわかるように、剛性が非線形で表現されても $\mathbf{u}(t)$ は系の構造とは直接関係を持たず、現時刻の応答値と入力地震動より決まる。つまり、制御力に及ぼす系が非線形であることの効果は、応答値のフィードバックの中に含まれることになる。

ここで、式(15)中の $\mathbf{z}(t)$ 、および $\ddot{\mathbf{X}}_0(t)$ の係数は時刻に無関係であり、設定したシステムに対して一定となるため、前もって計算しておくことができる。したがって、制御力を非常に簡単な計算だけで、観測された地動と応答の大きさから、瞬時に決定することができる。これは、制御力を構造系へ入力するための時間遅れをゼロにできることを意味しており、実際の観点から非常に都合の良い制御理論になっている。

5. 多質点非線形構造物の最適制御

非線形構造物の解析モデルとしては図-1に示した3質点モデルを用い、復元力特性は剛性低下型のトライリニアモデルである武藤モデルを用いた。解析モデルの諸元を表-1に示す。入力は3節と同じものとした。図-4に最上層の相対変位とバネの履歴曲線を示す。(a)は制御を行わない場合、(b)は制御を行った場合である。図-5にはアクチュエータ1及びアクチュエータ3の制御力を示す。

図-4から明らかなように、制御を行うことにより応答変位を半分以下に抑えることができる。また、各バネの履歴ループも小さくなっており、非線形構造物に制御則を適用することで相対変位を小さくするだけでなく、各部材に対しても十分有効に作用し、塑性変形に伴う残留変形も小さくて済む。また、紙面の関係で構造物が線形の場合の結果を示していないが、解析のモデルの質量及び初期剛性を線形モデルと同じにしたため、アクチュエータ1の制御力の大きさは線形の場合とほぼ同じであった。しかし、アクチュエータ3の制御力はピークの時には線形の場合よりかなり大きな値を示すことが分かった。これは制御力が系の剛性には直接関係せず、応答と地動加速度だけから決まるため、非線形構造物では線形構造物より応答が大きくなり、その分、制御力が大きくなるためであると考えられる。

参考文献 1) 家村浩和、茅野茂:多自由度履歴構造物における地震入力エネルギーの分担率と耐震設計、土木学会第41回年次学術講演会概要集、pp.1113-1114、昭和61年11月。2) J. N. Yang, A. Akbarpour and P. Ghaemmaghami: New Optimal Control Algorithms for Structural Control, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, Sep. 1987.