

(120) ロッキング振動を伴う構造物の同定

東電設計(株) 耐震技術部 正員○松島 学
東京電機大学 理工学部 正員 松井邦人
東京電機大学 大学院 学生員 栗田哲史

1 はじめに

構造物の耐震安全性を評価することは重要な問題の一つである。本研究では直接基礎を持つ変電機器基礎を想定して、地盤をばねとダンパーでモデル化し、構造物をフーチングがせん断ばね、回転ばね及びそれらに対応するダンパーと、その上に固定されている一質点系でモデル化している。しかし、地盤のばね剛性とダンパーを評価することは難しい。このような構造系に作用する入力と応答の測定値よりばね剛性、減衰定数を測定しようとするものである。応答の測定値として、変位、速度、あるいは加速度応答の内の一つであるとし、それぞれの応答値に対する同定を行い、同定の効率性及び精度について検討する。入力波としてEl Centro N.S.地震波を用いるものとする。動的解析及び感度解析にはNewmark β 法を、同定手法としてGauss-Newton法を用いる。また上記の例題を解くことにより、手法の有効性を確認することにより、本構造物の耐震診断の可能性について検討する。

2 動的解析と同定手法

一般に、多自由度系の運動方程式は、次式のように書くことができる。

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = Q \quad (1)$$

$$z(t_0) = a, \quad \dot{z}(t_0) = b \quad (2)$$

M : 質量マトリックス, C : 減衰マトリックス, K : 剛性マトリックス

$\dot{z}$: 応答の速度ベクトル, $\ddot{z}$: 応答速度ベクトル, z : 応答変位ベクトル

Q : 外力ベクトル, a : 初期変位ベクトル, b : 初期速度ベクトル

測定値 i における測定値を $v_i(t)$, 解析値を $u_i(t)$ とする。また測定値 i に含まれる誤差を $\varepsilon_i(t)$ とし、解析値が真値と一致すると仮定すると

$$v_i = u_i + \varepsilon_i, \quad i \in A \quad (3)$$

u_i は、変位、速度、加速度のいずれかであり、 v_i は、それに対応する測定値である。構造物の未知パラメータ (同定パラメータ) を $x_k (k=1 \sim M)$ とすると、 u_i は $x_k (k=1 \sim M)$ の関数である。 x_k の最尤値は、 ε_i のノルムを最小にすると

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} w_i (v_i - u_i)^2 dt \quad (4)$$

$w_i(t)$ は重み関数である。パラメータ $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T$ は、式(4)を最小にするように決定すればよい。必要条件は、 $\partial J / \partial x_k (k=1, \dots, M)$ であり、この結果非線形連立方程式を得る。解を求めるのに繰り返し計算をすることになり、また u_i の x_k に関する2階の偏微分係数が必要となる。この手間を省くため、式(4)において u_i をTaylor展開すると

$$u_i(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) \doteq u_i(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^M \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \delta x_k \quad (5)$$

式(5)を式(4)に代入し、 δx_k で偏微分し、近似的に必要条件は、

$$\sum_{k=1}^M \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left(\sum_{i \in A} w_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) dt \right\} \delta x_k = - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} w_i (v_i - u_i) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dt \quad (6)$$

($k=1 \sim M$)

となる。式(6)は $\delta x_k (k=1 \sim M)$ に関する連立方程式である。 $\partial u_i / \partial x_k$ の計算をするため式(1)を x_k で偏微分して

$$M \frac{\partial \ddot{z}}{\partial x_k} + C \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_k} + K \frac{\partial z}{\partial x_k} = \frac{\partial Q}{\partial x_k} - \frac{\partial M}{\partial x_k} \ddot{z} - \frac{\partial C}{\partial x_k} \dot{z} - \frac{\partial K}{\partial x_k} z \quad (7)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_k} (t_0) = 0, \quad \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_k} (t_0) = 0 \quad (8)$$

を得る。この式は、式(1)と同様に解き、 $\partial z / \partial x_k$ 、 $\partial \dot{z} / \partial x_k$ 、 $\partial \ddot{z} / \partial x_k$ を求めることができる。

計算の手順の概略は次の様になる。

- Step 1 x_k ($k=1 \sim M$)の初期値を仮定
 Step 2 式(1)を式(2)の初期条件を用いて解く。
 Step 3 式(7)を式(8)の初期条件を用いて解き、応答の感度を求める。
 Step 4 式(6)の連立方程式を作成し、 δx_k ($k=1 \sim M$)について解く。
 Step 5 $|\delta x_k|$ が十分に小さい時、計算を打ち切る。
 そうでない時は $x_k = x_k + \delta x_k$ と置きStep 2に戻る。

3 構造モデル 1

図-1に示すように、フーチングと上部構造を1質点系で表したモデルが、地盤を水平ばねと回転ばね、及びそれ等に対応するダンパーで表したモデルで支持されているものとする。今、フーチングの回転を θ 相対水平変位を z_1 、上部構造モデルの質点の相対変位を z_2 とする。また質点マトリックス M 、減衰マトリックス C 、剛性マトリックス K は、それぞれ

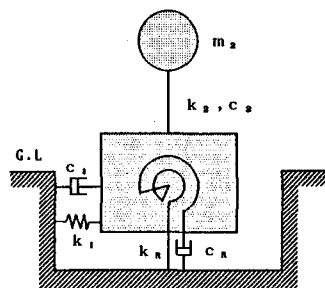


図-1 構造モデル 1

$$M = \begin{bmatrix} J \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_R + C_1 \frac{h^2}{4} + C_2 \frac{h^2}{4} & -(C_1 - C_2) \frac{h}{2} & -C_2 \frac{h}{2} \\ -(C_1 - C_2) \frac{h}{2} & C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 \frac{h}{2} & -C_2 & C_2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_R + k_1 \frac{h^2}{4} + k_2 \frac{h^2}{4} & -(k_1 - k_2) \frac{h}{2} & -k_2 \frac{h}{2} \\ -(k_1 - k_2) \frac{h}{2} & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 \frac{h}{2} & -k_2 & +k_2 \end{bmatrix}$$

また外力は、 $Q(t) = -(0, m_1 \ddot{z}_0, m_2 \ddot{z}_0)^T$ で表すことができる。本問題は、 m_1, m_2, c_2, k_2 は既知であり c_R, c_1, k_R, k_1 が未知であると仮定し、フーチングで測定される θ, z_1 ($\theta, \dot{z}_1$ or $\ddot{z}_1$) のデータより、それ等の未知パラメータを決定しようとするものである。既知パラメータの値は $m_1 = 100 \text{ tf} \cdot \text{sec}^2/\text{m}$, $m_2 = 20 \text{ tf} \cdot \text{sec}^2/\text{m}$, $c_2 = 8 \text{ tf} \cdot \text{sec}/\text{m}$, $k_2 = 3000 \text{ tf}/\text{m}$ また、未知パラメータを $c_R = 20 \text{ tf} \cdot \text{sec}/\text{rad}$, $c_1 = 20 \text{ tf} \cdot \text{sec}/\text{m}$, $k_R = 5000 \text{ tf}/\text{rad}$, $k_1 = 2000 \text{ tf}/\text{m}$ 、入力波はEl Centro N.S.を用いて解析した結果を測定値として用いた。次に未知パラメータの初期値を $c_R = 10 \text{ tf} \cdot \text{sec}/\text{rad}$, $c_1 = 10 \text{ tf} \cdot \text{sec}/\text{m}$, $k_R = 6000 \text{ tf}/\text{rad}$, $k_1 = 3000 \text{ tf}/\text{m}$ として逆解析を行った。収束状況を図-2に示す。初期値を変え逆解析を行ったが比較的スムーズな収束性を示している。

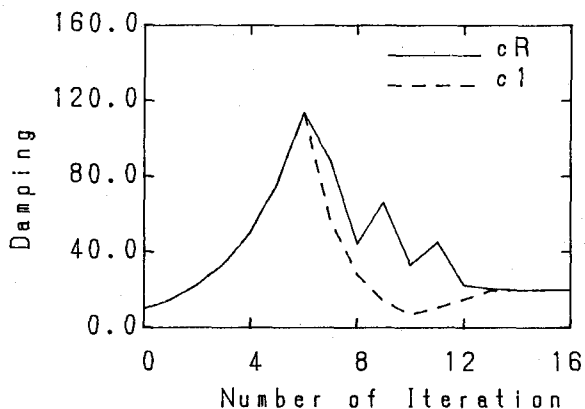
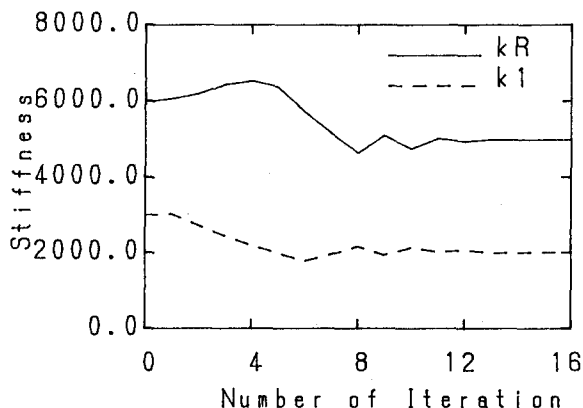


図-2 収束状況

4 構造モデル2

対象構造物を図-3に示すような2質点系モデルとした。このような構造物の運動方程式は

$$m_2 (\ddot{z}_2 + \ddot{y}_0) + c_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_2 (z_2 - z_1) = 0 \quad (9-a)$$

$$m_1 (\ddot{z}_1 + \ddot{y}_0) + c_1 \dot{z}_1 + k_1 (z_1) - c_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - k_2 (z_2 - z_1) = 0 \quad (9-b)$$

m_1, m_2 は質量、 c_1, c_2 は減衰係数、 k_2 は剛性、 $\ddot{y}_0$ は入力加速度である。 $k_1(z_1)$ は非線形の復元力特性である。復元力特性として2種類(CASE1, CASE2)のモデルを考える。既知のパラメータは、 m_2, c_2, k_2 であり、それらの値は $m_2 = 0.1 \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$, $c_2 = 0.1 \text{ kgf} \cdot \text{sec}/\text{cm}$, $k_2 = 8 \text{ kgf}/\text{cm}$ とする。

4.1 CASE 1

k_1 の復元力モデルとして

$$k_1(z_1) = a_1 z_1 + a_2 z_1^3 \quad (10)$$

のモデルを考えることにする。未知パラメータは、 m_1, c_1, a_1, a_2 である。ここでは m_2 の加速度が測定されたものとして、それから前述の4個の未知パラメータを決定する。未知パラメータを $m_1 = 0.1 \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$, $c_1 = 0.1 \text{ kgf} \cdot \text{sec}/\text{cm}$, $a_1 = 10.0 \text{ kgf}/\text{cm}$, $a_2 = 1.0 \text{ kgf}/\text{cm}^3$ として応答解析を行った。そして測定誤差の影響を調べるため、SN比 $= \max|\epsilon(t)| / \max|\ddot{z}(t)| \times 100$ とし、SN比が5%, 10%, 20%となるようなノイズを応答波に加え、逆解析を行った結果を表-1に示す。 m_1 の変位が比較的大きく十分な非線形挙動の情報が、 m_2 に含まれているとき、 $k_1(z)$ の復元力特性のパラメータ a_1, a_2 を同定することが可能である。しかし、応答が比較的小さい時、線形挙動が卓越し高次の係数 a_2 の決定は困難となる。

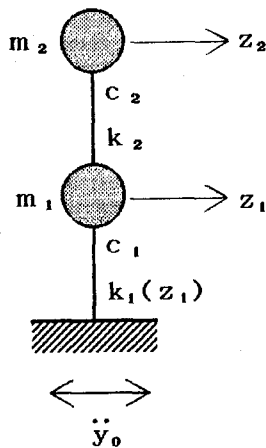


図-3 構造モデル2

表-1 同定結果

SN比	5 %	10 %	20 %
c_1 (kgf·sec/cm)	0.099410	0.099812	0.10057
a_1 (kgf/cm)	10.033	9.8779	10.172
a_2 (kgf/cm ²)	1.0306	0.98962	1.0483
m_1 (kgf·sec ² /cm)	0.10130	0.096703	0.10521

4.2 CASE 2

復元力特性を

$$k_1(z_1) = a_1 |z_1|^{a_2} \text{sgn}(z_1) \quad (11)$$

で表せるものとする。本モデルでは、 m_1 を既知($m_1=0.1$ kgf·sec/cm²)であるとし、未知パラメータは、 c_1 , a_1 , a_2 とする。まず $c_1=0.1$ kgf·sec/cm, $a_1=3.0$ kgf/cm², $a_2=2.5$ として解析を行った。そして、CASE 1と同様にノイズを加え測定値とした。初期値を変え同定した結果を表-2に示す。初期値の値を変えると収束値が異なっていることがわかる。またCASE 1のように、 m_1 も未知パラメータに加えると、発散し解が得られない。このことから指数部を未知パラメータとして選択する場合、非常に同定問題が不安定となることが分かった。

表-2 同定結果

SN比	初期値	5 %	10 %	20 %
c_1 (kgf·sec/cm)	0.05	0.17075	0.17074	0.16793
a_1 (kgf/cm ²)	2.0	4.7184	4.7096	4.6170
a_2	1.0	2.0338	2.0152	2.0069

SN比	初期値	5 %	10 %	20 %
c_1 (kgf·sec/cm)	0.05	0.099714	0.099587	0.099087
a_1 (kgf/cm ²)	1.5	2.9955	2.9904	2.9762
a_2	1.5	2.4979	2.4977	2.4908

5. あとがき

変電機器基礎の耐震性を評価することを目指し、比較的簡単なモデルを用いて、地盤モデルのパネ定数、減衰係数の同定を試みた。結果から次のようなことがコメントできる。

1. 測定値が変位、速度あるいは加速度であれGauss-Newton法の収束性は、比較的安定している。
2. CASE 1のような非線形モデルでも、同定パラメータが線形の場合、初期値の如何にかかわらず比較的安定した収束性を示している。
3. CASE 2のような指数部の未知パラメータの場合、本方法では不安定現象が現れる。

逆解析法として、Gauss-Newton法を用いているが、アルゴリズムの安定性を向上させるため、減衰係数の変動量は、50%以下とし、また剛性に関するパラメータの変動量は、10%以下になるようにしている。このような制約を設けることにより、初期値が真値とかなり異なっても、計算時間は多少増えるが、収束の安定性が向上する。