

(89) 地盤と基礎の動的相互作用の線形解析モデル

宮崎大学 原田隆典 清水建設(株)技術研究所 広瀬利光 田蔵隆 若原敏裕

1. まえがき 耐震設計法における動的相互作用の意味あい等を考察することを目的に、線形系を対象として動的相互作用の定式化およびそれに基づく解析モデルを整理する。

2. 線形系における定式化の色々 動的相互作用の線形解析モデルについて整理したものを図-1に示す。この図では、弾性波動理論や有限要素法に基づいて定式化することのできるインピーダンス(動的地盤復元力係数)および基礎入力地震動から構成される工学モデル(図-1, 3行目に示すモデル)のみを示しており、その他の近似的な工学モデルは除いている。解析法としては全体解析法と部分解析法の2つに大別され、部分解析法には、境界法Ⅰ, Ⅱ, 体積法, ハイブリット法が広く知られている。ここでは、種々の定式化について統一的に整理して、その耐震設計法における意味合について考慮する。

2-1. 全体解析法 有限要素法に基づく定式化を行う。振動数領域での力と変位(絶対変位)の関係は $[-\omega^2 m + i\omega c + k]U = P$ と表現されるため、以下の定式化では簡単のため $D = -\omega^2 m + k^*$, $k^* = k + i\omega c$ 、と表現するものとする。ここに、 m , c , k はそれぞれ質量マトリックス, 減衰マトリックス, 剛性マトリックスを表す。

図-1(上段左)に示すように、基礎を含む構造物節点変位を U_s , 地盤変位を U_g , 地盤の有限境界0上の節点変位を U_0 とし、 U_0 は既知とする。構造節点および地盤節点には強制外力は働かないものとする、全体系の力の釣合は

$$\begin{bmatrix} D_{ss} & D_{sg} & D_{s0} \\ D_{gs} & D_{gg} & D_{g0} \\ D_{os} & D_{og} & D_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_g \\ U_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_o \end{Bmatrix} \quad \dots(1)$$

式(1)より、

$$\begin{bmatrix} D_{ss} & D_{sg} \\ D_{gs} & D_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_g \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{os} \\ D_{og} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_o \end{Bmatrix} \quad \dots(2)$$

式(2)により、強制変位 U_o を与えて U_s, U_g を計算することができる。有限境界上の節点力 P_o は U_s, U_g を式(1)に代入して計算される。全体解析において、基礎上面の節点変位を U_b^o , 節点力を P_b^o とすると、基礎上面より上の構造物に対して次の力の釣合式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} D_{ss} & D_{sb} \\ D_{bs} & D_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_b^o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_b^o \end{Bmatrix} \quad \dots(3)$$

式(3)より、

$$D_{ss}U_s = -D_{sb}U_b^o \quad \dots(4)$$

U_b^o は全体解析により既知であるため式(4)を解いて上部構造物の応答を求めることができる(図-1, 3行1列)。

2-2. 部分解析法 境界法、体積法では、地盤と基礎の境界において全体系を二つに分割して考察する。その境界の節点変位を U_b , 節点力を P_b とすると、構造物-基礎部および基礎-地盤部に対して次式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} D_{ss} & D_{sb} \\ D_{bs} & D_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_b \end{Bmatrix} \quad \dots(5a) \quad \begin{bmatrix} D_{bb} & D_{bg} & D_{bo} \\ D_{gb} & D_{gg} & D_{go} \\ D_{ob} & D_{og} & D_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_b \\ U_g \\ U_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_b \\ 0 \\ P_o \end{Bmatrix} \quad \dots(5b)$$

ここで、相互作用力 P_b を計算するために次のような補助系を考える。

(1) 境界法: 掘込みのある自由地盤(図-1, 1行3列), (2) 体積法: 自由地盤(図-1, 1行4列)

$$\begin{bmatrix} D_{bb} & D_{bg} & D_{bo} \\ D_{gb} & D_{gg} & D_{go} \\ D_{ob} & D_{og} & D_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_b^f \\ U_g^f \\ U_o^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_o^f \end{Bmatrix} \quad \dots(6) \quad \begin{bmatrix} D_{bb} & D_{bg} & D_{bo} \\ D_{gb} & D_{gg} & D_{go} \\ D_{ob} & D_{og} & D_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_b^f \\ U_g^f \\ U_o^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_b^f \\ 0 \\ P_o^f \end{Bmatrix} \quad \dots(7)$$

ここに、

$$K_{bb}U_b^f = P_b^f \quad \dots(8)$$

(A) 境界法Ⅱ 式(5b)から式(6)を引算して、縮合すると相互作用力 P_b と変位の関係が得られる。

$$K_{bb}^e(U_b - U_b^e) = -P_b \quad \dots(9)$$

ここに、

$$K_{bb}^e = D_{bb} - D_{bg} D g g^{-1} D_{gb} \quad \dots(10)$$

この P_b を式(5a)に代入すると、

$$\begin{bmatrix} D_{ss} & D_{sb} \\ D_{bs} & D_{bb} + K_{bb}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ K_{bb}^e U_b^e \end{Bmatrix} \quad \dots(11)$$

K_{bb}^e は式(9)より地盤に単位変位を与えるときの力である(インピーダンス)。したがって、境界法Ⅱでは、 K_{bb}^e と U_b^e を図-1の1行3列, 2行3列の系によって計算しておくことにより、式(11)より応答が計算される。

(B) 体積法 体積法の定式化は、式(5b)から式(7)を引算して、これを縮合して相互作用力 P_b を求め、更にこれを式(5a)の右辺に代入して次のように求められる。

$$\begin{bmatrix} D_{ss} & D_{sb} \\ D_{bs} & D_{bb} + K_{bb}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ K_{bb}^e U_b^f + P_b^f \end{Bmatrix} \quad \dots(12a)$$

ここに、式(12a)の右辺は、式(8)を用いると、

$$K_{bb}^e U_b^f + P_b^f = [K_{bb}^e + K_{bb}] U_b^f = K_{bb}^f U_b^f \quad \dots(12b)$$

式(12a)によると体積法では、インピーダンス K_{bb}^e と自由地盤の節点変位 U_b^f と節点力 P_b^f を与えて基礎-構造物の応答が計算されることになる。または、式(12b)を利用すると、自由地盤におけるインピーダンス $K_{bb}^f (= K_{bb}^e + K_{bb})$ および K_{bb}^e と U_b^f より応答が計算される。

(C) 境界法Ⅰと境界法Ⅱ, 体積法の関係 境界法Ⅰでは、無質量の基礎-構造物系の地震応答変位 U^k (基礎入力地震動相互作用, キネマチック相互作用) と基礎-構造物系の慣性力による付加変位 U^i (慣性力相互作用) に分けて応答が考察される。式(11)または、式(12)において、無質量の基礎-構造物系を考えると次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} k_{ss}^* & k_{sb}^* \\ k_{bs}^* & k_{bb}^* + K_{bb}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s^k \\ U_b^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ K_{bb}^e U_b^e \end{Bmatrix} \quad \dots(13a)$$

$$K_{bb}^e U_b^e = K_{bb}^e U_b^f + P_b^f = K_{bb}^f U_b^f \quad \dots(13b)$$

式(13)より、

$$U_b^k = -k_{ss}^{*-1} k_{sb}^* U_b^k \quad \dots(14a)$$

$$U_b^k = [(-k_{bs}^* k_{bb}^{*-1} k_{sb}^* + k_{bb}^*) + K_{bb}^e]^{-1} K_{bb}^e U_b^e \quad \dots(14b)$$

式(14)は境界法Ⅰにおける基礎入力地震動 U_b^k と境界法Ⅱの U_b^e の関係を示すものである。式(14b)の第1項は基礎そのものの等価剛性を表すため基礎が剛体である場合には、この項は零となる。したがって、剛体基礎では、 $U_b^k = U_b^e$ となる。

(D) ハイブリット法 境界法、体積法が基礎と地盤の境界で全体系を分割して考えたのに対して、ハイブリット法では、基礎より遠方の地盤に境界を考え、この境界より内側の基礎近傍地盤-基礎-構造物系を有限要素法等により解析しようとするものである。定式化は境界法Ⅱ、体積法と同じである。

3. 数値計算例 図-2に示すような地盤-剛体基礎-構造物系を対象にして、解析モデルの違いによる地震応答の違いを検討した。解析モデルとして次の5種類を検討した。

- (1) スプリングモデルA：相互作用を全く考慮しない基礎固定モデル。入力地震動は自由地盤地表波形。
- (2) スプリングモデルB：地盤の復元力(インピーダンス K_{bb}^e) と基礎を考慮。入力地震動は自由地盤地表波形。インピーダンス K_{bb}^e は、有限要素法により2章の定式化に基づき厳密に評価。
- (3) 有限要素モデル：有限要素法による全体解析を実施。これを厳密解とする。
- (4) スプリングモデルD：境界法に従ってインピーダンス K_{bb}^e 、基礎入力地震動 $U_b^k (= U_b^e$ 剛体基礎のため) を有限要素法によって厳密に評価。

(5) スプリングモデルE：スプリングモデルAと同様、基礎固定-上部構造モデル。ただし、入力地震動は、全体解析で得られる基礎上面の応答波形を用いる。このモデルは式(4)より厳密解と一致する。

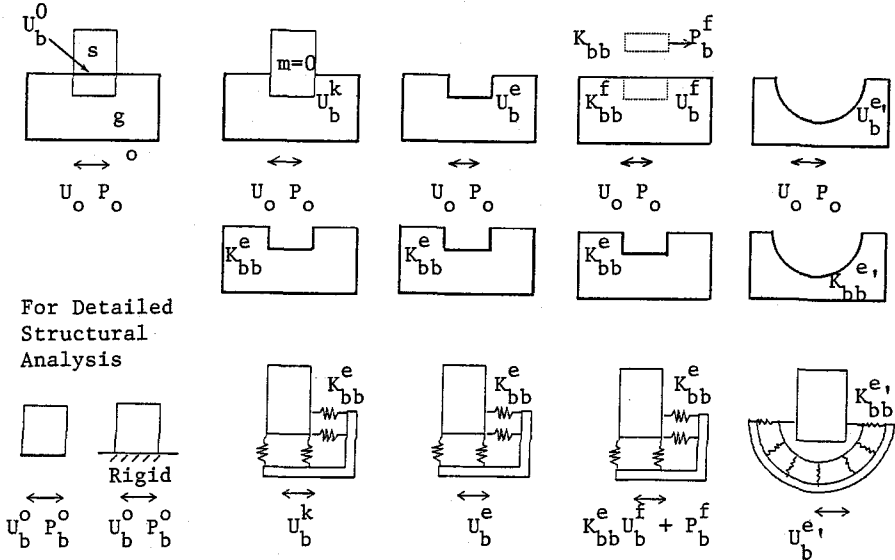
図-3に数値計算結果を示す。各モデルについて、上部構造物頂部の絶対加速度波形、ベースシェア、ベースモーメントの時刻歴およびそれらの最大値を示している。図-3より次のようなことが読み取れる。地盤のインピーダンスの影響は大きく、これを考慮することにより応答は約半分に低減されている(モデルA, Bの比較)。さらに、基礎入力地震動を厳密に評価することにより応答値は低減され正解に一致する(モデルB, D, 有限要素法による結果の比較)。基礎固定のモデルにおいても(モデルA)、基礎入力地震動として全体解析による基礎上面の地震動を用いれば正解を与える(モデルE)。

4. まとめ 線形系を対象とした動的相互作用の定式化を整理するとともに、これら定式化に基づいた工学モデルにおける物理量の間の関係を整理した。これらの整理および数値計算例より次のようなことが言えよう。インピーダンスの値の評価問題は本質的に重要であるが、相互作用の解析では、このインピーダンスに加え基礎入力地震動を評価しなければならない。基礎入力地震動の評価には自由地盤における地震動の空間分布に関する資料が必要となる。

Direct Method

Substructure Method

Boundary Method I	Boundary Method II	Volume Method	Hybrid Method
Kausel et al. (1987)	Chopra et al. (1973)	Kausel et al. (1978)	Gupta et al. (1980)
Harada et al. (1981, 83)	Gutierrez (1976)	Lysmer et al. (1981)	Liu et al. (1984)



Relationships Among Parameters

$$(1) K_{bb}^f = K_{bb}^e + K_{bb} \quad (2) K_{bb}^e U_b^e = K_{bb}^f U_b^f = K_{bb}^e U_b^f + P_b^f$$

$$(3) U_b^k = [K_{bb} + K_{bb}^e]^{-1} K_{bb}^e U_b^e \dots \text{For Flexible Foundation}$$

$$U_b^k = U_b^e \dots \dots \dots \text{For Rigid Foundation}$$

Fig. 1 Linear Soil-Structure Interaction Analysis Techniques

Fig. 2
Soil-Structure System
For Numerical Example

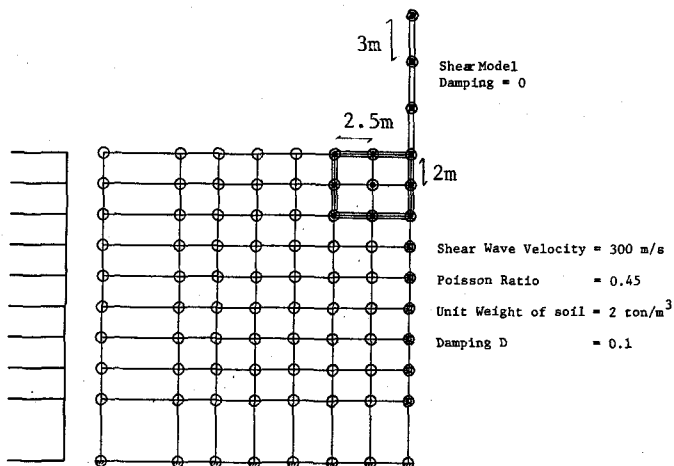


Fig. 3
Comparison of
Responses

