

## (73) グラベル地盤の地震応答と流出水量の解析

神戸大学大学院 学生員 ○孫 建生  
神戸大学工学部 正員 高田至郎

### 1. はじめに

本文では地震時の地盤液状化による被害を防止することを目的として、グラベル工法を施した地盤の地震応答を二次元F.E.M.で解析する手法および舗装下に施工するグラベル地盤での排水量解析法、排水パイプの設計方法とその計算例を紹介する。

### 2. 地盤の地震応答解析手法

グラベル工法を施した液状化地盤の地震応答解析は2次元F.E.M.による初期有効応力解析、動的液状化解析、過剰間隙水圧消散・沈下解析の3つの部分によって構成されている。

(a) 非線形振動方程式 地盤剛性と減衰は時々刻々に変化するため、増分形で表した式(1)を用いる。数値積分にはWilsonのθ法を使用している。

$$[M] \cdot \{\Delta \ddot{y}\} + [C] \cdot \{\Delta \dot{y}\} + [K] \cdot \{\Delta y\} = [M] \cdot \Delta \ddot{y}_e \quad (1)$$

ここに、 $[M]$ ；質量マトリックス、 $[C]$ ；減衰マトリックス、 $[K]$ ；剛性マトリックス、 $\ddot{y}_e$ ；基盤加速度で、 $\{\ddot{y}\}$ 、 $\{\dot{y}\}$ 、 $\{y\}$ ；節点の加速度、速度、変位である。

(b) 応力比-ひずみ関係 土の非線形応力-ひずみ関係として(2)式に示す履歴型H-Dモデルを用いている。

$$\eta = \frac{G_e' \gamma}{1 + |\gamma / \gamma_r|} \quad (2)$$

ここに、 $G_e' = G_e / \sigma'_e$ 、 $\eta$ ；せん断応力比( $\tau / \sigma'$ )、 $G_e'$ ； $\eta - \gamma$ 関係の骨格曲線の初期勾配、 $\gamma_r$ ；規準ひずみ( $\eta_r' / G_e'$ )である。

(c) 載荷-除荷基準 従来のMasing載荷-除荷規準では、履歴曲線は同じひずみの場合に同一ループをたどるため、実際の室内実験結果と矛盾する。本研究では文献1)に提案された修正Masing規準を用いている。履歴曲線と移動骨格曲線はそれぞれ(3)、(4)式で示される。

$$\eta - \eta_m = \frac{G_e' (\gamma - \gamma_m)}{1 + |\gamma - \gamma_m| / n \gamma_r} \quad (3) \quad | \quad \eta = \frac{G_e' (\gamma - \Delta \gamma)}{1 + (|\gamma - \Delta \gamma| / \gamma_r)} \quad (4)$$

ここに、 $\gamma_m$ 、 $\eta_m$ ；折り返し点の座標、 $\Delta \gamma$ ；直前のひずみ履歴、 $n$ ；双曲線の漸近値に関する係数である。

(d) 過剰間隙水圧の予測方法<sup>2)</sup>

過剰間隙水圧の上昇は中空ねじり実験の結果に基づいて時間ステップの過剰間隙水圧発生量 $d_u$ はせん断による体積ひずみ $dV_d$ と砂の体積圧縮係数 $m_s$ の比で表わす。体積ひずみ $dV_d$ は

$$dV_d = \frac{\partial V_d}{\partial \sigma'} d\sigma' + \frac{\partial V_d}{\partial \eta} d\eta + \frac{\partial V_d}{\partial N} dN \quad (5) \quad | \quad V_d = m^* \sigma' \eta^n - \frac{N}{N+A} \quad (6)$$

ここに、 $m^*$ 、 $A$ は材料定数で、文献2)の値を用いる。Nは繰り返しの回数である。

処女載荷時の体積圧縮係数 $m_v$ および除荷時の体積圧縮係数 $m_s$ はそれぞれ次式で計算する。

$$m_v = a \cdot b \cdot (\sigma_v')^{b-1} \quad (7) \quad | \quad m_s = a \cdot c \cdot (\sigma_e')^{b-c} \cdot (\sigma_v')^{c-1} \quad (8)$$

a、b、c は材料定数で、西ら<sup>2)</sup>の中空ねじりせん断実験結果値を使っている。

### (e) 間隙水圧消散・沈下解析

発生した過剰間隙水圧の消散量と、それに伴う地盤沈下量をBiotの圧密理論を用いて解析した。すなわち本解析では多孔質体中の水の流れと体積変化による流量発生とを連立させて解き、地盤振動の時間ステップごとに応答値を求める。

流体が充満した多孔質体の弾性挙動の釣合い方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} + F_x = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial y} + F_y = 0 \quad (10)$$

ここに、 $k_x, k_y$  ;  $x, y$  方向の透水係数、 $P$  ; 過剰間隙水圧、 $\rho$  ; 水の密度、 $u, v$  ;  $x, y$  方向の変位である。

土の微小部分から流出する流量分だけ体積が減少すると考えた釣合い方程式は次式で示される。

$$\frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (11)$$

解析プログラムでは、F.E.M.で解くために、式(9)、式(10)、式(11)を連立させて、Galerkin 法によって離散化を行い、過剰間隙水圧量及び変位増分を求める。

### 3. 流出水量と流速の計算方法

(a) 流出水量の計算 地盤応答解析では、2次元3節点の等ひずみ要素を使っているので、図1に示す要素について、その図心と各辺の中点によって要素を各節点に属する三つの部分に区分する。単位時間内に  $k_i$ ,  $j$  に属している部分から  $FED$  を通って、 $i$  部分に流れ込む水量  $Q_i$  は、Darcyの定理によって次に表す。

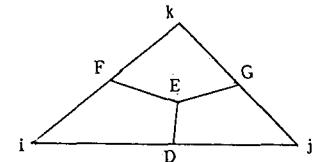


図1. 要素内の水量流れ概念図

$$Q_i = \int_{FED} \left( \frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} dx - \frac{k_x}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x} dz \right) \quad (12)$$

過剰間隙水圧  $u$  は有限要素法理論によって次式の様に節点の間隙水圧  $\{\beta\}$  で表される。

$$u = [N] \cdot \{\beta\} \quad (13)$$

ここに、 $[N] = [N_i, N_j, N_k]$  、 $N_i = (a_i + b_i x + c_i z) / 2A$ 、 $A$  ; 要素の面積で、 $a_i = x_i - x_k z_i$  、 $b_i = z_i - z_k$  、 $c_i = x_k - x_i$  ( $i=i, j, k$ ) である。

式(13)を式(12)に代入し、 $k_z = k_x = k$  とし積分すれば、

$$Q_i = \frac{k}{2A\gamma_w} ([c_i^2 + b_i^2, c_i c_i + b_i b_i, c_i c_k + b_i b_k]) \cdot \{\beta\} \quad (14)$$

同様に  $Q_j, Q_k$  が求められ、図1の要素に対して次式となる。

$$\{Q\}^\circ = \frac{k}{2A\gamma_w} \begin{bmatrix} c_i^2 + b_i^2, c_i c_i + b_i b_i, c_i c_k + b_i b_k \\ c_i c_i + b_i b_i, c_i^2 + b_i^2, c_i c_k + b_i b_k \\ c_k c_i + b_k b_i, c_i c_k + b_i b_k, c_k^2 + b_k^2 \end{bmatrix} \cdot \{\beta\}^\circ = [R]^\circ \cdot \{\beta\}^\circ \quad (15)$$

全節点に対して単位時間内に流出する水量について次式が成り立つ。

$$\{Q\} = [R] \{\beta\} \quad (16)$$

(b) 水の平均流出速度の計算 流出水量が分かると、排水パイプの断面積の設計に当たっては間隙水の流速が必要となる。i 節点が単位時間で流出した水量は i 節点が代表する領域の水の流出速度であるので、水の流出速度は i 節点の単位時間での流出水量を i 節点に属している領域の境界の面積で割って求められる。本研究では二次元要素を使っているので、面積の代わりに図1の要素では D E F 部分の線分の長さを求める必要がある。D E F 部分の長さは次式となる。

$$L_i = 1/2 \cdot \sqrt{\frac{(x_i + x_i - 2x_k)^2}{6} + \frac{(x_i + z_i - 2z_k)^2}{6}} + 1/2 \cdot \sqrt{\frac{(x_i + x_k - 2x_i)^2}{6} + \frac{(x_i + z_k - 2z_i)^2}{6}}$$

同様に  $L_j$ 、 $L_k$  も求められる。時刻 t に節点 k での水の平均流速  $V_a(t)$  は次式によって求める。

$$V_a(t) = Q_k(t) / L_{k0} \quad (17)$$

ここに、 $Q_k(t)$  は時刻 t における k 節点での流出水量で、 $L_{k0}$  は k 節点が代表する領域の境界の総面積である。

#### 4. 排水パイプの設計法

上述の流出速度を用いて、パイプの面積を計算するとかなり大きい断面積の排水パイプが必要となる（排水節点の関与する面積と等しい）。実際には、水はグラベルの中の流速でパイプを通過するのではなくて、グラベル中では一定量の圧力を保持しながらパイプを通って流出する。今、グラベルとパイプの接合部の節点水圧を  $P_0$  とし、消散計算は各節点の過剰間隙水圧の相対値によって行う。圧力差による排水パイプ内の速度は Torricelli の定理<sup>3)</sup> によって

$$V_p = \sqrt{2P_0/\rho} \quad (18)$$

である。グラベル内の流速  $V_p$  と圧力差による速度  $V_a$  の和はパイプ内の速度となる。この速度和を次式に代入して排水パイプの面積 A が求められる。

$$A = \frac{Q}{(\bar{V}_a + V_p) T} \quad (19)$$

ここに、Q は総排水量、 $\bar{V}_a$  は  $V_a$  の平均値、T は排水時間である。

#### 5. 計算例

計算モデル及び要素分割は図2に示している。地下水位は舗装層にあるとして、グラベルは2mまで設置している。1, 12, 45, 56節点は上方へ不透水で、23, 34節点は透水節点としている。4mまでは土の相対密度  $D_r$  は0.5であるが、それより下方は0.65である。

図3はせん断応力比 ( $\tau/\sigma_v'$ ) - ひずみ、せん断応力 - ひずみ履歴の例を示している。間隙水圧の上昇によって土のせん断剛性が低くなてもせん断応力比 - ひずみ関係は正しく修正masing曲線に沿ってい

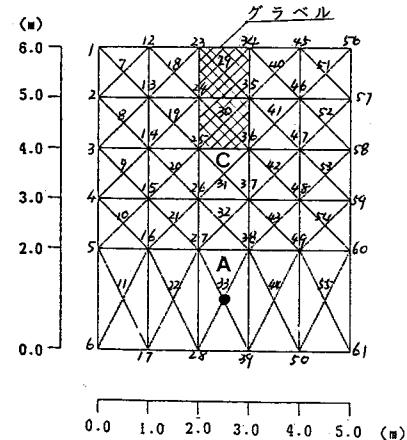


図2. グラベルを施した地盤の解析モデル

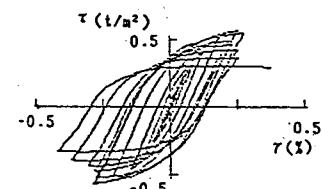
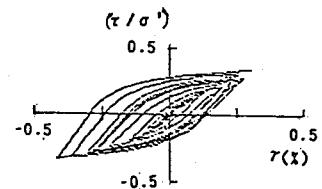


図3. せん断応力比 - ひずみ関係

ることが分かる。図4はせん断応力とひずみ歴の時刻変化例で、地盤の有効応力がゼロに近づいてもかなり安定な解が得られている。図5はいくつかの節点の間隙水圧の時刻歴で、グラベルの透水係数は $0.1\text{m/s}$ 、砂の透水係数は $10^{-5}\text{m/s}$ を用いている。図から分かるようにグラベルの存在によってグラベルから $1\text{m}$ 離れた点は加振後5秒ぐらいで液状化するが30秒後に間隙水圧比は0.6以下となる。図6は節点23での流出水量の時刻歴曲線と水の流れ速度歴曲線である。加振後10数秒間内での流速は大きく、全水量の60%を占めている。23節点での流れ出た水量は $0.0019\text{m}^3$ である。60秒以後は各点の間隙水圧は低くなり、流れ出た水量の変化も小さいことが知られる。

23節点での排水パイプの断面積は次のように計算される。流速の大きい10秒間を基準として算定する。グラベル内の平均流速は最大流速の $1/2$ をとて $0.074\text{m/s}$ で、23節点の間隙圧力を $0.05T/\text{m}^2$ とすると、圧力差による排水速度 $V_p$ は

$$V_p = \sqrt{2P/\rho} = 0.99\text{m/s}$$

必要とする排水パイプの面積は

$$A = \frac{Q_{10}}{(V_g + V_p) \times 10} = \frac{0.00124}{10.64} = 117\text{cm}^2$$

となる。

## 6. おわりに

本研究は二次元F.E.M.法を用いて、1)修正Masing則を載荷-除荷関係へ導入することにより、土の有効応力がゼロに近づいても、液状化過程中的地盤応答の安定な解が得られ、2)間隙水圧発生予測式を提案し、実験結果とよく一致する間隙水圧上昇曲線が得られた。また、3)グラベル地盤の地震応答解析によって、グラベルによる液状化地盤の排水量および排水パイプの設計方法を提案した。

## 参考文献

- 1)佐藤・プラダン・龍岡：排水・非排水繰り返し三軸試験における砂の応力～ひずみ履歴関係、第22回土質工学研究発表会、pp.549、1987.6.
- 2)西好一ら：地震時における基礎地盤の安定性評価（その1）動的解析に基づく砂・砂礫地盤の安定性評価手法の開発、電力中央研究所研究報告、1986.9.
- 3)日野幹雄：水理学、丸善、pp27-36、1985.3.

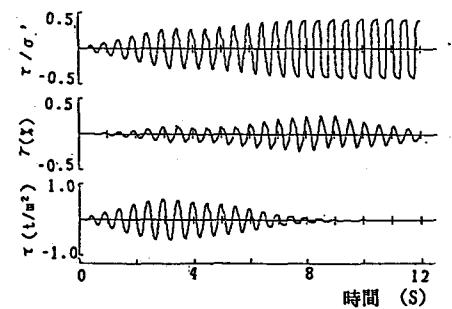


図4. せん断応力、ひずみの時刻歴

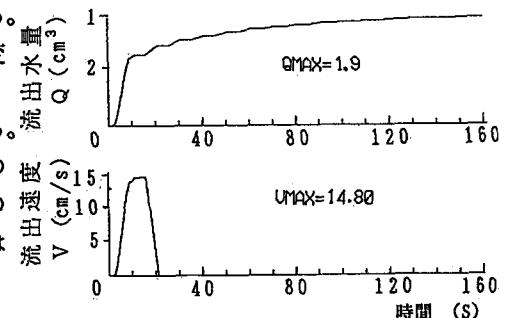


図6. 23番節点の水流量及び水流速度歴

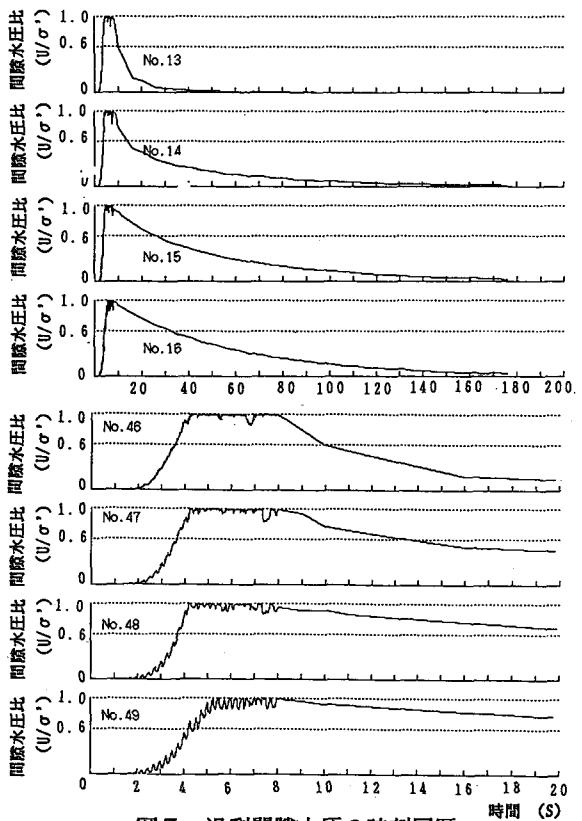


図5. 過剰間隙水圧の時刻履歴