

(39) 不整形基盤を有する沖積地盤層の振動性状

岡山大学 大学院 小野 正樹
岡山大学 工学部 竹宮 宏和

1. まえがき

近年の地震による被害は、新しく開発された丘陵地や埋立地などの不規則な地層構成を有する造成地盤に集中する傾向がある。また、都市の立地する地盤全域や、広域的な広がりを持つ長大構造物を対象とする場合には、表層地盤の地形的な変状を考慮する必要がある。本研究は、以上の観点から、不整形基盤層上に軟弱地盤が沖積した場合の地形が地震時に見せる応答性状についての評価を行ったものである。半無限体としての不整形基盤は、波動論的に無限境界を有することから、境界要素法(B.E.M.)の間接法(ソース法)及び直接法を適用して定式化し、それぞれの数値解析を通して不整形基盤面の影響を明かにしている。

2. 定式化

<(1) 変位場> 領域Ⅰにおける変位場 u_1 は、入射波と反射波による変位場 u_1^f と、境界 Γ によって生じる散乱波による変位場 u_1^s 、領域Ⅱにおける変位場 u_2 は、境界 Γ によって生じる透過波による変位場 u_2^s となる (Fig.1 参照)。すなわち、

$$u_1 = u_1^f + u_1^s, u_2 = u_2^s \quad (1)$$

表面力についても同様に、

$$t_1 = t_1^f + t_1^s, t_2 = t_2^s \quad (2)$$

<(2) 間接法(ソース法)> 領域Ⅰ、Ⅱの散乱波、透過波による変位場 u_1^s 、 u_2^s を、境界 Γ からわずかに離れた仮想境界 C_1, C_2 上に加振力を想定したソース問題によって定式化する (Fig.2 参照)。つまり、変位グリーン関数 G を用いて次式のように表される。

$$u_1^s = \int_{C_1} G_1(P, Q) p_1(Q) dS_{C_1}, u_2^s = \int_{C_2} G_2(P, Q) p_2(Q) dS_{C_2} \quad (3)$$

ただし、 $p(Q)$ は未知加振外力、 Q は加振点、 P は応答点を示す。境界 Γ 、仮想境界 C_1, C_2 に離散化を施し、境界条件として境界 Γ での変位の連続性と、応力のつり合い条件を導入すれば、

$$p_m(Q_m) G_1(P_l, Q_n) - p_n(Q_n) G_2(P_l, Q_n) = -u_1^f(P_l) \quad (4)$$

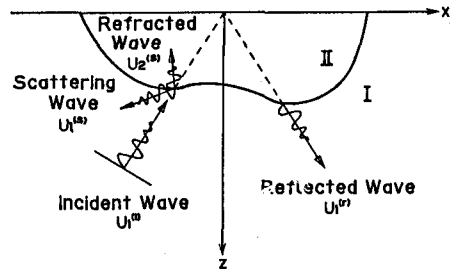
$$p_m(Q_m) H_1(P_l, Q_n) - \mu_2/\mu_1 p_n(Q_n) H_2(P_l, Q_n) = -\sigma_1^f(P_l)$$

となる。ただし、 H は応力グリーン関数、 μ_1, μ_2 はそれぞれ領域Ⅰ、Ⅱのせん断弾性定数を示す。簡略化のためマトリックスで示せば、

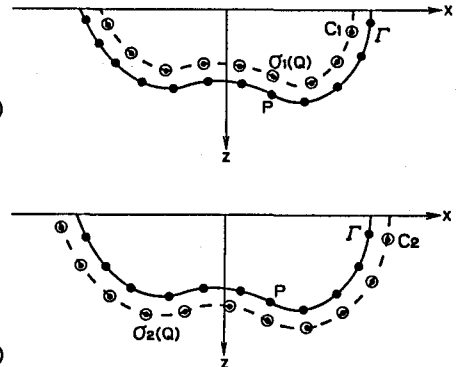
$$[G] \{x\} = \{b\} \quad (5)$$

となり、未知加振外力ベクトル x は、

$$\{x\} = ([G^*]^T [G])^{-1} [G^*]^T \{b\} \quad (6)$$



<Fig.1. 変位場>



<Fig.2. ソース法>

と求まる。ただし、 $\mathbf{G}^*$ は $\mathbf{G}$ の共役行列を表す。これより、地盤内の任意点の変位と応力は、式(1)～(3)から計算できる。

<(3) 直接法> Maxwell-Bettiの相反定理を適用すれば、領域Ⅰ、Ⅱに対してそれぞれ、

$$\begin{aligned} cu_1^s(P) + \int_{\Gamma} H_1^s(P, Q) u_1^s(Q) d\Gamma &= \int_{\Gamma} G_1(P, Q) t_1^s(Q) d\Gamma \\ cu_2^s(P) + \int_{\Gamma} H_2^s(P, Q) u_2^s(Q) d\Gamma &= \int_{\Gamma} G_2(P, Q) t_2^s(Q) d\Gamma \end{aligned} \quad (7)$$

なる境界積分方程式が得られる。ただし、 C は、加振点と応答点が一致する場合に得られる係数である。ここで、(1), (2)式を用いて u 、 t を書き直し、境界 Γ 上に離散化を施し、 c を H に含めて H と表現すれば、

$$\begin{aligned} H_1(u_1 - u_1^f) &= G_1(t_1 - t_1^f) \\ H_2 u_2 &= G_2 t_2 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、地盤内部に関するものと、自由表面に関するものとに分割して、それぞれ I, F を付して表記すれば、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} H_1^{FF} & H_1^{FI} \\ H_1^{IF} & H_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^F \\ u_1^I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1^{FF} & G_1^{FI} \\ G_1^{IF} & G_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1^F \\ t_1^I \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_1^{FF} & H_1^{FI} \\ H_1^{IF} & H_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^{FF} \\ u_1^{FI} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1^{FF} & G_1^{FI} \\ G_1^{IF} & G_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1^{FF} \\ t_1^{FI} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} H_2^{II} & H_2^{IF} \\ H_2^{FI} & H_2^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2^I \\ u_2^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_2^{II} & G_2^{IF} \\ G_2^{FI} & G_2^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_2^I \\ t_2^F \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

上式中、 $[H]$ の対角項は、係数 c を含んでいるが、本研究では剛体変位条件を用いて対角項の値を決定している。また、境界上の積分において生じる特異性は、Cauchyの主値積分並びにサブ要素分割法を用いて回避している。

自由表面での表面力が零、及び境界 Γ での変位の連続性と、応力のつり合い条件を導入すれば、

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1^{FF} \\ H_1^{IF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1^{FI} \\ H_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -G_1^{FI} \\ -G_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_2^{II} \\ H_2^{FI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_2^{II} \\ G_2^{FI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_2^{IF} \\ H_2^{FF} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^F \\ u_1^I \\ t_1^I \\ u_2^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1^{FF} & H_1^{FI} \\ H_1^{IF} & H_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^{FF} \\ u_1^{FI} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1^{FF} & G_1^{FI} \\ G_1^{IF} & G_1^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ t_1^{FI} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (10)$$

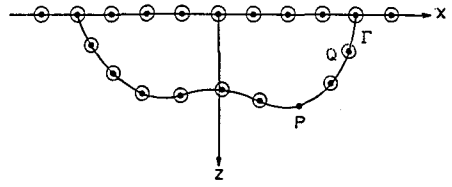
となり、この代数方程式を解けば、未知変位、及び未知表面力が求まる。

3. 数値解析及び考察

B.E.M.による定式化では、波動方程式を満足するグリーン関数の評価が重要である。間接法においては、半無限体に対する解を用いているため、波数領域における無限積分を精度よく行う必要がある。本研究では、精度、演算時間共に優れたチェビシェフ多項式近似を用いて無限積分項を評価している。本研究では、この多項式の項数を80とした。一方、直接法においては、無限体に対する解を用いており、上記のような無限積分の必要はない。

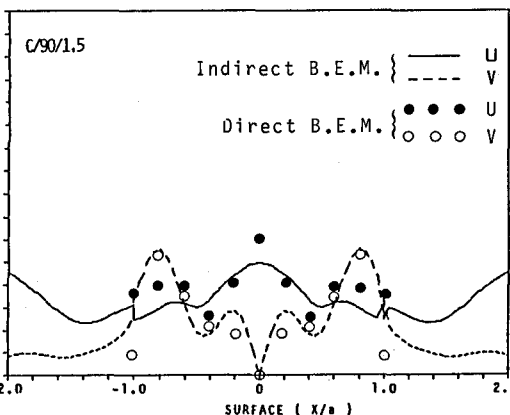
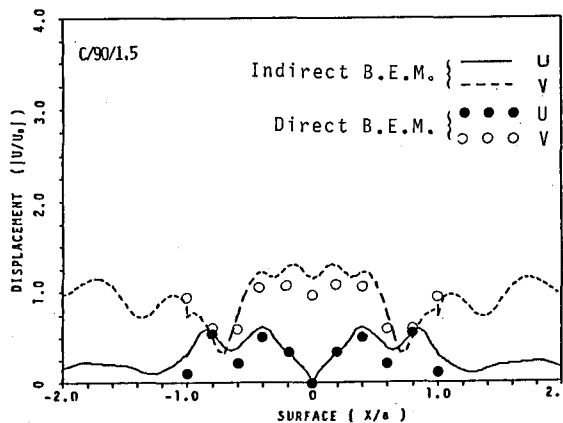
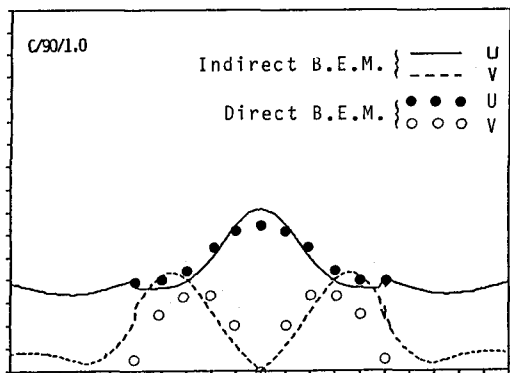
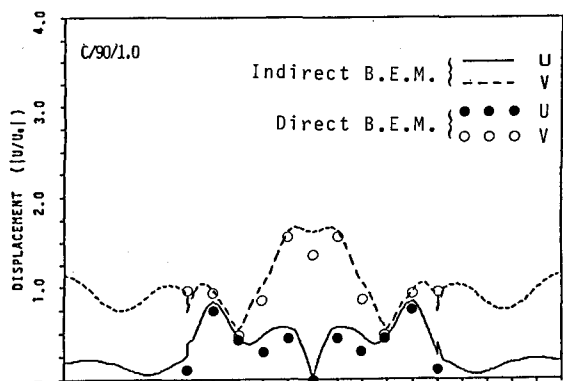
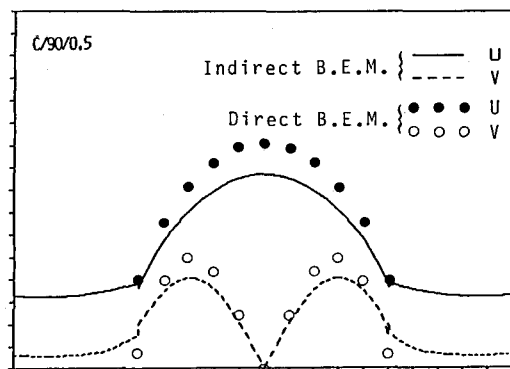
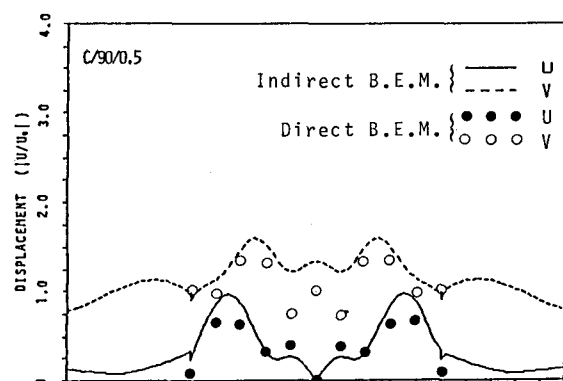
また、本研究では、円形の沖積谷を対象とし、入射波の種類、入射角 θ 、無次元振動数 $\eta = 2a/\lambda$ をパラメータに地表面応答を求めている。ただし、 a は沖積谷の半幅、 λ は入射波の波長である。

Fig. 4, 5にB.E.M.間接法で求めたP波、SV波入射に対する円形沖積谷の無次元地表面応答を示す。なお、この場合のオフセットは、沖積谷の半幅の3割に設定している。同図より、沖積谷の堆積している地盤上



<Fig.3. 直接法>

で応答が大きく増幅している地点があり、不整形基盤面の影響が明らかになった。



$\nu = 1/3$
 $V_{S1}/V_{S2} = 2.0$
 $V_{P1}/V_{P2} = 2.0$
 $V_{P2}/V_{S2} = 2.0$
 $B = 0.1$
 $\nu_1/\nu_2 = 6.0$
 $V_{P1}/V_{S1} = 2.0$

<Fig.4. 地表面応答 (P波)>

<Fig.5. 地表面応答 (SV波)>

(参考文献)

- 1) M.Dravinski; Scattering Of Elastic Waves By An Alluvial Valley Of Arbitrary Shape; Report No.CE80-06; 1980
- 2) C.W.Clenshaw and A.R.Curtis; A Method For Numerical Integration On An Automatic Computer; Numerische Mathematik 2. pp.197-205; 1960
- 3) 結城良治、木須博行; 境界要素法による弾性解析; 1987

<付録> 無限、半無限平面に対するグリーン関数評価

半無限体内において、加振点 $Q(\xi, \eta)$ に j 方向に単位加振力を与えたときの任意の点 $P(x, z)$ の i 方向の変位を弾性波動論から計算すると、

$$G_{ij} = G(P_i, Q_j) = G_{ij}(x, z; \xi, \eta)$$

$$G_{ij} = G_{ij}^0(x, z; \xi, \eta) + G_{ij}^0(x, z; \xi, -\eta) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{ij}(x, z; \xi, \eta) dk \quad (A-1)$$

ただし、 G_{ij}^0 は無限平面に対するグリーン関数を定義したものである。

$$G_{ij}^0(x, z; \xi, \eta) = -\frac{i}{4\mu} \left[H_0^{(2)}(k_2 r) \delta_{ij} + \frac{1}{k_2^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left\{ H_0^{(2)}(k_2 r) - H_0^{(2)}(k_1 r) \right\} \right] \quad (A-2)$$

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (z - \eta)^2$$

$G^0(x, z; \xi, -\eta)$ は、 $G^0(x, z; \xi, \eta)$ に対するミラー・ソースを意味する。そして、 A_{ij} は面内波動において自由地表面を形成するために要求される下降波に関するもので、

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{k^2}{F(k)v_1} \left\{ 2v_1 v_2 e^{-v_2 z} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_1 z} \right\} \left\{ 2v_1 v_2 e^{-v_2 \eta} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_1 \eta} \right\} e^{ik(x-\xi)} \\ A_{21} &= \frac{k}{F(k)} \left\{ 2k^2 e^{-v_2 z} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_1 z} \right\} \left\{ 2v_1 v_2 e^{-v_2 \eta} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_1 \eta} \right\} e^{ik(x-\xi)} \\ A_{12} &= \frac{k}{F(k)} \left\{ 2k^2 e^{-v_1 z} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_2 z} \right\} \left\{ 2v_1 v_2 e^{-v_1 \eta} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_2 \eta} \right\} e^{ik(x-\xi)} \\ A_{22} &= -\frac{k^2}{F(k)v_2} \left\{ 2v_1 v_2 e^{-v_1 z} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_2 z} \right\} \left\{ 2v_1 v_2 e^{-v_1 \eta} - (2k^2 - k_2^2) e^{-v_2 \eta} \right\} e^{ik(x-\xi)} \end{aligned} \quad (A-3)$$

$F(k) = 4k^2 v_1 v_2 - (2k^2 - k_2^2)^2$ はレーリー関数、 $v_1 = \sqrt{k^2 - k_1^2}$, $v_2 = \sqrt{k^2 - k_2^2}$, $k_1 = \frac{\omega}{V_P}$, $k_2 = \frac{\omega}{V_S}$

表面力に対するグリーン関数 H_{ij} は、

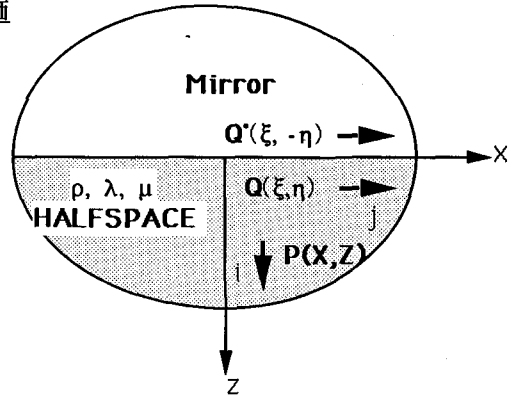
$$H_{ij} = n \left\{ \lambda \delta_{jl} u_{i,m} + \mu (u_{j,l}^i + u_{l,j}^i) \right\} \quad (A-4)$$

から計算される。

粘性内部減衰を有する半無限平面では、レーリー関数から極、分岐点が存在して、これらの影響を考慮して波数積分を遂行しなければならない。上記の波数積分は、一般に、

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(k)}{F(k)} e^{f(x, z; \xi, \eta)} dk, I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(k)}{F(k)v_1} e^{f(x, z; \xi, \eta)} dk \quad (A-5)$$

と表される項を含む。



<Fig.A.1 ミラー・ソース>