

(30) パラメトリックモデルを用いた波動伝播特性の推定方法

埼玉大学大学院建設工学専攻 高橋亜希子

埼玉大学工学部建設工学科 川上英二

1. 序文

地盤中の複数地点での地震動の実測波形から、波動の伝播方向、速度、増幅、減衰、反射、透過などの伝播特性を推定し、波動の伝播システムとして考えた地盤の構造を推定する方法としては、従来、相互相関関数のピークを用いる方法がある。しかしながら、相関のピークが、波動の重なり具合を必ずしも良く表しているとは限らない。このことは、相互相関関数の形状が波動の伝播特性のみならず自己相関関数の形状に大きく影響されることを考えれば明かである。

一方、上述の方法とは逆に、地盤の物性の分布をボーリング結果などに基づいて仮定し、成層構造をした地盤に対しては重複反射理論を用いて、また、複雑な構造をした地盤に対しては有限要素法、差分法などを用いて解析し、波動の伝播特性を求める方法がある。そして、実際の地震時における観測波形と波動の伝播特性から導かれる理論波形とを比較することによって、伝播特性を修正改良する方法がある。しかしながら、この方法では、地盤モデルとして無限個のモデルを考えることは不可能であり、一直線上の情報を与えるボーリングでは明瞭に現れなかった新しい反射面を発見することは困難である。このため、観測結果から波動の伝播状況を直接求める方法を開発することが必要であると考えられる。

本研究では、複数地点で観測された地震波形から波動の反射、透過などがどのように行われているかを推定すること、つまり、ある地点に単純な形の変位が加わった場合に、別の地点に生ずる変位を推定し、波動の伝播の様子を明らかにする方法を展開することを目的としている。その際、地震動の波形を定常時系列と考え、パラメトリックモデルの1つである多次元AR（自己回帰）モデル^{1)~5)}で表す方法を用いている。

2. 解析方法

(1) 係数 $a_{mij}(m)$ の決定

k 次元の定常時系列 $\{X(s)\} = \{x_1(s), x_2(s), \dots, x_k(s)\}^T$ ($s=1, 2, \dots$) (T は転置ベクトルを表す) を表示する自己回帰モデル (AR モデル, autoregressive model) は、次式で表される。

$$x_i(s) = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^k a_{mij}(m) x_j(s-m) + \varepsilon_i(s) \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (s=1, 2, \dots) \quad (1)$$

ここに、 $U(s) = \{\varepsilon_1(s), \varepsilon_2(s), \dots, \varepsilon_k(s)\}^T$ は、その各要素の平均値(直流分)が零であり、独立な k 次元のホワイトノイズである。

観測された k 地点での時系列 $\{X(s)\} = \{x_1(s), x_2(s), \dots, x_k(s)\}^T$ ($s=1, 2, \dots$) に式(1)の k 次元の AR モデルを適用し、誤差 $\varepsilon_i(s)$ の二乗平均が最小になるように、係数 $a_{mij}(m)$ を、各 M の値に対して決定する。このことは、即ち、 $x_i(s)$ 、 $x_j(s)$ の相互または自己相関関数 $R_{ij}(\ell)$ ($i, j=1, 2, \dots, k; \ell=1, 2, \dots, M$) を計算し、次の連立方程式

$$\sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^k a_{mij}(m) R_{jh}(\ell-m) = R_{ih}(\ell) \quad (h=1, 2, \dots, k; \ell=1, 2, \dots, M) \quad (2)$$

を $i=1, 2, \dots, k$ について解くことになる¹⁾。さらに M の値を変化させ、本解析では MFPE¹⁾ が最小値となる M の値を採用している。

(2) 波動伝播特性の算定

(1) で求められた係数 $a_{mij}(m)$ を用いて、ある一地点において単位パルス状の波形(時系列)が観測される場合に、別の地点で観測されるはずの波形を算定するための方法として、以下の I~III の3通りの方法を展開した。

I. 一観測波形が厳密な単位パルス

一地点における観測波形を、ある時刻にのみ大きさ1のパルスが現れ、その他の時刻では大きさが正確に零となるような時系列とする。この時系列を式(1)に代入することにより、別の地点での時系列（応答）を求める。

II. 二乗和の最小化

本手法の解析精度を検討した3.(3)で述べるように、Iの方法では、別の地点での時系列が不安定となり振動的に発散してしまう幾つかの場合が認められた。そこで、IIの方法では、一地点における波形を、厳密な単位パルスとは設定せず、ある時刻に大きさ1の値を示す時系列ではあるが、その他の時刻では正確に零の値を示す必要は無いものとした。しかし、すべての時系列の二乗和を最小にすることを条件とした。

III. 二乗和と傾きの二乗和との和の最小化

本方法では、IIの方法と同様に、一地点における波形を、厳密な単位パルスではないが、ある時刻に大きさ1のパルスが現れる波形であると設定している。しかし、IIの方法では、すべての時系列の二乗和だけを最小化するのに対し、本方法では、滑らかな結果を得るため、更に、隣合う値の差（傾きに相当）の二乗和をも考慮に加え、これらすべての和を最小にすることを条件とした。

3. 解析精度の検討

以上展開した解析理論の精度を検討するため、以下に示す三つの場合に対して、波形の重なり具合、及び、雑音の波形を仮定して、対となる時系列 $x_1(s)$, $x_2(s)$ ($s=1, 2, \dots, N$)を作成し、これらを観測波形と考えた。次に、波形を作成した手順を隠して、観測波形だけから波動の伝播特性を推定し、波形の重なり具合を検討した。そして、従来の相互相関関数のピークを用いる方法と比較した。

(1)長周期波形

$x_1(s)$ として図-1(a)に示すような比較長周期な不規則波形を作成した。また、 $x_2(s)$ としては、以下の①～④の4つのそれぞれの方法で作成された波形を考えた。①は $x_1(s)$ を時間 τ ステップだけ単に遅らせた波形とした。②は $x_1(s)$ を時間 τ または 2τ ステップ遅らせた二つの波形を重ね合わせた波形とした。③は $x_1(s)$ を時間 τ , 2τ , 3τ ステップ遅らせ重ね合わせた波形、④は時間 τ , 2τ , 3τ , 4τ ステップ遅らせ重ね合わせた波形とした。

$$\textcircled{1} \quad x_2(s) = x_1(s - \tau)$$

$$\textcircled{2} \quad x_2(s) = x_1(s - \tau) + x_1(s - 2\tau)$$

$$\textcircled{3} \quad x_2(s) = x_1(s - \tau) + x_1(s - 2\tau) + x_1(s - 3\tau)$$

(3)

$$\textcircled{4} \quad x_2(s) = x_1(s - \tau) + x_1(s - 2\tau) + x_1(s - 3\tau) + x_1(s - 4\tau)$$

①～④それぞれの場合の $x_2(s)$ の波形を図-1 ①-④に示す。ただし、データの全長は $N=200$ とし、 $\tau=5$ の場合を想定した。

図-1(a)の $x_1(s)$ の自己相関関数を図-2(a)に、また、図-1 ①-④の $x_2(s)$ との相互相関関数を図-2 ①-④に示す。図-2 ①より、①の場合には、 $x_2(s)$ は $x_1(s)$ より τ ステップ遅れていることがわかる。しかし、②、③、④の場合には、波形がどのように重なり合っているのか明かではない。これは、相互相関関数の形状が、波の重なり具合のみならず、自己相関関数自体の形にも大きく影響されるためである。

一方、提案した解析方法により得られた $x_2(s)$ の計算結果を図-3 ①-④に示す。ただし、波動伝播特性の算

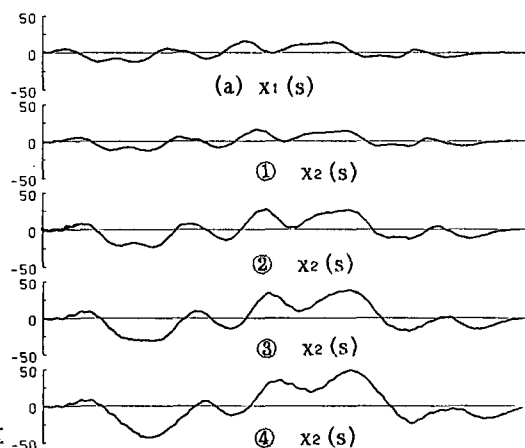


図-1 入力波形

定方法としては2. (2) に示したIの方法を用いている。①の場合には $x_1(s)$ に大きさ1のパルス状の変位が加わってから時間 τ ステップ後に大きさ約0.9の明瞭なパルス状の応答が現れている。②では時間 τ , および 2τ ステップ後に, ③では時間 τ , 2τ および 3τ ステップ後に, ④では時間 τ , 2τ , 3τ および 4τ ステップ後にパルス状の応答が現れていることがわかる。

(2) 短周期波形

$x_1(s)$, $x_2(s)$ が図-4 (a) (c)に示すように, 比較的短周期波形である場合に対しても, (1)と同様な手順で解析を行った結果, 作成した波形の重なり具合が非常に明瞭に再現された(参考文献-5)参照)。

(3) 雑音の影響

(1) (2)で示したように雑音を加わらない場合には, 提案した解析方法により, 十分精度が良い波動の伝播特性の算定結果が得られることが確かめられた。今度は, 観測波形に雑音が含まれる場合を想定し, 雑音が解析結果にどの程度の影響を与えるかを検討した。その際, (2)で用いた $x_1(s)$ (図-4(a)), および, これを $\tau=5$ ステップ遅らせた波形(図-4(c))に振動数または振幅が異なる正弦波状の雑音(図-4(b))が加わった波形 $x_2(s)$ (図-4(d))を使用した。

図-4(f)に示す解析結果から, 図-4(b)C~Hの雑音を加わった場合には, かなり良い結果が得られていることがわかる。しかし, 特にAのような雑音加わった場合には, τ ステップ後のパルスすら明かではない。

そこで, このAの雑音加わった場合に対して, 波動の伝播特性の算定方法として, これまで用いていた2. (2)に示したIの方法の代わりに, IIの二乗和を最小化する方法, または, IIIの二乗和と傾きの二乗和との和を最小化する方法を用いて応答を算定した。得られた結果を図-5, 6に示してある。IIまたはIIIの方法を用いると, Iの方法によるよりも, 雑音の影響を少なくすることができ, 理論解に近い結果が得られていることがわかる。

4. 結論

(1) 本研究では, 複数地点で観測された地震波形から波動の反射, 透過などがどのように行われているかを推定すること, つまり, ある地点に単純な形の変位が加わった場合に別の地点に生ずる変位を推定する方法を展開することを目的とした。その際, 地震動の波形を定常時系列と考え, 多次元AR(自己回帰)モデルで表す方法を用いた。

(2) 提案した方法による解析の精度を検討するため, まず, ある一地点で観測される波形の厳密な線形結合として別の地点の波形が得られる場合を想定した。この場合には, 提案した方法により, 波動の伝播特性を算定することが可能であることが示された。

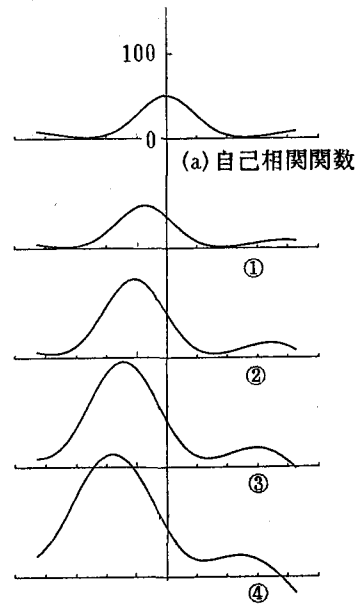


図-2 自己および相互相関関数

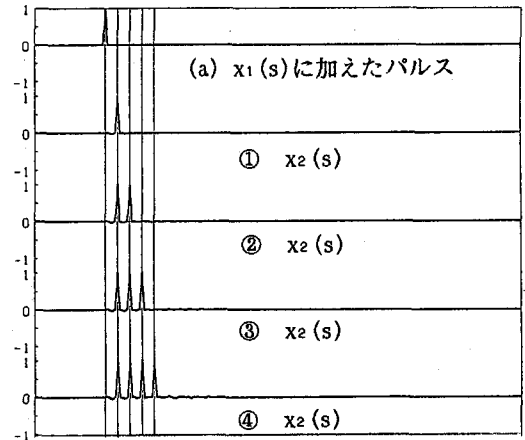


図-3 波動伝播特性の解析結果

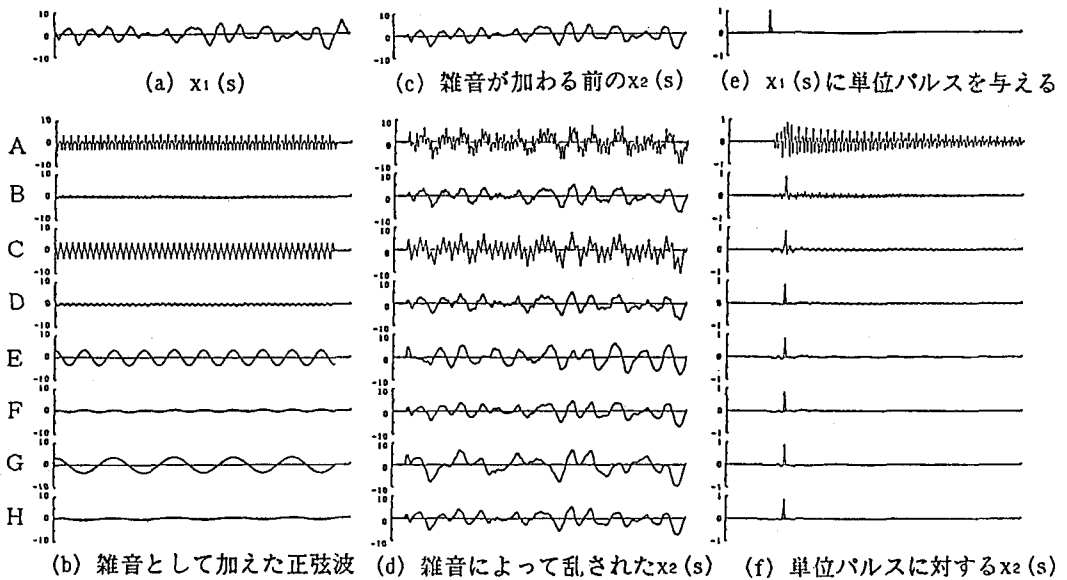


図-4 観測波形と方法Ⅰによる解析結果

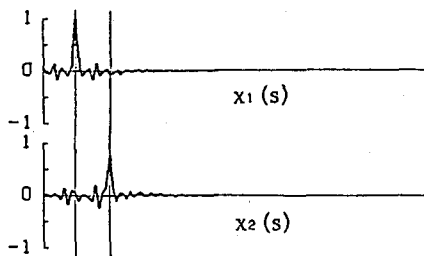


図-5 方法Ⅱによる解析結果（雑音A）

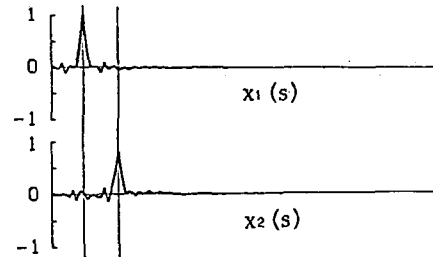


図-6 方法Ⅲによる解析結果（雑音A）

(3) 次に、観測波形に正弦波状の雑音が含まれる場合を想定し、雑音が解析結果にどの程度の影響を与えるかを検討した。雑音の形状によっては、影響が現れる場合があることが認められたが、波動伝播特性の算定方法として波形の二乗和の最小化またはこれと傾きの二乗和との和の最小化を行う方法を用いることにより、これらの雑音の影響を取り除くことができることを示した。

謝辞

本研究をまとめるにあたり埼玉大学工学部渡辺啓行先生に貴重な御助言を頂きました。また、文部省科研費（重点領域研究(1)、代表者：佐武正雄教授）の御援助を受けました。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 赤池弘次・中川東一郎：ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，1972。
- 2) Hoshiya, M. and T. Chiba：土木学会論文報告集，No. 296，1980。
- 3) 土岐憲三・佐藤忠信・江尻謙嗣：京大防災研究所年報，第23号B-2，1980。
- 4) 木下繁夫：土木学会論文報告集，No. 313，1981。
- 5) 高橋亜希子・川上英二：土木学会第43回年次学術講演会概要集，I-476，1988。