

(76) FEMによる根入れ構造物の3次元動的解析システムの開発

岡山大学工学部 正 員 竹宮 宏和

岡山大学大学院 学生員 ○平松 恵美子

1. まえがき 地盤と構造物の地震時の動的相互作用の重要性が認識され、数多くの研究がなされてきている。著者らも、従来より、当該問題に対して軸対称モデルによる3次元解析手法を動的サブストラクチャ法を採用して提案してきた(SUBSSIP-A3D)¹⁾。本研究は、各種の根入れ基礎構造物を有する地盤-構造物系の動特性の評価にあたり、それらの3次元性に注目し、より合理的な3次元動的解析手法の開発を目的としたものである。前回報告のケーソン基礎に対する剛体あるいは弾性根入れ基礎解析に加え、今回、地中タンク構造物の弾性挙動にも対応できるように拡張した。ベルヌーイ・オイラー梁を導入した群杭-地盤系のモデル化も行ったので併せて報告する。

2. 地盤-基礎系の有限要素モデル

【地盤のモデル化】 基礎周辺の地盤を有限要素化するにあたり、まず軸対称モデル化を考える。そのときの変位ベクトルは円筒座標系で、周方向にフーリエ変換すると、

$$U_{r\theta z} = \begin{bmatrix} H^s(\theta) & H^a(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{U}^s \\ \hat{U}^a \end{Bmatrix} = H(\theta) \hat{U}_{r\theta z} \quad (1)$$

ここに、 $\hat{U}_{r\theta z} = \{ \hat{U}_r \ \hat{U}_\theta \ \hat{U}_z \}^T$ で、 $\hat{U}_{r\theta z}$ はフーリエ振幅の対称、逆対称モードから成り、 $H(\theta)$ はフーリエ級数係数である。同様に単位ラジアン当たりの力に対しても、

$$P_{r\theta z} = H(\theta) \hat{P}_{r\theta z} \quad (2)$$

いま、式(1)に対して $r-z$ 面内で有限要素化し、縮合操作によって周辺地盤の動的効果を、基礎とのインターフェイスにおけるインピーダンス関数とそれへの有効入力として評価すると、地盤部の運動方程式は、

$$\hat{D}_{r\theta z}^{ii*} \hat{U}_{r\theta z}^i = \hat{P}_{r\theta z}^i + \hat{P}_{r\theta z}^{i0*} \quad (3)$$

ここで、 D は動的剛性マトリックスで、 i はインターフェイス節点を示す。

【剛体による基礎のモデル化】 図1に示すように、剛体による基礎のモデル化を考える。このとき、基礎の運動方程式は、

$$D_{xyz}^f U_{xyz}^f = -P_{xyz}^f + P_{xyz}^{f0} \quad (4)$$

剛体結合条件より求まる変位の適合条件と、周辺地盤とのインターフェイスでの力のつり合いにより、上式(4)と式(3)から、地盤-基礎系の連成運動方程式は、

$$(D_{xyz}^f + T^{iT} D_{r\theta z}^{ii*} \alpha^{-1} T^i) U_{xyz}^f = T^i P_{r\theta z}^{i0*} + P_{xyz}^{f0} \quad (5)$$

詳しい定式化は、文献2を参照されたい。

【ベルヌーイ・オイラー梁による根入れ基礎のモデル化】 基礎が弾性挙動する場合、構造要素として、曲げおよびせん断を考慮したベルヌーイ・オイラー梁によるモデル化を行う(図2参照)。周辺地盤の深さ方向の離散化に従って同梁を分割する。基礎部は、通常、上部構造系の領域に含めて解析されることが多いため、ここでは、直交座標系において定式化する。そのため、地盤部の円筒座標系におけるフーリエ級数展開との整合性を図らなければならない。

ベルヌーイ・オイラー梁の中心軸上の節点変位 U_{xyz}^f と地盤とのインターフェイス節点変位 U_{xyz}^i は剛体結合条件により規定された運動をすると仮定する。

$$U_{xyz}^i = S U_{xyz}^f \quad (6)$$

ここに、 S は U_{xyz}^f と U_{xyz}^i の相対座標によって決定される変換マトリックスである。

一方、インターフェイス節点の円筒座標系での変位 $U_{r\theta z}^i$ を直交座標への変換マトリックス G と上式(6)を使って表すと

$$U_{r\theta z}^i = G S U_{xyz}^f \quad (7)$$

さらに、 $U_{r\theta z}^i$ と U_{xyz}^f を地盤と基礎のインターフェイスの

1周上で関係付けるため、式(7)の左辺をフーリエ級数展開し、前から $H(\theta)$ をかけて $0 \sim 2\pi$ にわたって積分する。その結果、

$$\alpha \hat{U}_{r\theta z}^i = T^i U_{xyz}^f \quad (8)$$

を得る。ただし、

$$\alpha = \int_0^{2\pi} H^T H \, d\theta \quad T^i = \int_0^{2\pi} H^T G^i \, d\theta$$

つぎに、インターフェイス上での力のつり合いを考える。そのため、直交座標系、円筒座標系上の仮想変位をそれぞれ δU_{xyz}^f , $\delta U_{r\theta z}^i$ として、仮想仕事を採る。

$$\delta U_{xyz}^{fT} P_{xyz}^f = \int_0^{2\pi} \delta U_{r\theta z}^{iT} P_{r\theta z}^i \, d\theta \quad (9)$$

これに式(2) , (7)を代入し、 δU_{xyz} の任意性から、

$$P_{xyz}^f = T^{iT} \hat{P}_{r\theta z, n}^i \quad (10)$$

を導く。

ベルヌーイ・オイラー梁の質量効果の導入は、各セグメントが剛体として質量 M_i と質量回転慣性 J_i を評価する。その結果、運動方程式は、動的剛性マトリックス $D = K + i\omega C - \omega^2 M$ (K : 剛性マトリックス, M : 質量マトリックス) を用いて、

$$D_{xyz}^f U_{xyz}^f = -P_{xyz}^f + P_{xyz}^{f0} \quad (11)$$

したがって、地盤-基礎系の連成運動方程式は、地盤に関する式(3)とベルヌーイ・オイラー梁に関する式(8) , (10) , 代入した式(12)から、

$$(D_{xyz}^f + T^{iT} D_{r\theta z}^{ii*} \alpha^{-1} T^i) U_{xyz}^f = T^i P_{r\theta z}^{i0*} + P_{xyz}^{f0} \quad (12)$$

【3次元ソリッド要素による基礎とその近傍地盤のモデル化】

任意の基礎断面を取り扱うため、基礎を3次元ソリッド要素で表現する。しかし、周辺地盤の軸対称性との整合性を保持できるようには基礎に直接接する近傍地盤部も3次元ソリッド要素で置きかえる必要がある。このモデル化を図3に示す。3次元領域と軸対称3次元領域のインターフェイス節点の取り扱い方は、前者の変位を後者のフーリエ変位振幅で表す変換を行えば効果的である。つまり、同インターフェイス節点において

、両領域に対する仮想仕事より、

$$\delta U_{xyz}^{iT} \bar{P}_{xyz}^i = \int_0^{2\pi} \delta U_{r\theta z}^{iT} P_{r\theta z}^i \, d\theta \quad (13)$$

ここに、 $\bar{U}_{xyz}^i$, $\delta \bar{U}_{xyz}^i$, $\bar{P}_{xyz}^i$ は、それぞれ3次元領域の節点変位、同仮想変位ベクトル及び同節点力ベクトル、一方、 $U_{r\theta z}^i$, $\delta U_{r\theta z}^i$, $P_{r\theta z}^i$ は、それぞれ軸対称領域のリング節点変位、同仮想変位およびリング節点力ベクトルである。ところで、変位ベクトルの円筒座標系表示から直交座標系表示への変換は、式(1)を参照して、

$$\bar{U}_{xyz}^i = (\bar{G} \bar{H}) \hat{U}_{r\theta z}^i \quad (14)$$

と表せるから、上式(14)と式(2)を式(13)に代入して、仮想変位 δU_{xyz} の任意性を考慮すると、

$$(\bar{G} \bar{H})^T \bar{P}_{xyz}^i = \alpha \hat{P}_{r\theta z}^i \quad (15)$$

3次元ソリッド要素による基礎および近傍地盤の運動方程式は動的剛性マトリックス D を使って、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \bar{D}^{ee} & \bar{D}^{ei} \\ \bar{D}^{ie} & \bar{D}^{ii} \end{bmatrix}_{xyz} \begin{Bmatrix} \bar{U}^e \\ \bar{U}^i \end{Bmatrix}_{xyz} = \begin{Bmatrix} \bar{P}^e \\ \bar{P}^i \end{Bmatrix}_{xyz} + \begin{Bmatrix} \bar{P}^{e0} \\ \bar{P}^{i0} \end{Bmatrix}_{xyz} \quad (16)$$

ただし、軸対称領域とのインターフェイス節点 i とそれ以外の節点 e に分割している。ここで、上式(16)と式(2)から、地盤-基礎系の運動方程式は、

$$\begin{bmatrix} \bar{D}^{ee} & \bar{D}^{ei} (\bar{G} \bar{H}) \\ (\bar{G} \bar{H})^T \bar{D}^{ie} & (\bar{G} \bar{H})^T \bar{D}^{ii} (\bar{G} \bar{H}) + \alpha \hat{D}_{r\theta z}^{ii*} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{U}_{xyz}^e \\ \hat{U}_{r\theta z}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_{xyz}^e \\ \hat{P}_{r\theta z}^i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{P}_{xyz}^{e0} \\ \hat{P}_{r\theta z}^{i0*} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

3. 地中タンクとその近傍地盤のモデル化

タンク構造物が地震荷重を受けた場合の弾性挙動は、その形状がフーリエ級数展開を利用して、低次の $n=0, 1, 2, 3$ で近似できる。

いま、図4に示すように、3次元ソリッド要素でモデル化した地盤に囲まれたタンクを考える。タンク部は、軸対称薄肉シェルでモデル化する。このとき、タンク部の運動方程式は、

$$D_{r\theta z}^f U_{r\theta z}^f = -P_{r\theta z}^f + P_{r\theta z}^{f0} \quad (18)$$

ここで、 D は動的剛性マトリックスで、 f はシェルの中央面節点を示す。

つぎに、3次元領域とタンク部（3次元軸対称領域）のインターフェイス節点は、8節点/1リングとすれば、フーリエモードのうち $n=0,1,2,3$ の軸対称、非軸対称モードを決定することができる。つまり、両領域のインターフェイスの節点で、3次元領域の変位 U_{xyz}^f を3次元軸対称領域の変位のフーリエ振幅 $U_{r\theta z}^f$ で次のように表せる。

$$U_{xyz}^f = [G \ H] \hat{U}_{r\theta z}^f \quad (19)$$

ここで、 $U_{xyz}^T = \{U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6 \ U_7 \ U_8\}_{xyz}$

$$\hat{U}_{r\theta z}^T = \{U_0^s \ U_0^a \ U_1^s \ U_1^a \ U_2^s \ U_2^a \ U_3^s \ U_3^a\}_{r\theta z}$$

また、

$$[G \ H] = \begin{bmatrix} G(\theta_1)H_0^s(\theta_1) & G(\theta_1)H_0^a(\theta_1) & \cdots & G(\theta_1)H_3^a(\theta_1) \\ G(\theta_2)H_0^s(\theta_2) & G(\theta_2)H_0^a(\theta_2) & \cdots & G(\theta_2)H_3^a(\theta_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G(\theta_8)H_0^s(\theta_8) & G(\theta_8)H_0^a(\theta_8) & \cdots & G(\theta_8)H_3^a(\theta_8) \end{bmatrix}$$

このことより、変位の適合条件と力のつり合いの下でタンクとその周辺地盤との連成振動を図ることができる。その結果、運動方程式は、

$$\begin{bmatrix} (GH)^T D_{xyz}^{ff} \alpha (GH) + D_{r\theta z}^{ff} (GH)^T D_{xyz}^{fe} \\ D_{xyz}^{ef} (GH) & \bar{D}^{ee} & \bar{D}_{xyz}^{ei} (GH) \\ & (GH)^T D^{ie} & (GH)^T \alpha \bar{D}_{xyz}^{ii} (GH) + \hat{D}_{r\theta z}^{ii*} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} U_{r\theta z}^f \\ \bar{U}_{xyz}^e \\ \hat{U}_{r\theta z}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{r\theta z}^f \\ \bar{P}_{xyz}^e \\ \hat{P}_{r\theta z}^i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} P_{r\theta z}^{f0} \\ \bar{P}_{xyz}^{e0} \\ \hat{P}_{r\theta z}^{i0*} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

4. ベルヌーイ・オイラー梁を導入した群杭一地盤系の有限要素モデル化 群杭一地盤系において、杭周辺の地盤のインピーダンス効果を求めるに際して、杭と地盤の間のキネマチックな相互作用を評価するため、ベルヌーイ・オイラー梁モデルによる定式化を行った。

この場合、線要素としてのはりでモデル化したときのように群杭をリング杭とし直接軸対称モデル化できない。つぎのように、直交座標系でのフレキシビリティを求める。動的サブストラクチャ法から、群杭を仮想の地盤杭とそれだけ低減された修正杭に分割する（図5参照）。この仮想地盤杭（ある特定の杭）

に調和加振状態を考えた場合の、他の地盤杭位置の応答 $\hat{U}_{r\theta z}^{ij}$ を求める。ここに、 $U_{r\theta z}^{ij}$ は、円筒座標系でのフーリエ振幅で、 i は加振点、 j は応答点を表す。次に、応答 $\hat{U}_{r\theta z}^{ij}$ は、フーリエ係数マトリックス $H(\theta)$ と直交座標への変換マトリックス $IG(\theta)$ を使って、

$$U_{xyz}^{ij} = (IG \ H) U_{r\theta z}^{ij} = F_{xyz}^{ij} P_{xyz}^j \quad (21)$$

と書ける。ここに F_{xyz}^{ij} は地盤杭のフレキシビリティを定義しており、したがって、杭周辺の地盤インピーダンスは

$$D_{xyz} = F_{xyz}^{-1} \quad (22)$$

杭本数が多い場合、修正杭とともにリング杭モデル化できる。杭頭自由度における運動方程式に縮合したのち、再び、座標変換により直交座標に戻す。そのとき、式(5)と同一の表現を得る。逆に、杭本数が少ない場合、杭の3次元マトリックス解析に組込むことができる。その結果、

$$(D_{xyz}^f + T^T D_{xyz}^{ii} T) U_{xyz}^f = T^T P_{xyz}^{i0} + P_{xyz}^{f0} \quad (23)$$

5. 解析結果および考察 地盤一基礎系の解析対象構造物を図6に示す。この地盤に対して、完全根入れされた基礎とその半分だけ根入れされた基礎を考えた。各モデル化とも等価な断面積を有する基礎としている。図7は各モデル化に対して、基礎天端の振動数応答を比較して示したものである。この結果より、低振動数領域ではどのモデル化とも良い一致を示すが、高振動数領域ではモデル化による違いが顕著となる。剛体モデル、ベルヌーイ・オイラー梁モデルに比べ、3次元ソリッドモデルの応答が小さいのは、本来矩形断面の基礎を等価な円形断面に置き換えているためと思われる。つぎに、地盤一群杭系の解析対象構造物として、図8にある4本杭を有する群杭一地盤系を選んだ。フーチング下端で評価したインピーダンス関数に着目して、ベルヌーイ・オイラー梁モデル解と、線要素はりモデル³⁾、Green 関数による有限要素解の比較を図9に示す。ベルヌーイ・オイラー梁モデル解とGreen 関数による有限要素解は地盤の評価において同一の考え方をしているため、両者は高振動数まで対応が良好であるが、線要素モデルは地盤とのキネマチックな相互作用を忠実に表現できないため、これらの差が高振動数領域で現れる。

＜参考文献＞

- 1) Takemiya, H.: Three-Dimensional Seismic Analysis For Soil-Foundation-Superstructure Based On Dynamic Substructure Method PROC OF JSCE Structural /Eng. Earthquake Eng. Vol.12, No.1, 1985, 4
- 2) 竹宮、合田、平松：根入れ基礎構造物の3次元動的解析：土木学会全国大会論文要集，1986年
- 3) 竹宮、田中：群杭基礎構造物の動的解析法とその動特性評価：土質工学会論文要集，1987年

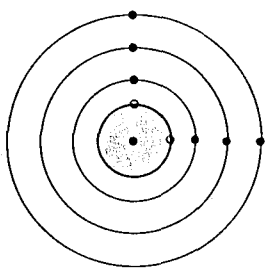


図 1 剛体基礎のモデル

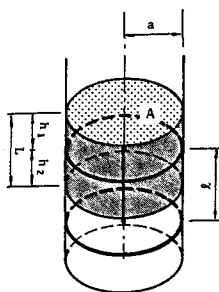


図 2 ベルヌーイ・オイラー梁
による基礎のモデル

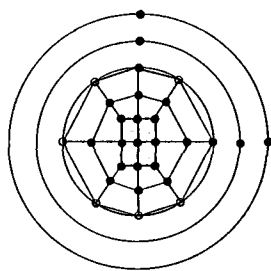


図 3 矩形基礎のモデル

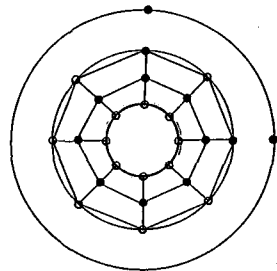


図 4 タンクのモデル

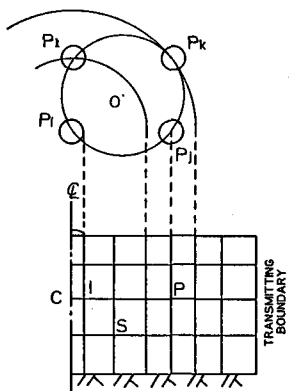


図 5 ベルヌーイ・オイラー梁モデル
による地盤-群杭系の有限要素
モデル

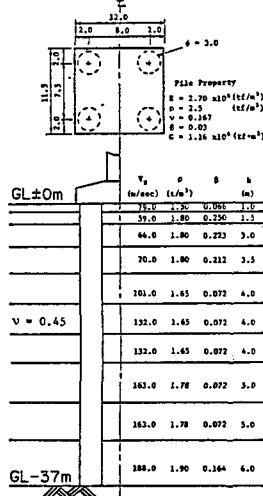


図 8 解析対象構造物
(地盤-群杭系)

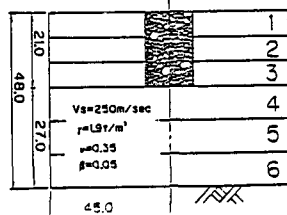


図 6 解析対象構造物 (地盤-基礎系)

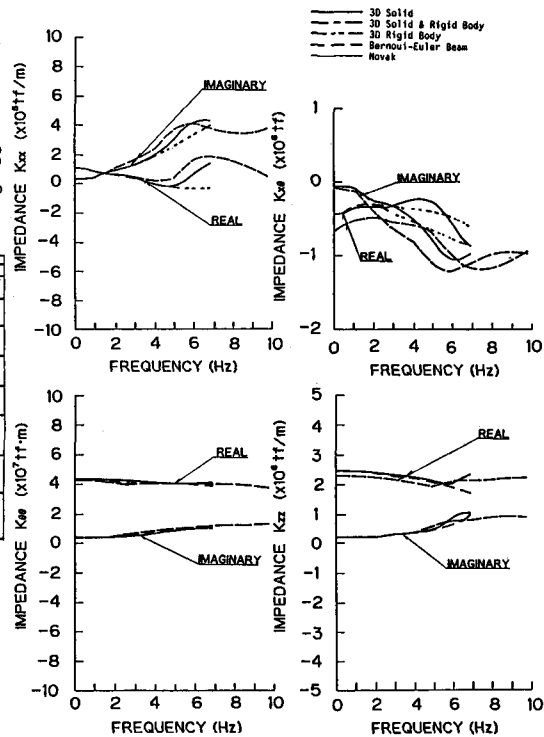


図 9 フーチング下端でのインピーダンス関数

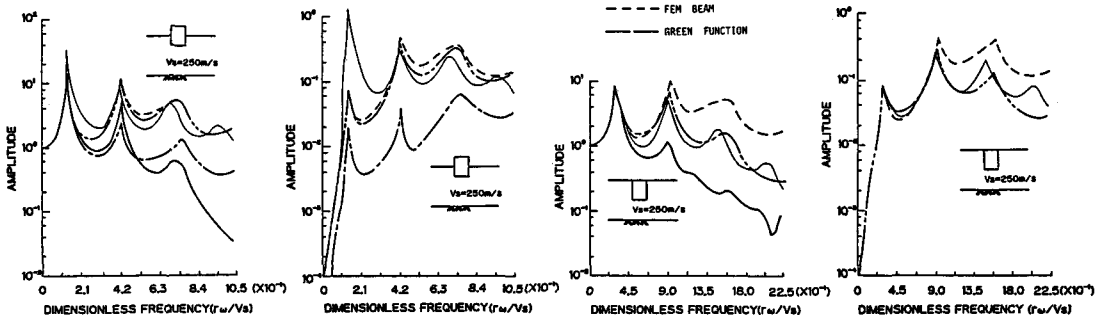


図 7 フーチング天端での振動数応答