

(75) BEM, BEM-FEMによる地盤と剛体基礎の3次元動的相互作用解析とその動特性評価

竹宮 宏和

岡山大学工学部

○合田 和哉

東洋建設(株)

1. まえがき

本研究は、地盤と構造物基礎の3次元動的相互作用問題を、特にその地震応答解析に主眼を置いて扱ったものである。地震波の伝播性を考慮した動的相互作用解析を行う場合、3次元半無限体としての地盤を忠実に捉えた地盤インピーダンスと有効入力の評価が重要となる。この意味で、境界要素法(BEM)および有限要素と境界要素のハイブリッド法(BEM-FEM)を、根入れを有する剛体基礎の解析に適用し、基礎の応答自由度における地盤インピーダンス関数および想定地震波(SH波, SV波)の下での有効入力を評価した。そして、波動伝播効果の重要性を示した。

2. 境界要素法の定式化

地盤と根入れ基礎の動的相互作用場の支配方程式は、動弾性学上の問題からNavierの式で与えられる。

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu\nabla \times \nabla \times \mathbf{u} + \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (0)$$

支配式の代りに、地盤と基礎(あるいは基礎の近傍地盤も含めて)のインターフェイスS上のものにBettiの相反定理を使った間接法の定式化を示す。地盤-基礎系に対してある外力が作用すれば、地盤と基礎のインターフェイス上にはそれによる変位分布および応力分布が現れる。基礎と地盤のインターフェイスS上での変位分布 $\mathbf{u}(s)$ は、離散化された同インターフェイス節点 $\mathbf{b}$ (剛体基礎の場合は重心節点)における変位 $\mathbf{u}_b$ との関係から、次のように表される。

$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{N}(s) \mathbf{u}_b \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{N}(s)$ は形状関数である。また、節点力 $\mathbf{P}_b$ はインターフェイス上の応力分布 $\mathbf{t}(s)$ より次のように得られる。

$$\mathbf{P}_b = \int_S \mathbf{N}^T(s) \mathbf{t}(s) ds \quad (2)$$

一方、自然地盤系において、未知外力 $\mathbf{P}$ を加振することによって、地盤-基礎系での変位分布および応力分布を再現することを考える。このとき未知外力 $\mathbf{P}$ は、積分時の特異性を避けるために、インターフェイスSからあるオフセットを採ったS上加振される。地盤-基礎のインターフェイス上の変位分布および応力分布は、変位のグリーン関数 $\mathbf{g}_u$ と応力のグリーン関数 $\mathbf{g}_t$ を使って、次のように表される。

$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{g}_u(s, s') \mathbf{P}(s') \quad (3)$$

$$\mathbf{t}(s) = \mathbf{g}_t(s, s') \mathbf{P}(s') \quad (4)$$

上記の関係から一般の境界要素法の定式化に従えば、つぎの支配方程式を得る。つまり、

$$\mathbf{IGIP} = \mathbf{H} \mathbf{u}_b \quad (5)$$

ここに、

$$\mathbf{IG} = \int_S \mathbf{g}_t^T(s) \mathbf{g}_u(s) ds \quad (6)$$

$$\mathbf{IH} = \int_S \mathbf{g}_t^T(s) \mathbf{N}(s) ds \quad (7)$$

さらに、式(5)に式(2)、(4)の関係を代入すれば、支配方程式は力-変位関係として次のように表される。

$$\mathbf{P}_b = (\mathbf{H}^T \mathbf{IG}^{-1} \mathbf{IH}) \mathbf{u}_b = \mathbf{K}_b \mathbf{u}_b \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{K}_b$ は基礎の応答自由度に関して定義された地盤インピーダンスマトリックスである。

有効入力は、自然地盤応答解析から求めた。地震入力を受けたときの基礎周辺の波動場 $\mathbf{u}(s)$ は、Fig 1に示すように、自然地盤としての波動場 $\mathbf{u}_f(s)$ と、基礎の剛性によって発生する散乱場 $\mathbf{u}_s(s)$ の合さった波動場である。ただし、このときの基礎は、無質量とする。基礎と地盤のインターフェイス上の全変位は、これら両波動場の効果を重ねあわせて、

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(s) &= \mathbf{u}_f(s) + \mathbf{u}_s(s) \\ &= \mathbf{N}(s) \mathbf{u}_b \end{aligned} \quad (9)$$

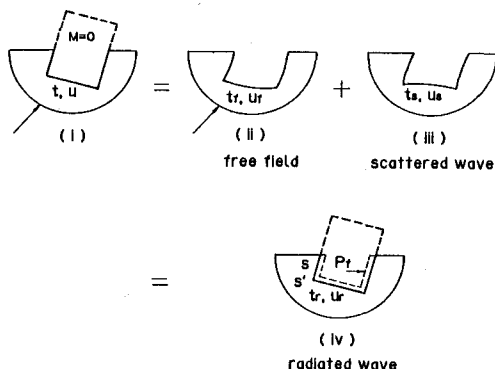


図1 基礎有効入力の評価

と表される。また、同インターフェイス上の表面力も同様に、

$$t(s) = t_f(s) + t_s(s) \quad (10)$$

いま、上記の波動場を、基礎からの放射波に置きかえて評価する。つまり、インターフェイス S 上に等価な変位および応力の分布状態を再現するために、未知外力 P を S 上に作用させる (Fig1.iv)。このとき、

$$u_r(s) = N(s) u_b \quad (11)$$

$$t_r(s) = g_t(s) P \quad (12)$$

ここで、未知外力 P を決定するために、散乱場のみを考慮した系 (Fig1.iii) と上記の放射波による系 (Fig1.iv) に対して、Maxwell-Betti 相反定理を適用する。さらに、式 (9), (11), (12) の関係を考慮すると、

$$\int_S u_b^T N(s)^T t_r(s) ds = P \int_S g_t^T(s) N(s) ds u_f^* + u_b^T \int_S N(s)^T t_b(s) ds - u_b^T \int_S N(s)^T N_f(s) ds t_f^* \quad (13)$$

ここに、 u_f^* , t_f^* は自然地盤内中の、インターフェイス節点 b に相当する位置での自然地盤応答の変位および応力である。また、 $N_f(s)$ は自然地盤内の変位分布と節点変位を結び付ける内挿関数である。上式 (13) に、応力の境界条件と式 (5) の関係を代入すれば

$$\int_S N(s)^T t_r(s) ds = H^T K^{-1} H u_f^* - \int_S N(s)^T N_f(s) ds t_f^* \quad (14)$$

となる。ここに、 $t_s(s)$ は地震入力状態での応力分布であり、左辺は有効入力 P_b^* を定義するものである。従って、有効入力 P_b^* は、

$$P_b^* = K_b u_f^* - \int_S N^T(s) N(s) ds t_f^* \quad (15)$$

3. 3次元軸対称モデルの定式化

【モデル化】：地盤は半無限基盤を有する層状地盤とし、深さ方向に離散化した。実際の定式化では、地盤を軸対称と仮定し、応答を周方向に関するフーリエ級数展開 ($n=0, 1$) で表した。つまり、

$$V(r, \theta, z) = \sum_{n=0}^1 (H^S(n\theta) V_n^S(r, z) + H^A(n\theta) V_n^A(r, z)) \quad (16)$$

ここで、 $V(r, \theta, z)$ は変位あるいは応力を指し、 V_n^S , V_n^A はそれぞれに対応したフーリエ振幅、 $H^S(n\theta)$ はフーリエ係数マトリックスで

ある。【荷重パターン】：剛体基礎の挙動を適切に表現するために、鉛直方向に分布するシリンドラ外力と、水平面内に分布するディスク状態の加振を採用した。それぞれの荷重パターンは、フーリエモード ($n=0, 1$) に対応した水平並進、鉛直並進、回転、連成、ねじりモードである。

【グリーン関数】：応答をフーリエ級数展開することにより、グリーン関数は、各荷重パターンに対して独立に求められる。グリーン関数の評価は、まず波数領域において、基礎と地盤のインターフェイス上の離散節点における変位解および応力解を求める。この際、3次元波動論より得られるトランスファー・マトリックス法の定式化より、各層および半無限地盤に対する動的剛性マトリックスを定義した。そして、これらから全体剛性を評価し、剛性法を用いて変位解および応力解を求めた。波数領域から振動数領域への変換には、逆ハンケル変換を施すが、高速フーリエ・ベッセル変換を適用して効率的に行った。

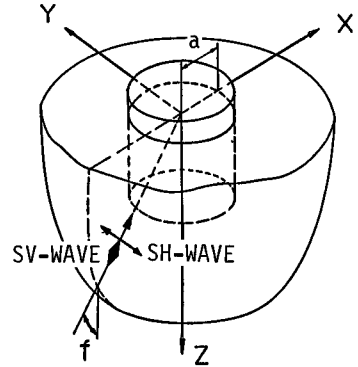


図2 平面波の入射

【有効入力】：入力地震波には、Fig 2 に示すような X 軸正方向に伝播する平面波 (SH 波および SV 波) を仮定した。水平方向への見掛けの位相差は、波数 k によって表され、入射角 f によって支配される。変位は変数分離形によって、一般に次のように表される。

$$u^*(x, y, z) = u^*(z) e^{i(\omega t - kx)} \quad (17)$$

上式を円筒座標系での表現に変換すると、波動伝播に関する項は、波数に関するフーリエ級数展開で表わされ、

$$u^*(r, \theta, z) = T^T(\theta) u^*(z) \left\{ J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (i)^n J_n(kr) \cos n\theta \right\} e^{i\omega t} \quad (18)$$

となる。ここで、 $T(\theta)$ は座標変換マトリックスである。Z 方向に関する変位振幅は、伝達マトリックス法より求め、式 (15) に代入することにより有効入力を評価した。

4. 支配方程式

【境界要素法】：基礎を剛体と仮定すれば、基礎重心節点とインターフェイス上の節点bには、幾何学的条件が存在する。従って、式(1)中の形状関数 $N(s)$ にこの条件を課することにより、基礎重心に関する地盤インピーダンス関数および有効入力を評価できる。これらから、地盤-基礎系の支配方程式は、

$$(-\omega^2 M_G + K_G) \cdot U = P_G^* \quad (19)$$

となる。ここに、 K_G は基礎重心において定義した地盤インピーダンスを、 P_G^* は有効入力を表わし、 M_G は基礎の質量マトリックスである。

【ハイブリッド法】：地盤-基礎系を、基礎とその近傍地盤から成る領域と、無限遠境界を持つその周辺地盤に分割する。無限遠境界を持つ周辺地盤領域の定式化には、上述の境界要素法を適用し、両領域のインターフェイス節点でのインピーダンス関数および有効入力を評価する。基礎とその近傍地盤から成る領域には、3次元軸対称モデルにおける有限要素法を適用する。そして、両領域の連成を図り、地盤-基礎系の解析を行った。このとき、インターフェイス上での力のつりあい式と変位の適合条件を満たすように、重み付き残差法を用いた。つまり、

$$\delta U(s) (\bar{U}(s) - U(s)) = 0 \quad (20)$$

ここで、 $\bar{U}(s)$ は有限要素の内挿関数で表された変位である。

5. 数値解析例および考察

根入れを有する剛体ケーソンを解析対象とし、そのBEMモデルを図3に示した。地盤モデルには次の4ケースを選んだ。

ケース1：剛基礎を有する二層地盤 (VS=250/500 m/sec)

ケース2：半無限基礎を有する一層地盤 (VS=500/500 m/sec)

ケース3：剛基礎を有する一層地盤 (VS=500/500 m/sec)

ケース4：半無限基礎を有する二層地盤 (VS=250/500 m/sec)

ケース1について得られた、各手法 (BEM, FEM, BEM-FEM) によるインピーダンス関数を図4において比較した。手法により若干の差はあるが、地盤の動特性は十分に揃っている。また、ハイブリッド法は、有限要素法に非常に良い一致を示しているが、基礎近傍の有限要素領域に支配されているためと考えられる。

また、ケース2とケース3のBEMによる、ケーソン重心における地盤インピーダンスを比較し、基礎のモデル化による影響をみた。低振動数において、差がみられるが、高振動数ではあまりみられない。この傾向は、並進において顕著に現れている。図5には、それぞれケース2、

について、SH波が任意の傾斜角を

持って入力した場合のフーチング重心における有効入力動を示す。ただし、これらは基礎面において単位の入射振幅を与えた場合の有効入力動であり、地表面上の応答振幅によって無次元化して表した。X軸方向に伝播するSH波入力に対して、有効入力動はY方向並進、X軸回りの回転、ねじりが現れる。入射角が大きくなると、ねじりが大きく現れ、入射角による変化はケース2において顕著である。振動数による変化はケース4に顕著に現れ、軟弱地盤の方が動的相互作用効果が大きく現れるという傾向を示している。図6 7 には、それぞれケース2、ケース4のSV波入力による有効入力動を示す。X軸方向に伝播するSV波入力に対して、有効入力動はX方向並進、Y軸回りの回転、鉛直方向並進が現れる。SV波の入力では、入射角が臨界角より小さいとき、反射波にP波が存在する。この臨界角によって、明らかに様相が変化しており、特にケース4 (二層地盤) では入射角が臨界角を越えると並進においてピークが見られる。以上、SH波とSV波について評価した有効入力動は、波動伝播を考慮した動的相互作用解析の必要性を示している。

《参考文献》1) Apsel, R.J. (1979) Dynamic Green Functions for Layered Media and Applications to Boundary Value Problem, Ph.D. Thesis, Univ. of Calif., San Diego, CA.

2) Takemiya, H. and Goda, K.: BEM Analysis of 3-D Soil-Structure Foundation Interaction For Incident Body Waves, 3rd Int. Conf. Soil Dyn. Earthq. Eng., Princeton, June 1987.

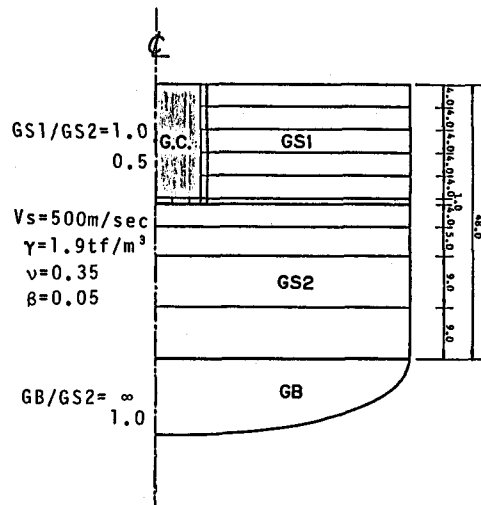


図3 BEMによる解析モデル

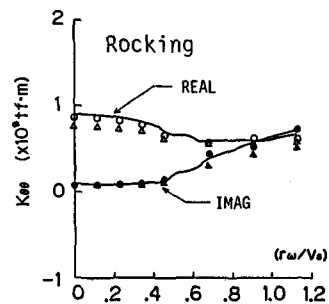
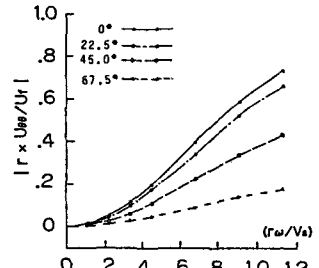
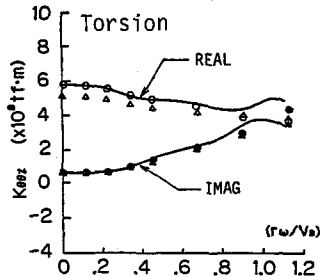
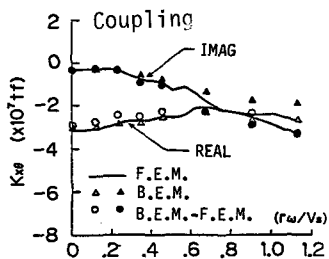
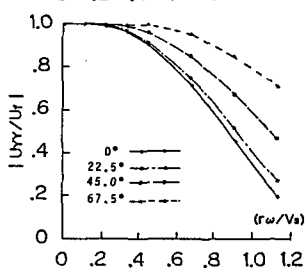
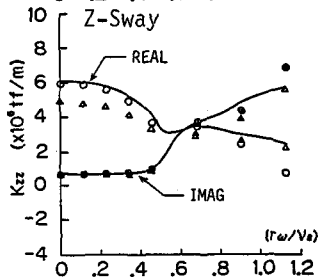
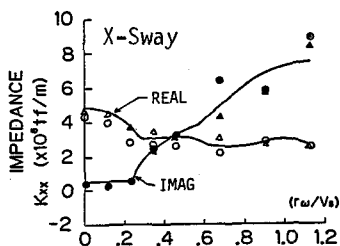


図4 ケーソン重心におけるインピーダンス関数 ケース1

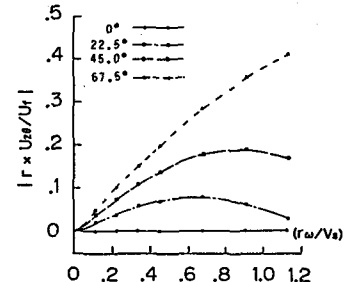


図5 SH波有効入力動 (ケース2)

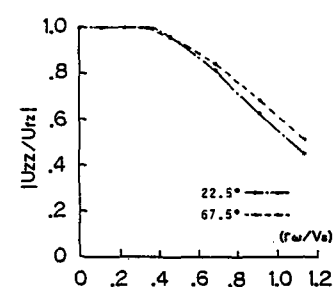
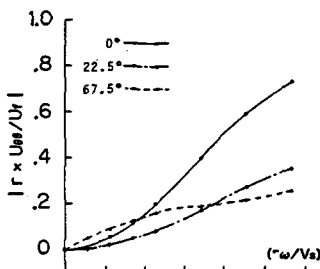
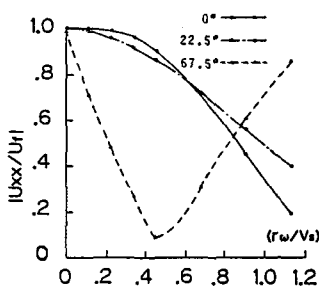


図6 SV波有効入力動 (ケース2)

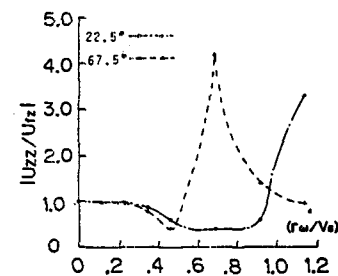
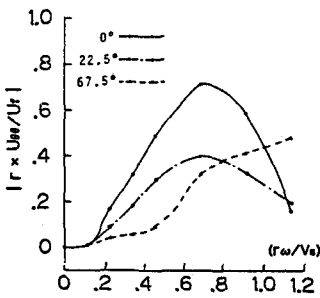
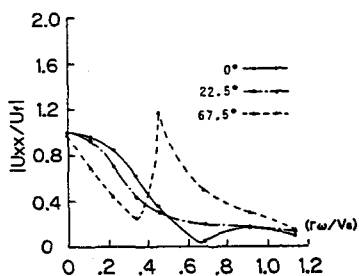


図7 SV波 有効入力動 (ケース4)