

(24) 非線形震動に伴う地盤の卓越周期と減衰定数の時間的変化の同定

清水建設(株) (正員) 田蔵 隆 (正員) 清水 勝美
(正員) 佐藤 正義 (正員) 広瀬 利光
東京ガス(株) (正員) 小山 和夫

1. ま え が き

地盤が非線形応答を呈した場合、その地震時挙動特性として予想されることは、地盤の卓越周期の伸びと加速度応答倍率の低下である。これは土の剛性低下と履歴減衰の増加に伴って発生するものであり、地盤の非線形震動における典型的な現象であると考えることができる。

本研究は非線形震動に伴う地盤の卓越周期ならびに減衰定数の時間的変化について、J. L. Beck⁽¹⁾が提案している記録の時間領域に対する同定手法に多少の修正を加えて検討したものである。

2. 地盤の非線形震動問題に対するBeckの方法の応用⁽²⁾

加速度 $\ddot{x}_0(t)$ を入力波とした場合の多自由度系の振動方程式をモード分解し、 j 次モードに対応する振動方程式の両辺に j 次モードの i 自由度成分のモード値 ϕ_{ij} を乗じることにより、次式が得られる。

$$\ddot{u}_{ij}(t) + 2h_j\omega_j\dot{u}_{ij}(t) + \omega_j^2 u_{ij}(t) = -\beta^0_{ij}\ddot{x}_0(t) \quad (1)$$

ここに、 $u_{ij}(t) = \phi_{ij}q_j(t)$ 、 $\beta^0_{ij} = \phi_{ij}\beta_j$ であり、 ω_j 、 h_j 、 β_j および $q_j(t)$ は、それぞれ j 次モードの固有円振動数、減衰定数、刺激係数および基準座標である。また、 t は時間である。

$u_{ij}(t)$ は i 自由度の変位 $x_i(t)$ の j 次モードによる変位成分を表しており、基盤で得られた加速度波形 $\ddot{x}_0(t)$ を入力波とし、(1)式の1自由度系の振動方程式を解くことによって $u_{ij}(t)$ が求められる。Beckの方法は、(1)式を解いて得られた応答 $u_{ij}(t)$ と観測記録 $x^*_i(t)$ を用いて、次式による J_{ij} を計算し、 J_{ij} が最小となるときの固有円振動数 ω_j 、減衰定数 h_j および刺激係数 β^0_{ij} を求めようとする方法である。

$$J_{ij} = \int_{t_0}^{t_1} \{x^*_i(t) - u_{ij}(t)\}^2 dt / \int_{t_0}^{t_1} x^*_i(t)^2 dt \quad (2)$$

ここに、 t_0 および t_1 は、 $x^*_i(t)$ と $u_{ij}(t)$ の適合度を判定しようとする時間区間の開始時刻と終了時刻であり、 J_{ij} が小さいほど $x^*_i(t)$ と $u_{ij}(t)$ の一致度が高いことになる。

非線形震動に伴う地盤の卓越周期ならびに減衰定数の時間的変化を検出する上で、(2)式をそのまま適用するには問題がある。このことを図1に示した概念図に基づいて説明する。いま、非線形震動に伴い、記録の2秒ごとに卓越周期 T_1 が0.7秒(記録の時刻0秒から2秒の間)、1.2秒(2秒～4秒の間)、……と変化しているものと仮定する。時刻0秒から2秒の間の同定に関しては、(2)式の適用に特に問題は発生しない。しかし、時刻2秒から4秒の間の卓越周期 T_1 を同定する場合、(1)式による解析は再度時刻0秒から開始されることになり、時刻2秒から4秒の間の卓越周期の正解値 $T_1 = 1.2$ 秒が仮りに同定されていたとしても、時刻0秒から2秒までの $T_1 = 0.7$ 秒との周期の違いによって、時刻2秒の時点で観測記録と計算波に位相のずれが生じていることになる。わずかな位相のずれであっても、(2)式から求まる J_{ij} は大きな値となり、正しい卓越周期の同定は困難になる。このことは時刻4秒以降の同定においてさらに顕著となる。

そこで本研究では、地盤の非線形震動問題に関してはこのような位相のずれが生じることを考慮し、 J_{ij} を次式から計算することにした。

$$J_{ij}(\pm d\tau) = \int_{t_0}^{t_1} \{x^*_i(t) - u_{ij}(t \pm d\tau)\}^2 dt / \int_{t_0}^{t_1} x^*_i(t)^2 dt \quad (3)$$

ここに、 $d\tau$ は適当に定めなければならない時間の移動幅で、 $0 \leq d\tau \leq (t_1 - t_0)$ である。なお、観測記録 $x^*_i(t)$ は変位、速度、加速度のいずれであっても構わない。

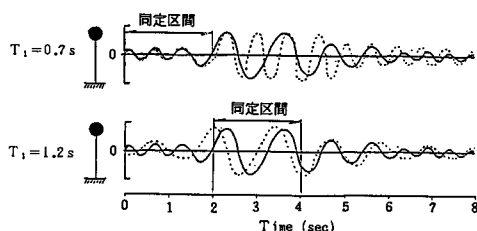


図1 地盤の非線形震動問題への適用性に対するBeckの方法の問題点

3. 線形系の地盤モデルに対する数値実験

Beckの方法の特徴を考察する目的で、線形系の地盤モデルに対する数値実験を行った。線形系地盤モデルとは、図2に示すような均質一様地盤である。1次固有周期は $T_1=1.0$ sであり、1次の刺激係数は $\beta_1=1.27$ である。この地盤を20質点の1次元多質点ばね系モデルによってモデル化し、1940年El-Centro記録NS成分の100ガル入力に対する地表部の応答波形を求めた。なお、減衰定数 h_1 は全次一律5%とした。

この解析によって得られた地表部の応答波形を観測記録 $x^*(t)$ とし、2.に示したBeckの方法により1次モードに対応する固有周期 T_1 、減衰定数 h_1 および刺激係数 β_1 (この場合 $\phi_{11}=1.0$ とし、 $\beta^0_{11}=\beta_1$ とした)の同定を試みた。

表1は相対変位、相対速度、相対加速度に関して、計算時間間隔を2秒として行った同定結果である。正解値は線形系であることから、全時刻を通して $T_1=1.0$ s、 $h_1=0.05$ 、 $\beta_1=1.27$ である。固有周期 T_1 に関する同定結果は妥当なものになっているが、減衰定数 h_1 および刺激係数 β_1 は必ずしも十分ではないことが分かる。また、相対速度および相対変位に関する J_{11} の方が、相対加速度の J_{11} より小さくなっている。なお、本研究では、 J_{11} の最小値の探索はコンプレックス法⁽³⁾によって行った。

図3は $x^*(t)$ と $u_{11}(t)$ を対比したものである。相対変位、相対速度に関しては両者きわめて良い対応状況にあるが、高振動数成分が励起されている相対加速度に関しては必ずしも十分でない結果になっている。

図4は横軸を周期 T_1 、縦軸を減衰定数 h_1 、刺激係数を $\beta_1=1.27$ として、相対加速度に関して計算した J_{11} の等値線図である。等値線図のパターンは時間によって変化しているが、各図において $T_1=1.0$ s、 $h_1=0.05$ 付近が J_{11} の最小値になっており、この点を中心とした縦長の楕円状の等値線が共通して描かれている。等値線が楕円状になるということは、減衰定数に関する同定の難しさを表しており、この

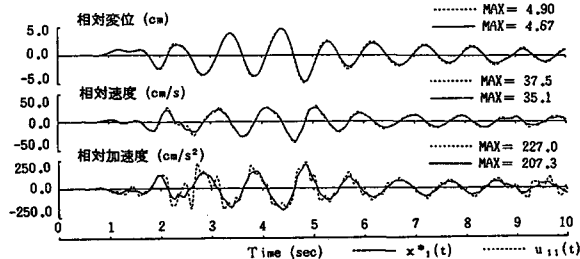


図3 線形系地盤モデルの $x^*(t)$ と $u_{11}(t)$ との比較

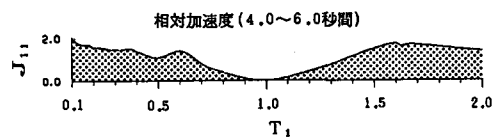


図5 線形系地盤モデルの T_1 と J_{11} の関係 ($h_1=0.05$, $\beta_1=1.27$)

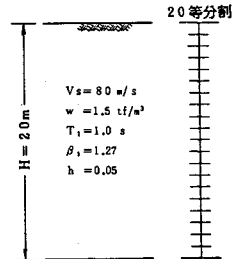


図2 線形系地盤モデル

表1 線形系地盤モデルに対する同定結果

同定項目	0~2 sec	2~4 sec	4~6 sec	6~8 sec	8~10 sec
固有周期 T_1 (sec)	0.986	0.993	0.985	1.000	1.004
減衰定数 h_1	0.051	0.046	0.044	0.030	0.025
刺激係数 β_1	1.310	1.322	1.304	1.226	1.273
J_{11} 値	0.005	0.005	0.002	0.005	0.015
固有周期 T_1 (sec)	1.013	0.981	0.985	0.999	0.983
減衰定数 h_1	0.028	0.087	0.045	0.030	0.040
刺激係数 β_1	1.264	1.796	1.259	1.187	1.456
J_{11} 値	0.019	0.028	0.005	0.008	0.050
固有周期 T_1 (sec)	0.977	0.982	0.982	0.983	0.978
減衰定数 h_1	0.010	0.035	0.049	0.033	0.035
刺激係数 β_1	1.179	1.275	1.285	1.022	1.314
J_{11} 値	0.062	0.198	0.051	0.045	0.253

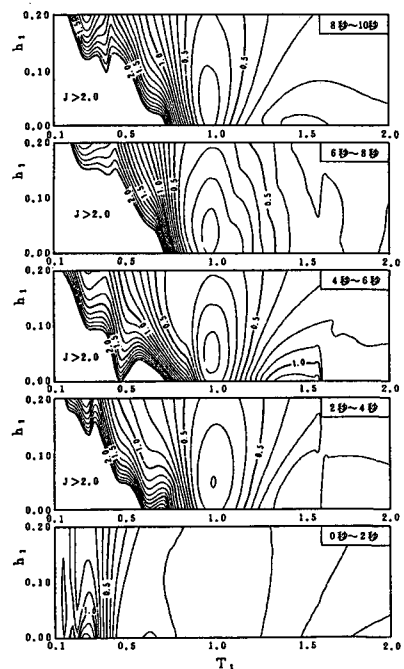


図4 線形系地盤モデルの相対加速度に対する J_{11} の等値線図

ことが表1の減衰定数 h_1 の同定結果に反映されている。

図5は図4の時刻4秒から6秒の等値線図の $h_1 = 0.05$ 、 $\beta_1 = 1.27$ における T_1 と J_{11} の関係について示したものである。 $T_1 = 1.0$ sの点で J_{11} は最小値(Global Minimum)になっているが、その他いくつかの局所的な最小値(Local Minimum)が存在しており、最小値の探索において初期値の設定に十分な配慮が必要であることが分かる。また、図6は図4に示した等値線図の時刻4秒から6秒における J_{11} の鳥瞰図である。

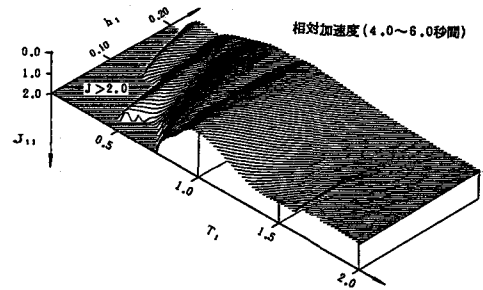


図6 線形系地盤モデルの J_{11} の鳥瞰図

4. 地震観測記録に基づく軟弱地盤の卓越周期と減衰定数の時間的变化の同定

地震観測記録に基づいて行った軟弱地盤の卓越周期、減衰定数ならびに刺激係数の時間的变化に対する同定結果を示す。図7は地震観測地点の地盤概要について示したものである。当該地盤は地表からG.L. -14m付近までがせん断波速度 $V_s = 110 \sim 190$ m/sの軟弱な埋立土層である。加速度計はG.L. -1mおよびG.L. -42mの深さに埋設されている。

図8(a)に示した観測記録は、1980年6月29日の伊豆半島東方沖地震(マグニチュード $M = 6.7$ 、震源深さ $D = 10$ km、震央距離 $\Delta = 90$ km)によるものであり、地盤地表部および基盤での最大加速度はそれぞれ23.5ガル、7.8ガルである。また、図8(b)は1980年9月25日の千葉県中部地震($M = 6.1$ 、 $D = 80$ km、 $\Delta = 22$ km)によって得られた観測記録であり、地盤地表部および基盤での最大加速度はそれぞれ193.6ガル、63.5ガルである。

図9は、図8(a)(b)の観測記録に基づく基盤に対する地表部の周波数伝達関数(記録の0秒~10秒に基づく計算結果)と、その他の地震による加速度レベルの小さな記録に基づく平均周波数伝達関数を対比したものである。伊豆半島東方沖地震と中小地震の周波数伝達関数において、当該地盤の1次固有周期である $T_1 = 0.5$ sの変化は見られない。一方、千葉県中部地震においては、0.5秒の1次固有周期が0.7~0.8秒に移行していることが分かる⁽⁴⁾。

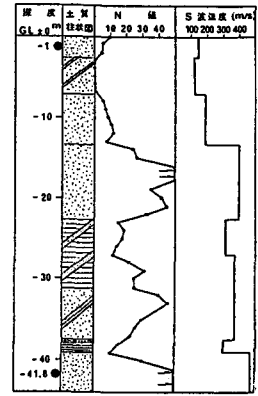


図7 地震観測地点の地盤概要

表2および表3は、3.に示した方法による固有周期 T_1 、減衰定数 h_1 および刺激係数 β_1 の計算時間間隔を2秒とした同定結果である。表2の伊豆半島東方沖地震記録に基づく解析結果では、固有周期 T_1 の時間的变化は少なく、地盤はほぼ弾性の範囲内で応答したものと考えられる。一方、表3における千葉県中部地震の場合は、固有周期 T_1 が0.52秒、0.59秒、0.74秒、0.68秒、0.72秒、減衰定数 h_1 が4.5%、5.0%、10.0%、6.1%、8.9%と推移した結果になって

いる。記録のおよそ4秒から6秒付近がこの記録の主要動部分であり、この時刻において固有周期 T_1 が0.74秒に伸び、減衰定数が10.0%に増加しているのは地盤の非線形応答によるものと推察される。

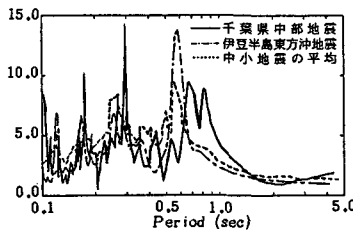
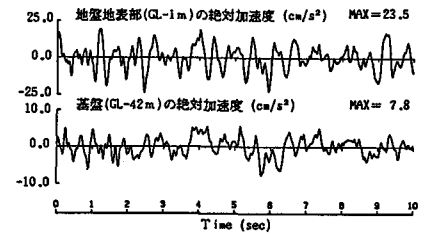


図9 基盤に対する地表部の周波数伝達関数

(a) 1980年6月29日伊豆半島東方沖地震記録



(b) 1980年9月25日千葉県中部地震記録

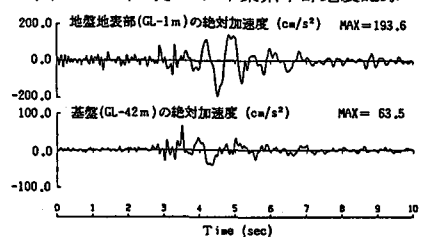


図8 地震観測記録

図10は千葉県中部地震の場合に関して、図3と同様、横軸に固有周期 T_1 、縦軸に減衰定数 h_1 、刺激係数 $\beta_1=1.62$ (初期剛性に基づいて計算された刺激係数)として、相対加速度の J_{11} の2秒ごとの等値線図について示したものである。 J_{11} が最小となる点を中心とした縦長の楕円が長周期側に推移している様子が分かる。

図11は同定結果に基づく相対加速度の計算波形と観測記録を重ね描きしたものである。両者の一致度は十分であり、上述した固有周期 T_1 および減衰定数 h_1 の時間的変化の同定は妥当なものになっていると考えられる。

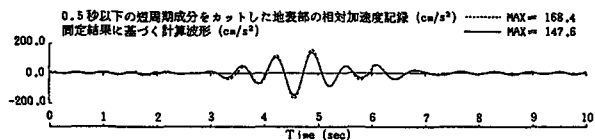


図11 千葉県中部地震記録に基づく相対加速度の同定波形

5. あとがき

本研究によって得られた知見をまとめると、以下のようになる。

- (1) Beckの手法の特徴として、固有周期の同定は有効であると考えられるが、減衰定数および刺激係数の同定は必ずしも十分でない。
- (2) コンプレックス法によって J_{11} の最小値を探索する場合、局所的な最小値が多く発生することから、初期値の設定に注意する必要がある。
- (3) 1980年6月29日の伊豆半島東方沖地震記録に基づく解析結果において、1次固有周期の時間的変化は見られず、この地震では当該地盤はほぼ弾性の範囲内で応答したものと考えられる。一方、1980年9月25日の千葉県中部地震記録に基づく地盤の卓越周期ならびに減衰定数の変化の同定結果から、記録の主要動部分で地盤の非線形震動に伴う卓越周期の伸びおよび減衰定数の増加が発生していることが分かった。

【謝 辞】 本研究を行う上で、福山大学 千葉利晃助教授ならびに武蔵工業大学大学院 丸山 収氏から貴重な意見を賜った。記して深謝の意を表す次第である。

6. 参考文献

- (1) J.L.Beck : Determining Models of Structures from Earthquake Records, Report No. EERL 78-01, California Institute of Technology, Pasadena, 1978.
- (2) 田蔵、清水、佐藤、広瀬、小山、渡辺 : 強震記録に基づく軟弱地盤の卓越周期と減衰定数の時間的変化の同定、第22回土質工学研究発表会、1987年6月。
- (3) M.J.Box : A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods, Computer Journal No. 8, 1965.
- (4) 田蔵、清水、横田、片山 : 地盤の非線形地震時挙動特性に関する二、三の考察、第1回地盤工学における数値解析シンポジウム論文集、日本科学技術連盟、1986年6月。

表2 伊豆半島東方沖地震記録に対する同定結果

同定項目	0~2 sec	2~4 sec	4~6 sec	6~8 sec	8~10sec
固有周期 T_1 (sec)	0.491	0.565	0.540	0.563	0.562
減衰定数 h_1	0.011	0.024	0.001	0.148	0.001
刺激係数 β_1	1.706	0.869	0.801	1.217	2.708
J_{11} 値	0.057	0.201	0.325	0.044	0.441
固有周期 T_1 (sec)	0.501	0.563	0.534	0.562	0.537
減衰定数 h_1	0.027	0.036	0.001	0.152	0.001
刺激係数 β_1	1.483	0.886	0.813	1.205	2.231
J_{11} 値	0.049	0.092	0.209	0.005	0.472
固有周期 T_1 (sec)	0.508	0.575	0.537	0.559	0.539
減衰定数 h_1	0.028	0.028	0.001	0.150	0.001
刺激係数 β_1	1.499	0.999	0.801	1.185	1.927
J_{11} 値	0.038	0.078	0.151	0.003	0.432

表3 千葉県中部地震記録に対する同定結果

同定項目	0~2 sec	2~4 sec	4~6 sec	6~8 sec	8~10sec
固有周期 T_1 (sec)	0.560	0.570	0.759	0.671	0.698
減衰定数 h_1	0.013	0.234	0.087	0.048	0.030
刺激係数 β_1	1.453	1.881	1.899	1.117	1.005
J_{11} 値	0.463	0.346	0.036	0.024	0.168
固有周期 T_1 (sec)	0.548	0.578	0.744	0.677	0.692
減衰定数 h_1	0.033	0.030	0.094	0.065	0.114
刺激係数 β_1	1.262	1.240	1.898	1.015	1.011
J_{11} 値	0.295	0.134	0.028	0.020	0.060
固有周期 T_1 (sec)	0.518	0.586	0.738	0.679	0.715
減衰定数 h_1	0.045	0.050	0.100	0.061	0.089
刺激係数 β_1	1.368	1.322	1.898	1.001	1.000
J_{11} 値	0.121	0.051	0.021	0.024	0.036

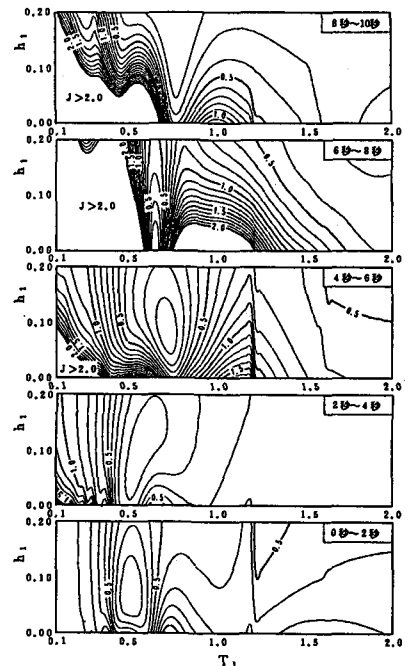


図10 千葉県中部地震記録に基づく相対加速度に対する J_{11} の等値線図