

#### (44) 地震時に構造物が吸収する塑性ひずみエネルギーについての一考察

東電設計(株) 松島 学  
東京電機大学 桜井 邦人

1 はじめに 構造物が耐用期間中に大きな地震動を受けることはまれであり、そのような地震時に構造物を弾性の範囲内で設計することは、経済的ではない。ところが、構造物に塑性化することを許すと、その最大応答加速度は、図1の例にみられるように弾性の場合より小さなものとなる。すなまち、降伏を許すことにより生じる応答値は低くおさえられるが、構造物の耐力は降伏しても低下しない、つまり破壊に至らないようにして、この性質を繰り返し力によっても持続できるような特性を構造物に与えることが必要である。塑性を考えた設計は、構造物の変形性能に期待するものであり、一般に安全率の指標として“塑性率”が利用されている。(しかし、構造物の動的挙動を考えると、そこでは一度設定した塑性率に達する場合と何回か塑性の繰り返し挙動を行なった後、設定した塑性率に達する場合とでは、明らかに、その挙動内容は異なるはずである。他方、地震時に構造物の挙動を説明するのに、エネルギーの消費は、重要な要素であると考えられてきた。地震動は、構造物に地動エネルギーを伝達し、構造物はそれをすべてのエネルギーを消費しなくてはならない。入力エネルギーの一部は一時的に弾性ひずみエネルギーや運動エネルギーとして構造物に蓄えられるが、最終的には構造部材の塑性ひずみエネルギーや減衰エネルギーとして消費される。ここで重要なのは、構造物の崩壊を支配する塑性ひずみエネルギーであり、その値は構造物の強度や剛性等で評価することができます。本報は、地震時に構造物に入力される塑性ひずみエネルギー量で、構造物の損傷を評価できることに注目し、入力地震動の性質が構造物の損傷にどのように影響するのかを一質点系のモデルを通して調べたものである。<sup>1), 2), 3)</sup>

#### 2. 塑性ひずみエネルギーの定式化 一質点系の地震時の運動方程式の次式で表される。

$$M \ddot{y} + C \dot{y} + K(y) \cdot y = -M \ddot{z} \quad (1)$$

ここで、M: 質量, C: 減衰定数, K(y): 系のばねの復元力特性, y: y-dot: y-double-dot: 応答の変位、速度、加速度および地動の加速度である。地動によつて生じる各エネルギー量は、地動の継続時間まで積分すると求まる。

$$M \int_0^t \dot{y}^2 dt + C \int_0^t \dot{y}^2 dt + \int_0^t K(y) \cdot y \cdot \dot{y} dt = - M \int_0^t \ddot{z} \cdot \dot{y} dt \quad (2)$$

(2)式で左辺の第1項は運動エネルギー、第2項は系の減衰機構による減衰エネルギー、第3項は系に蓄えられる塑性ひずみエネルギーと地動終了時の弾性ひずみエネルギーである。ただし、運動エネルギーと弾性ひずみエネルギーは地動終了後(しばらくして減衰機構により)消費されるものである。ここで重要なのは、系の損傷に影響する塑性ひずみエネルギーであり、これは構造物の系の復元力特性、系の質量、入力地震波によつて決定される値である。図2に、ひずみエネルギー入力の概念図を示す。図中のEeは、弾性ひずみエネルギー、Epは、塑性ひずみエネルギーである。本報では、塑性ひずみエネルギーの指標として、次の無次元量 $\eta$ を考える。<sup>4)</sup>

$$\eta = E_p / 2E_e \quad (\eta \geq 1) \quad (3)$$

ここで、 $\eta$ を累積塑性率と呼ぶことにする。これは、塑性率 $\mu$  ( $= \delta_{max}/S_y$ ) に対応するもので、一向向のみに大

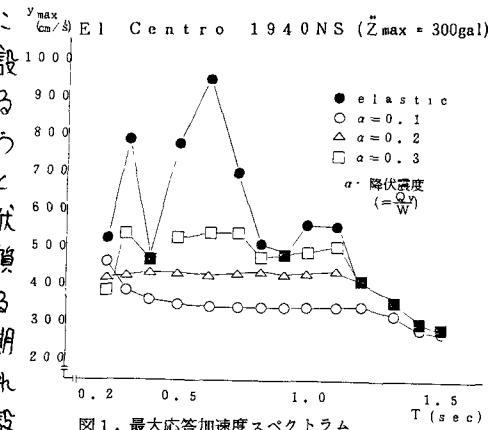


図1. 最大応答加速度スペクトラム

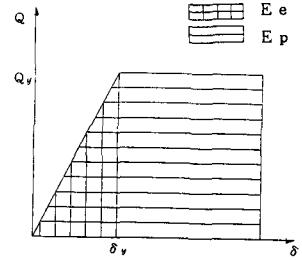


図2. ひずみエネルギーの概念図

きな塑性をもたらした場合は、等しくなる値である。

3. 塑性率と塑性ひずみエネルギー 一般に、構造物の耐震設計において破壊に対する安全性を評価する方法として、塑性率 $\mu$ が利用されている。しかしながら、実際の構造物では、応答値がある基準の塑性率を越えたからと言って、それがたゞちに破壊につながるとは考えにくい。特に、構造物のじん性を考慮した設計を行なう際に最大応答値を破壊の尺度として用いることに問題がある。そのため、破壊に至る現象を論じる際には、塑性ひずみエネルギーを考える方がより合理的であると思われる。これは、構造物が地震時に崩壊する現象は、動的による繰り返し力が徐々に構造物の耐力を減らさせ破壊に至ることに注目したものである。

3. つまり、系が塑性変形を繰り返すことにより塑性ひずみエネルギーが蓄積し、これがある基準以上に達した時に破壊が生じるという現象を考えたものである。

今、このことを評価するために模擬地震波を用ひて、一質点系の簡単なモデルで塑性率と塑性ひずみエネルギーの比較を行なった。対象とする構造物は、比較的短周期の構造物 $T=0.15\text{ sec}$ (弾性時の固有周期)と長周期の構造物 $T=0.6\text{ sec}$ ,  $T=1.15\text{ sec}$ とし、減衰定数 $\beta=0.05$ とした。系の復元力は、図3に示すような

表 1 試算結果(継続時間を変化させた場合)

示すようなBi-linearモデルとし、降伏耐力は $t_0 = Q_y/m$ ,  $t_0 = \dot{\delta}_{max}/(Q_y; \text{降伏耐力}, m; \text{系の質量}, \dot{\delta}_{max}; \text{入力加速度の最大値})$ で無次元化し、 $t_0 = 0.53$ を採用した。

入力(た模擬地震波は、ホワイト)1ゲイズを利用して、周波数特性を持たないようにし、最大加速度を $\ddot{\delta}_{max} = 300\text{ gal}$ に合せ主要振動の継続時間により入力波のエネルギー量を変化させた。なお、地震波の振幅の消長の包絡線は、Jenningsらの方法を用いた(図4参照)。前述の構造系を用ひて入力波の継続時間を変化させて試算した結果を表1に示す。同表には、実地震波、El Centro波(1940 NS), 八戸波(1968 NS)に7/112も、最大加速度を $\ddot{\delta}_{max} = 300\text{ gal}$ に合せて計算したものも示してある。表中には、塑性のくり返し回数も示しており、正負の復元力のループを1回転した回数を $N_p$ とし、正の方向に塑性域に達した回数を $N_p^+$ 、その逆を $N_p^-$ とした。

試算の結果から塑性率と塑性ひずみエネルギーに7/112次のようなことが言える。人工地震波での塑性率は、固有周期 $T=0.15\text{ sec}$ に注目すると、地震波の継続時間に関係なくほぼ一定の値を取つ7/113。これに対して、塑性ひずみエネルギー量の指標 $\eta$ は、主要動の継続時間が長くなるほど、言いかえると、入力エネルギー量が大きくなるほど増加する傾向にある。同様に、塑性のくり返し回数 $N_p$ も増加しており、塑性のくり返し力によつて塑性ひずみエネルギーが蓄積されることかうかがえる。これらの事より、地震時の構造物の損傷を評価する指標としては、塑性率では地震動の継続時間に無関係に決定されてしまうが、構造物に蓄積される塑性ひずみエネルギーを評

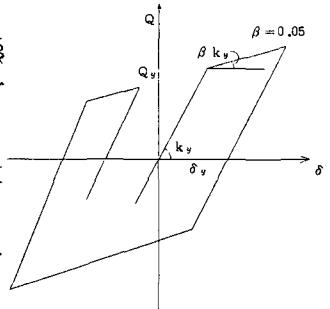


図3. 系の復元力特性

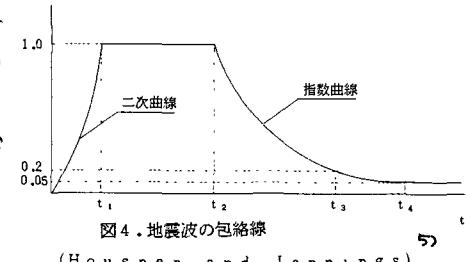


図4. 地震波の包絡線  
(Housner and Jennings)

構造物 (sec)	入力波	入力波の継続時間 (sec)	$\eta$	$\mu$	$N_p$	$N_p^+$	$N_p^-$
$T=0.15$	人工地震波	$t_1=2, t_2=4, t_3=10$	9.98	3.70	5	8	10
	"	$t_1=4, t_2=15, t_3=30$	32.7	3.85	16	24	25
	"	$t_1=4, t_2=35, t_3=80$	66.3	3.93	28	49	51
	El Centro 波	$t=14$	90.4	14.9	7	12	12
	八戸波	$t=36$	56.7	13.1	17	31	26
$T=0.6$	人工地震波	$t_1=2, t_2=4, t_3=10$	-	-	0	0	0
	"	$t_1=4, t_2=15, t_3=30$	-	-	0	0	0
	"	$t_1=4, t_2=35, t_3=80$	-	-	0	0	0
	El Centro 波	$t=14$	22.0	8.28	4	4	4
$T=1.15$	人工地震波	$t_1=2, t_2=4, t_3=10$	-	-	0	0	0
	"	$t_1=4, t_2=15, t_3=30$	-	-	0	0	0
	"	$t_1=4, t_2=35, t_3=80$	-	-	0	0	0
	El Centro 波	$t=14$	9.24	2.87	5	6	4
	八戸波	$t=36$	1.72	1.82	3	3	5

個することにより、地震の継続時間やくり返し力等を評価することができます。

もう1つ、実地震波と人工地震波との比較を行なう。実地震波は、EI Centro 波で  $t_0 = 14$  秒、八戸波で  $t_0 = 32$  秒と、利用した人工地震波が見

て決して長い継続時間をもつ波ではない。しかし、実地震波の方が塑性率ともに大きな値となる。逆に、塑性のくり返し回数  $N_p$  は小さくなる。この理由としては、曲線に見られるようにホワイトノイズを利用した人工地震波では、波形の形状が複雑なため構造系が塑性域に達しても、逆方向の入力加速度により塑性の進行が打ち消されるため、すぐに弾性にもどるからである。これは、弾性時でも言え、固有周期  $T = 0.6$  sec,  $T = 1.15$  sec では実地震波の場合塑性化してなるのに対して、人工地震波の場合は弾性のままである。こへよう、ホワイトノイズを利用した地震波の応答は、実地震波の応答より小さくなる傾向がある。

4. 地震動が構造物の損傷に及ぼす影響 3. では地震時に構造物の損傷の評価として地震動の継続時間やくり返し力等を考慮できる塑性ひずみエネルギーが重要な指標であることを述べた。ここでは、地震動の性質が構造物の損傷にどのように影響するのかを3で用いた構造系を利用して調べた。地震動の性質は、その規模とその強さで表される。前者の性質は地震の持つエネルギー量に依存する値であり、後者は震源からの距離や地盤特性に依存する。さらに、地震動の性質としては、地震動の持つ周波数特性があるが、本報では実地震波をその場合は利用した。よって、入力波のパラメータとしては、次の因子を考えた。

- i. 地震動の継続時間  $t_0$ 。
- ii. 地震動の最大加速度  $\ddot{z}_{\max}$
- iii. 地震動の加速度波のエネルギー  $I_0$ 。
- iv. 地震動の周波数特性

ここで、 $I_0$  の定義として、入力加速度の2乗したものを地震動終了時まで積分した値とした ( $= \int_{t_0}^{t_0+T} \dot{z}_0^2 dt$ ) (入力地震波のエネルギー一定の場合)

地震動のエネルギーは、継続時間や最大加速度等により決まる値である。ここでは、前に示した Jennings らが提案した M7.4 に相当する包絡線 ( $t_1 = 4$ ,  $t_2 = 15$ ,  $t_3 = 30$ ) の人工地震波で、最大加速度を  $\ddot{z}_{\max} = 300$  gal の場合の地震波が持つエネルギー量を基準として、継続時間を短かくするなりに最大加速度を大きくすることにより地震動のエネルギー量を一定とした。なお、実地震波は継続時間をえず、最大加速度を調整することで対応

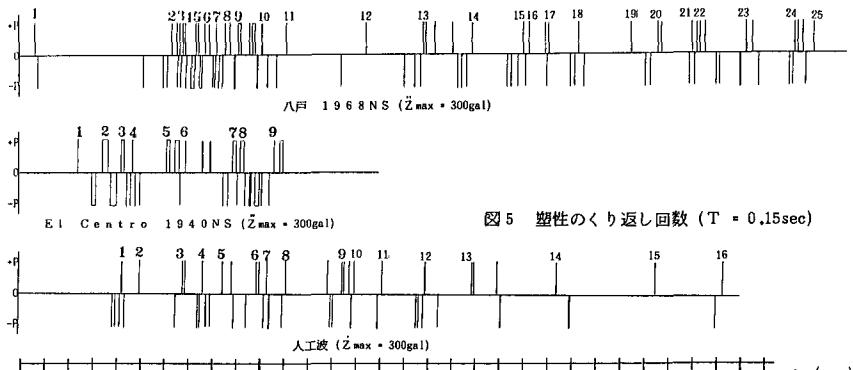


図 5 塑性のくり返し回数 ( $T = 0.15$  sec)

表 2 試算結果 (地震波のエネルギーを一定とした場合)

構造物 (sec)	入力波	継続時間 (sec)	最大加速度 (gal)	$\eta$	$\mu$	$N_p$	$N_p^+$	$N_p^-$
$T=0.15$	人工地震波	$t_1=4, t_2=15, t_3=30$	300	32.7	3.85	16	24	25
	"	$t_1=4, t_2=10, t_3=25$	344	36.9	4.06	18	25	26
	"	$t_1=4, t_2=5, t_3=20$	417	40.7	5.00	20	26	26
	EI Centro 波	$t=14$	314	113.0	17.2	9	13	13
	八戸波	$t=36$	362	102.4	17.8	25	38	41
	人工地震波	$t_1=4, t_2=15, t_3=30$	300	-	-	0	0	0
$T=0.6$	"	$t_1=4, t_2=10, t_3=25$	344	0.07	1.06	0	1	0
	"	$t_1=4, t_2=5, t_3=20$	417	0.41	1.40	1	2	0
	EI Centro 波	$t=14$	314	24.9	8.70	4	4	6
	八戸波	$t=36$	362	9.86	2.63	7	11	8
$T=1.15$	人工地震波	$t_1=4, t_2=15, t_3=30$	300	-	-	0	0	0
	"	$t_1=4, t_2=10, t_3=25$	344	-	-	0	0	0
	"	$t_1=4, t_2=5, t_3=20$	417	0.11	1.08	1	1	1
	EI Centro 波	$t=14$	314	10.1	2.93	4	6	4
	八戸波	$t=36$	362	3.53	2.32	5	9	5

(た) 表2に試算結果を示す。人工地震波で固有周期

$T=0.15\text{ sec}$ に注目すると、塑性率は最大加速度が大きくなるにつれて大きくなる。(しかし、累積塑性率は、ほぼ一定値をとる。) これららの理由としては、塑性のくり返し回数 $N_p$ は、継続時間が短くなるほどもからず大きくなる(つまり、塑性のくり返し回数を増大させるこによりバランスを取り、一定値となる)。ものと思われる。実地震波では、3.で示したように人工地震波よりも塑性率、累積塑性率ともに増大している。(しかし、人工地震波のように累積塑性率が一定となる傾向はみられない)。実地震波の持つ波形の特性等による影響の方が大きいものと思われる。

(継続時間を一定とした場合)

継続時間を一定として、最大加速度を変化させた場合、言いえると $\eta$ を変化させた場合について検討した。基準となる継続時間、包絡線は、Jennings's M17に相当するものである。計算結果を表3に示す。塑性率、累積塑性率、塑性のくり返し回数も最大加速度が大きくなるにつれて、どの固有周期の場合でも増大していく。このように、継続時間を一定にしてしまうと、パラメータ $\eta$ 最大加速度のみとなるため塑性率と累積塑性率は同じような評価となる。)

5.まとめ 本研究では、わざわざ試算からではあるが次のような事が明らかとな。

i). 塑性率は地震動の波形に大きく影響を受けますが、継続時間には敏感である。

ii). 累積塑性率(塑性ひずみエネルギー)は地震動の継続時間やくり返しを考慮して構造物の損傷を評価できる一つのIndexである。

iii). 入力波のエネルギー量を一定とした場合、塑性率は最大加速度が大きくなるにつれて増加するが累積塑性率はほぼ一定の値をとる。

iv). ホワイトライスを利用して人工地震波は、同じ最大加速度、継続時間を持つ実地震波よりも、塑性率、累積塑性率の応答値は小さい。その理由として、人工地震波では波形が複雑なため塑性域に達しても、すぐに逆方向の加速度により塑性の進行が打ち消されるためである。

〈謝辞〉 本研究を行なうにあたり、東京電機大学理工学部建設工学科卒業生菅原健一氏、西条徳人氏に感謝いたします。

〈参考文献〉

- Housner, G.W., Limit design of Structures to resist earthquakes structures subjected to a strong motion earthquake, Proceedings of World Conference of Earthquake Engineering, 1956
- 加藤 効・秋山宏, 強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 建築学会論文報告集, 第235号, 昭和50年9月
- Ohno, T. and Nishioka, T., Relation between the hysteretic characteristics of Structures and the plastic energy dissipation under earthquake motion, Proceeding of the Six Japan Earthquake Engineering Symposium, 1984
- Matsuhashima, M., Matsui, K. and Nakahara, K., A Study on Optimum Aseismic Design of Structures, Second International Conference on Computing in Civil Engineering, 1985
- 地盤と地盤振動力シニボジューリー10年の歩み, 日本建築学会, 昭和58年7月

表 3 試算結果(継続時間を一定とした場合)

構造物 (sec)	入力波	最大加速度 (gal)	$\eta$	$\mu$	$N_p$	$\frac{+}{N_p}$	$\frac{-}{N_p}$	$\frac{\eta_y}{M/Z_{max}}$	
								$r = \frac{\eta_y}{M/Z_{max}}$	
$T=0.15$	人工地震波	300	32.7	3.85	16	24	25	0.54	
	"	344	49.9	4.06	23	34	36	0.47	
	"	417	85.1	5.15	36	43	50	0.38	
	"	490	127.8	6.65	44	63	62	0.33	
	"	560	176.7	8.39	49	68	73	0.29	
$T=0.6$	人工地震波	300	-	-	0	0	0	0.54	
	"	344	0.07	1.06	0	1	0	0.47	
	"	417	0.77	1.43	2	3	3	0.38	
	"	490	3.49	2.01	3	6	5	0.33	
	"	560	7.43	2.70	5	7	11	0.29	
$T=1.15$	人工地震波	300	-	-	0	0	0	0.54	
	"	344	0.05	1.03	1	1	1	0.47	
	"	417	0.75	1.25	2	3	3	0.38	
	"	490	1.92	1.42	2	4	4	0.33	
	"	560	3.37	1.66	4	6	7	0.29	