

(36) 個別要素法による動的解析のための基礎的考察

東京工業大学大学院総合理工学研究科

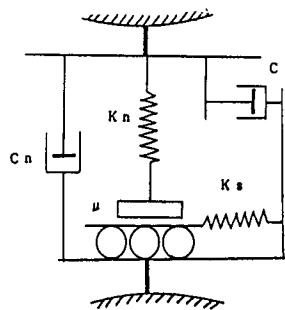
正 大町達夫

荒井靖博

1) はじめに

亀裂性岩盤の動的安定性やロックフィルマスの振動破壊状況などを解析的に調べようとする目的には、従来の有限要素法よりも個別要素法あるいは離散剛体要素法と呼ばれる手法の方が有望と思われる。この手法では、集合体を構成する個々の要素を巨視的には剛体と見なし、各剛体間の接触部分に力の相互伝達を行なうための弾性バネと粘性ダッシュボット及びクーロン摩擦を表現するライダーを導入している。

カンドルが提案して (P.A.Cundall, 1971) すでにかなり多数の興味深い解析例が報告されているが、未だに手法の基本的部分に重要な未解決の問題を残している。ここでは、本手法を地震工学対象となるような動的解析に適用することを考えて幾つかの基本的な考察をおこなってみる。



図：1 Cundall モデル

2) 衝突現象の解析について

簡単のため、2次元的な矩形要素を考える。2個の要素の接触部分には接触面の法線方向に作用する圧縮力 F_n と接線方向に作用するせん断力 F_s が存在する。 F_n は弾性バネと粘性ダッシュボットで分担されると考える。要素間の相対変位を ΔU で表わせば、

$$F_n = K_n * \Delta U_n + C_n * \dot{\Delta U}_n$$

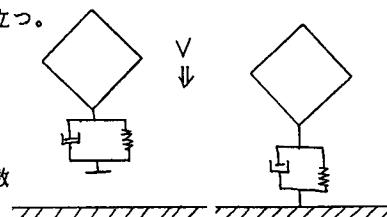
ここで用いるバネ定数 K_n を決めるには、弾性体同士が静的に接触する際の理論解（木山ほか、1983）や正面向心衝突を想定して求める方法（和田ほか、1984）などが提案されているが粘性係数 C_n の決め方には明確なものは見当らない。

そこで、減衰定数（減衰比） H_n を衝突によるエネルギー損失の目安として汎用されている反発係数 e で表わし、それをもとに粘性係数 C_n を決めるこことを考えた。

個別要素法では、2つの要素間の衝突現象を図：2のようにモデル化している。衝突直前の要素の速度を V とすれば、2つの要素が接している間は、以下の微分方程式が成立立つ。

$$\ddot{X} + 2P * H_n \dot{X} + P^2 * X = 0 \quad -(1)$$

ここで、 $P = \sqrt{K_n/M}$ H_n : 減衰定数 M : 質量 K_n : バネ定数



上記の微分方程式を初期変位: 0 初期速度: V の条件で解くと

衝突前

衝突中

$$X = (V / P_c) * \exp(-H * P * t) * \sin(P_c * t) \quad -(2)$$

ここで、 $P_c = P \sqrt{1 - H_n^2}$ とする。

図：2 衝突の状況

さて、ここで衝突前後のエネルギー損失 E を考える。エネルギー損失は、

全て速度に依存するので、粘性抵抗係数を $C_n = H_n / 2 * \sqrt{K_n M}$ とすると、

$$E = \int_0^T C_n \dot{X} dX = \int_0^T C_n \dot{X}^2 dt \quad - (3)$$

ここに、 T は衝突時間で、 $T = \pi / P_c$ する。前述の式を積分すると、

$$E = (C_n * V^2 / 4 H * P) * (1 - \exp(-2\pi H * P / P_c)) \quad - (4)$$

ところで、反発係数 e を用いるとエネルギー損失 E は、

$$E = (M * V^2 / 2) * (1 - e^2) \quad - (5)$$

(4) と(5) とを等しくおくことにより、

$$H_n = \sqrt{(in - e)^2 / (\pi^2 + (in - e)^2)}$$

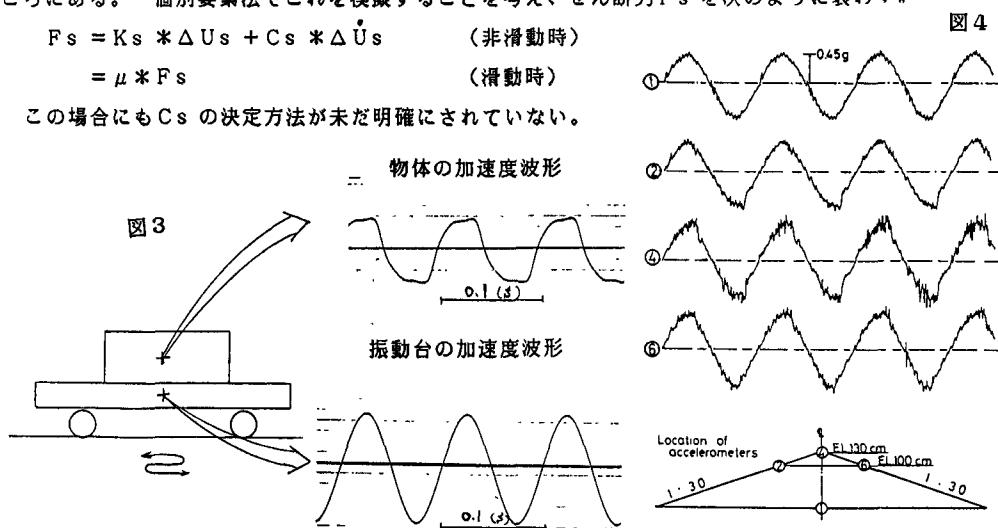
なる関係式が導かれる。これから、各要素について反発係数 e がわかれば接触点に用いるダンピングの値 C_n は、 $C_n = 2 * H_n * \sqrt{M * K_n}$ で求まる。

3) 滑動現象の解析について

振動台上に剛な物体を載せ、摩擦力 μF_s を越す慣性力を生じるように振動台を正弦振動させるとき振動台と物体の加速度波形は図：3 のようになる。ロックフィルダムの模型振動破壊実験において、ロック部の斜面表層が滑動を開始する頃にロック部で観察される加速度波形（図：4）もこれとほぼ類似している（大町、1974）。これらの波形の特徴は、滑動を開始するまでは振動台の波形と同一であるが、滑動を開始すると頂部あるいは底部が平坦になり相対速度が0となる平坦部の最尾部で急変して振動台の波形に復帰するところにある。個別要素法でこれを模擬することを考え、せん断力 F_s を次のように表わす。

$$\begin{aligned} F_s &= K_s * \Delta U_s + C_s * \dot{\Delta U}_s && \text{(非滑動時)} \\ &= \mu * F_s && \text{(滑動時)} \end{aligned}$$

この場合にも C_s の決定方法が未だ明確にされていない。



いま $\mu = 0.3$ の場合について、 $h_s = C_s / 2 * \sqrt{M * K_s}$ （ただし、Mは物体の質量）とおいて
 $H_s = 0.00, 0.01, 0.50, 1.00$ で解析的にえられる加速度波形を比べたのが図：5である。減衰が小さすぎると滑動停止後暫くの間、実験では観察されない自由振動波形が現われる。

のことから、 H_s は $H_s = 1.00$ 程度とすることが適切と考えられる。

図5に示した解析例の解析条件は次のとおりである。

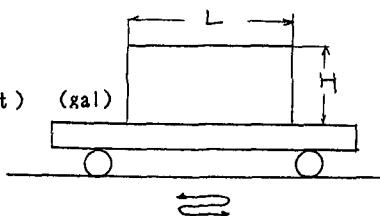
$$K_n = K_s = 2.0 * 10^4 (\text{N/m}) \quad H_n = 2.8 * 10^{-1} \quad \mu = 0.3 \quad M = 1.0 \quad (\text{kg}) \quad \Delta t = 1.0 * 10^{-4} (\text{s})$$

要素の形状： $H = 0.2 \text{ (m)}$ $L = 0.5 \text{ (m)}$

入力波：周期 $T = 1.0 \text{ (s)}$

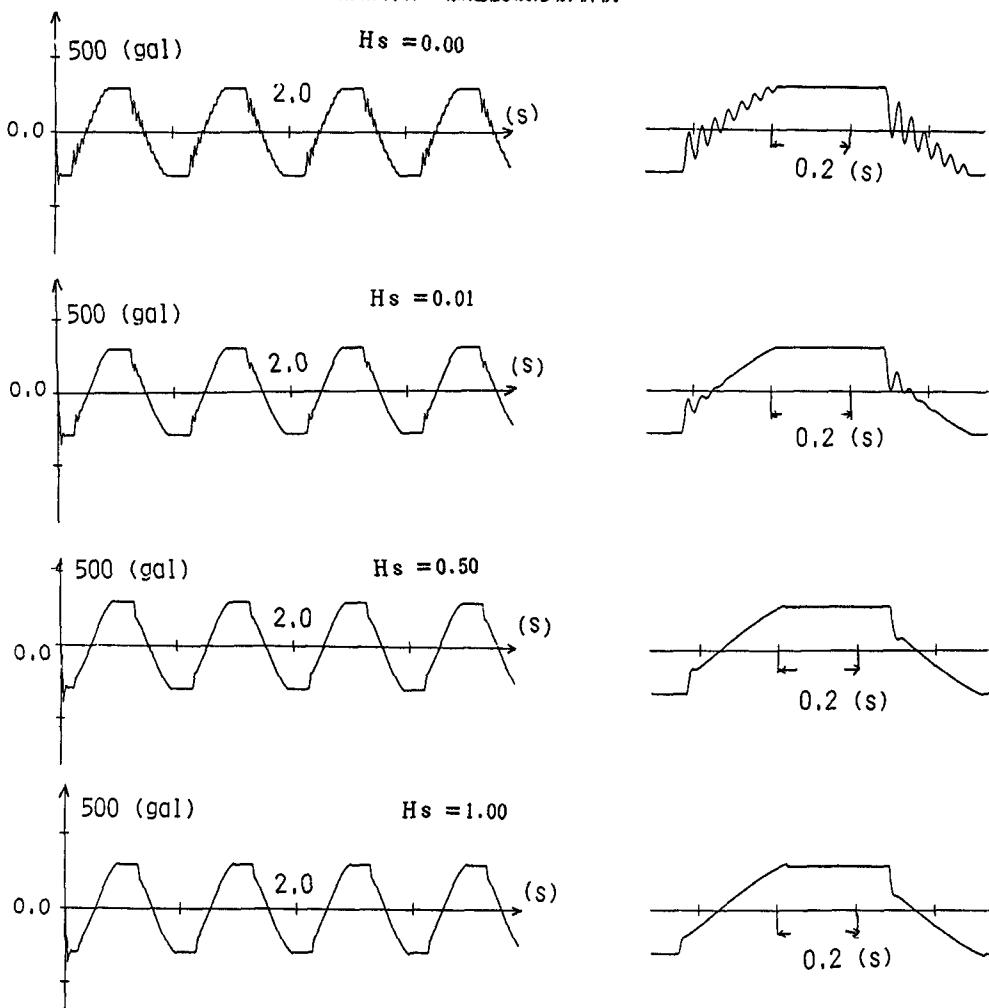
最大加速度 = 350.0 (gal) の正弦波

振動台の加速度の波形： $350.0 * \cos(0.2 * \pi * t)$ (gal)



下図は物体の滑動時の加速度波形を示し、右側の図は左側の各図の一部を拡大したものである。

図5 滑動物体の加速度波形解析例



4) 転倒現象の解析について

地震による墓石の転倒現象の解析は、重要かつ基本的な課題である。振動台を用いた墓石の転倒実験（石山、1982）から、墓石のロッキング運動には、同位相ロッキング、逆位相ロッキング、サブハーモニクロッキングの3つのモードが存在し、転倒加速度は同位相ロッキングの場合のみ静的転倒条件から推定される値とほぼ一致することが確かめられている。本手法による解析でもこれらの3つのモードが出現し、転倒加速度についても実験値とほぼ同程度のものが得られた（大町、荒井、1985）。

図：6は、振動台に正弦波入力を行なった場合、台上に置かれた物体が同位相ロッキングで倒れて跳ね返る状況を本手法で解析した例である。

5) おわりに

昨今、個別要素法による解析を行なう上で必要な高速大容量の計算機やグラフィックターミナルなど周辺設備を誰もが容易に使用できる環境が整いつつある。従来の連続体の力学では解析が困難であった興味ある不連続体の動的不安定現象や破壊のメカニズムがこれによって解明できる可能性が増したといえるが、冒頭で述べたように未解決な基本的問題も少なくない。ここでは、主として個別要素法解析に用いる減衰定数についての考察を述べたが、大規模な不連続物体の集合の動的挙動を解析する上で、現在は、このような基礎的な考察が不可欠な段階にあると思われる。

参考文献

- 1) P.A.Cundall : A Computer model for Simulating Progressive, Large Scale Movements in Blocky Rock Systems, Symp, ISRM, Nancy, France, Proc. Vol. 2, 1971
- 2) 木山英郎ほか：カンドルの離散剛体要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析：土木学会論文報告集、No. 333、1983.5
- 3) 和田章ほか：地震地における建築物の倒壊の解析と隣接建物の衝突の影響について：日本建築学会、第6回電子計算機利用シンポジウム、1984
- 4) 大町達夫：ロックフィルダムの地震地の安定に関する基礎的研究：東京大学工学部土木工学科論文集、第11巻、1974
- 5) 石山祐二：地震動による物体の転倒、：川崎市の震災予防に関する調査報告書、1983.3
- 6) 大町、荒井：個別要素法による墓石の転倒現象の解析：第40回土木学会年次学術講演会、1985（投稿中）

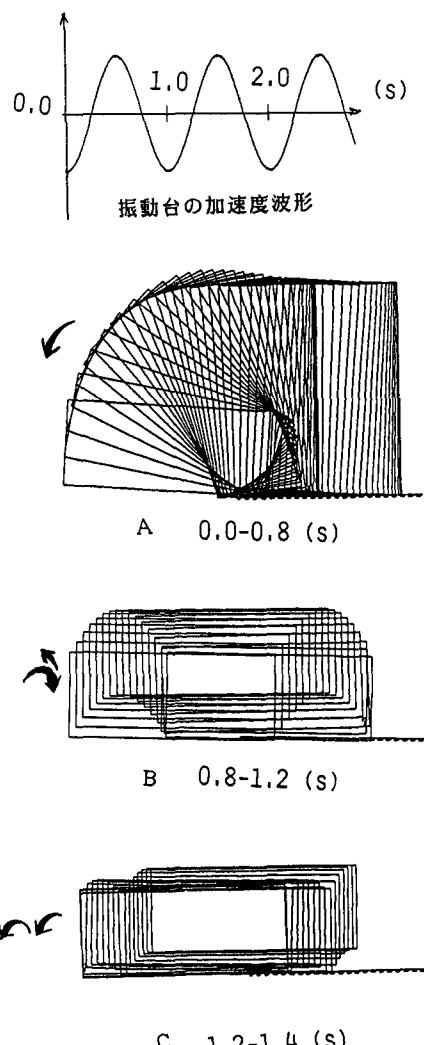


図6