

(90) 地中構造物の波動応答解析への積分方程式法の応用について

京都大学工学部 正員 丹羽義次
東海大学海洋学部 正員 の北原道弘
京都大学工学部 学生員 池田秀文

1. はじめに

地下発電所、地下貯蔵庫など大型地中構造物の波動応答特性は、地上構造物と比較して、より周辺地盤の動的特性に影響を受けるものと考えられる。従って、こゝろ地中構造物の動的安定(定)性を議論するためには無限遠を含む周辺地盤の動的特性を正確に考慮した解析法の開発が望まれる。本報告は、任意形状の地中構造物群及び周辺地盤(半無限地表面を含む)の非定常波動応答特性を解明するために、フーリエ変換と利用した積分方程式法をこの問題の解析に応用するものである。

2. 定式化

Fig.1に示すように、 $K-1$ 個の地中構物の境界を C_l ($l=1, 2, \dots, K-1$)とし、半無限地盤の地表面を C_K とする。こゝろは、地盤は均質弾性体、個々の構造物は地盤とは異なる弾性的性質を持つ弾性体と仮定する。いま、時間に関するフーリエ変換を次のように

$$\hat{u}(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{i\omega t} dt, \quad u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

定義すると、変換域においては通常の定常弾性問題における積分方程式法が適用できる。以後、簡単のために変換域における量、例えば、全変位 $\hat{u}(x, \omega)$ を $\hat{u}(x)$ と書くことにする。また、 $\hat{u}_l, \hat{f}_l$ ($l=1, 2, \dots, K$)をそれぞれ境界 C_l 上の地盤側の変位及び応力ベクトルとし、 $\hat{u}_l^s, \hat{f}_l^s$ ($l=1, 2, \dots, K-1$)をそれぞれ境界 C_l 上の構造物側の変位及び応力ベクトルとする。このとき、半無限境界 C_K 上の境界条件及び構造物の境界 C_l ($l \neq K$)上の連続条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_K(x) &= \hat{f}_K(x) & x \in C_{K1} \\ \hat{f}_K(x) &= \hat{g}_K(x) & x \in C_{K2} \quad (C_K = C_{K1} \cup C_{K2}) \end{aligned} \right\} (1) \quad \left. \begin{aligned} \hat{u}_l(x) &= \hat{u}_l^s(x) & x \in C_l \\ \hat{f}_l(x) &= -\hat{f}_l^s(x) & x \in C_l \quad (l \neq K) \end{aligned} \right\} (2)$$

半無限地盤に対しては、全変位場 $\hat{u}$ が $\hat{u} = \hat{u}^s + \hat{u}^i$ ($\hat{u}^s$: 散乱波, $\hat{u}^i$: 入射波) と書けることに注意して、 $\hat{u}^s$ (放射条件を満たす) に対して積分表現を書き下し、全変位場 $\hat{u}$ について整理すれば次の境界積分方程式を得る。

$$C^e \hat{u}(x) = (S^K \hat{f})_C(x) - (D^K \hat{u})_C(x) + \hat{u}^i(x) = \left[\int_{C_1} U^K(x, y) \hat{f}(y) dy - \int_{C_1} T^K(x, y) \hat{u}(y) dy + \hat{u}^i(x) \right] \quad x \in C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_K \quad (3)$$

ここに、 $\hat{u} = \{\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_K\}^T$, $\hat{f} = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_K\}^T$; また、 $C^e u$ は二重層ポテンシャル $(D^K u)_C$ の外部(境界上の法線方向に外向く側)極限としての自由項であり、基本解 U^K は2次元問題について次のようである。

$$U^K(x, y) = \frac{i}{4\pi\mu^K} \left[H_0^{(2)}(k_r^K r) \mathbf{I} + \frac{1}{(k_r^K)^2} \nabla \nabla^T \{ H_0^{(2)}(k_r^K r) - H_0^{(2)}(k_z^K r) \} \right] \quad r = |x - y| \quad (4)$$

上指標 K は地盤の弾性定数と関係していることを示しており $k_r^K = \omega/C_r^K = \omega/\sqrt{\mu^K/\rho^K}$, $k_z^K = \omega/C_z^K = \omega/\sqrt{(\lambda^K + 2\mu^K)/\rho^K}$ である。 $K-1$ 個の構造物に対し同様にして次の $K-1$ 個の境界積分方程式を書き下すことができる。

$$C^e \hat{u}_l^s(x) = (S^l \hat{f}_l^s)_C(x) - (D^l \hat{u}_l^s)_C(x) \quad x \in C_l \quad (l=1, 2, \dots, K-1) \quad (5)$$

いま、構造物の境界 C_l ($l \neq K$)上の連続条件(2)を用いれば、積分方程式(3), (5)は次のようになった。

$$\left. \begin{aligned} (\bar{D}^e \hat{u})_C(x) - (S^K \hat{f})_C(x) &= \hat{u}^i(x) & x \in C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_K \\ (\bar{D}^l \hat{u}_l^s)_C(x) + (S^l \hat{f}_l^s)_C(x) &= 0 & x \in C_l \quad (l=1, 2, \dots, K-1) \end{aligned} \right\} (6)$$

ここに、 $\bar{D} = C^e + D$ 。さらに、半無限境界 C_K 上の境界条件(1)が与えられれば、境界積分方程式(6)は半無限境界上

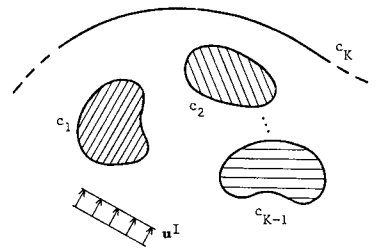


Fig.1 地中構造物 ($C_1, C_2, \dots, C_{K-1}$) と半無限境界 (C_K)

の未知量 $\hat{u}_K(mC_K)$, $\hat{t}_K(mC_K)$ と構造物境界上の未知量 $\hat{u}_\gamma, \hat{t}_\gamma (\gamma \neq K)$ について数値的に解くことができる。

3. 数値計算法

各境界 $C_\gamma (\gamma=1,2,\dots,K)$ をそれぞれ n_γ 要素に分割すれば, 全要素数は $N=\sum_{\gamma=1}^K n_\gamma$ となる。いま, 簡単のために, 各要素上で $\hat{u}, \hat{t}$ を一定と仮定し, 解析的・数値的に積分を実行すれば積分方程式系(6)は次のような $(4N-2n_K) \times (4N-2n_K)$ マトリックス系に変換される。

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_C^K & & & -S_C^K \\ \bar{D}_{C_1}^1 & \bar{D}_{C_2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \bar{D}_{C_{K-1}}^{K-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_K \\ \hat{t}_1 \\ \hat{t}_2 \\ \vdots \\ \hat{t}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u}^I \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

いま, 境界条件として半無限境界 C_K 上の n_K 個の点で, $\hat{u}_K$ 又は $\hat{t}_K$ の何れかが与えられることに注意すれば, 上式は次のような $(4N-2n_K) \times (4N-2n_K)$ マトリックス系となる。

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_{C'}^K & & & -S_{C'}^K & F_{C_K}^K \\ \bar{D}_{C_1}^1 & \bar{D}_{C_2}^2 & \cdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \bar{D}_{C_{K-1}}^{K-1} & 0 & S_{C_{K-1}}^{K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_{K-1} \\ \hat{t}_1 \\ \hat{t}_2 \\ \vdots \\ \hat{t}_{K-1} \\ \hat{x}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u}^I \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{C_K}^K \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \{ \hat{y}_K \} \tag{8}$$

ここに $C'=C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_{K-1}$ であり; $\hat{x}_K$ は半無限境界 C_K 上の未知量, $\hat{y}_K$ は境界条件として与えられた既知量である。式(8)を与えられた入射波 $\hat{u}^I$ 及び C_K 上の境界条件 $\hat{y}_K$ に対して解けば, 構造物境界上の $\hat{u}_\gamma$ 及び $\hat{t}_\gamma (\gamma \neq K)$, 半無限境界上の未知量 $\hat{x}_K$ が定常解として得られる。また, 任意の時間履歴を有する入射波形に対する非定常応答はFFTを利用することにより簡単に求められる。Fig.2 は積分方程式法による非定常応答解析の手法を説明したものである。結果の精度を左右するのは定常解であり, 計算時間を左右するのは定常解である。よって, 定常解をいかに精度よく, 効率的に計算するかが問題となる。計算時間に関しては, 定常解をいくつかの入射波の波数について計算しておき, スプライン補間を用いるのが有効と思われる。

4. 解析例

まず, 本手法(式(8)及びFig.2参照)の精度を確認するために無限体中の空洞(半径a)を考えよう。Fig.3は定常解で

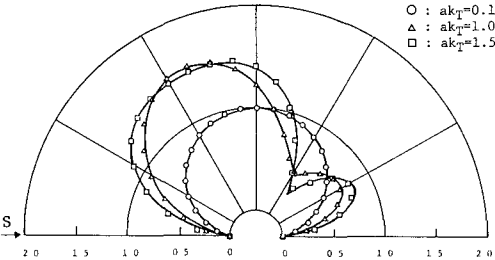


Fig.3 (a) $|u_1|/|u^I|$ (—: Mow & Mente³⁾; $\circ, \Delta, \square$: BIE)

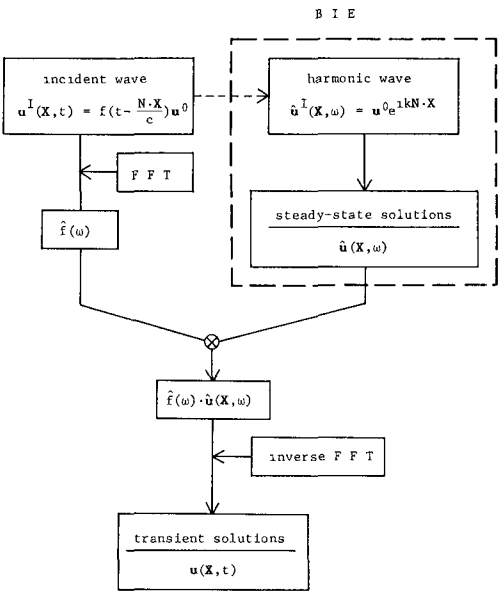


Fig.2 非定常解を求めるフローチャート

あり, (a)が半径方向, (b)が円周方向の変位成分の分布を示している。Fig.4は非定常解であり, 応力線波に対する変位応答を無次元化時間に対してプロットしたものである。

Fig. 6~9は半無限地盤内に半径 a の円形構造物が1個存在する場合 (Fig.5参照) の非定常変位応答を示している。入射波の時間履歴 $f(t)$ (Fig.2参照) は Ricker wavelet⁵⁾:

$$f(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\alpha - 0.5) e^{-\alpha} \quad \alpha = \left(\frac{\pi(t-t_0)}{t_p} \right)^2$$

である。ここに, t_0 及 t_p は, それぞれ, 時間域及び周波数域における最大振幅に対応しており, 今回の解析では全解析時間を T とした場合 $t_0 = T/4$, $t_p = T/8$ (Ricker S-wavelet の $\pi/7$ 波長が構造物周長の半分に相当) と選んでいる。図中 u_1 , u_2 は水平及び鉛直変位成分であり; 点1~32は構造物周上, 点33~97は半無限境界上の点 (Fig.5参照); $\bar{t}$ は無次元化時間 $\bar{t} = 10(\frac{c_0}{2a}t) = 3.4$ である。なお, 地盤と構造物のせん断波速度の比は $c_1^2/c_2^2 = 2.0$ であり; Fig. 6, 7は鉛直入射, Fig. 8, 9は斜め入射の場合である。Fig. 11, 12は半無限地盤内に構造物が2個存在する場合 (Fig.10参照) の非定常変位応答を示している。解析条件及び結果の表記法は上記Fig. 6~9に対するものと同じである。

参考文献

- 1) Kobayashi, S. and Nishimura, N.; Developments in BEM-2, Ch.2, pp.179-210, Applied Science, 1982.
- 2) Niwa, Y. et al.; Theoretical and Applied Mechanics, 32 (投稿中)
- 3) Mow, C.C. and Mente, L.J.; J. Appl. Mech., 30, pp.598-604, 1963.
- 4) Baron, M.L. and Parnes, R.; J. Appl. Mech., 29, pp.385-395, 1962.
- 5) Ricker, N.; Geophysics, 10, pp.207-220, 1945.

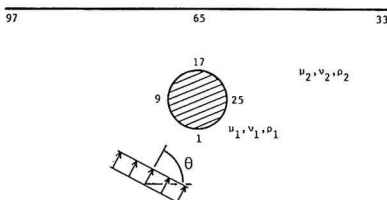


Fig.5 境界点と入射波

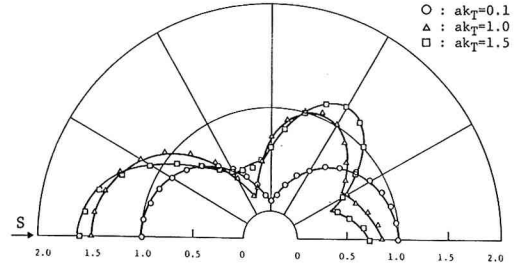


Fig.3 (b) $|u_0|/|u_1|$ (—: Mow & Mente³⁾; o, Δ, □: BIE)

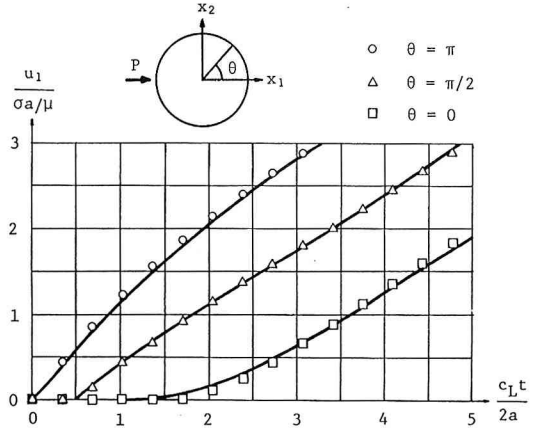


Fig.4 $u_1/(0.2a/u)$ (—: Baron & Parnes⁴⁾; o, Δ, □: BIE)

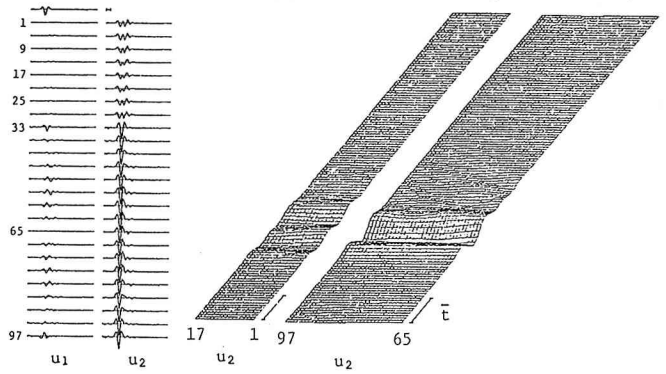


Fig.6 Ricker P-wavelet に対する変位応答 (鉛直入射, $\theta = 90^\circ$)

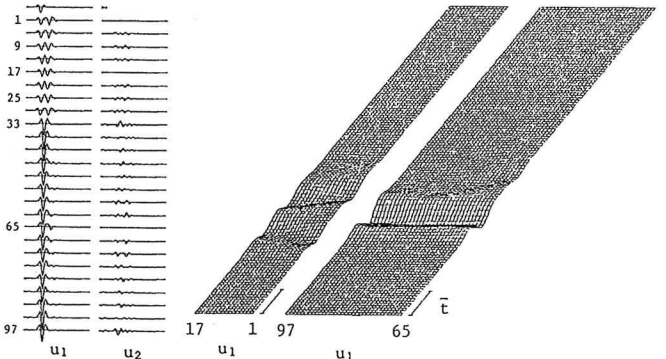


Fig.7 Ricker S-wavelet に対する変位応答 (鉛直入射, $\theta = 90^\circ$)

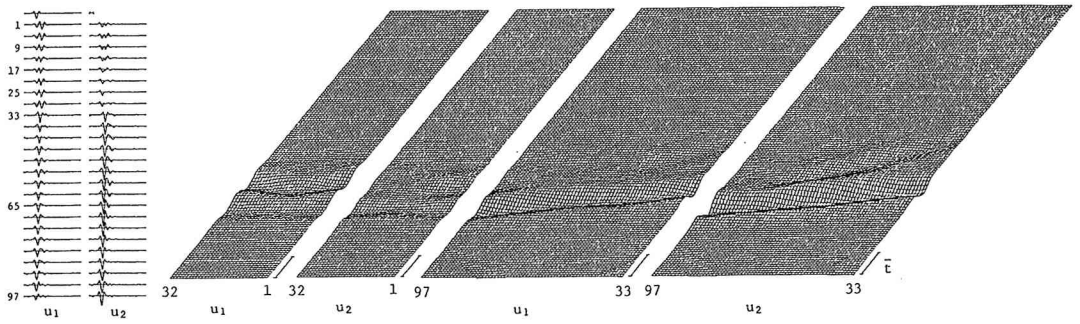


Fig.8 Ricker P-wavelet に対する変位応答 (斜め入射, $\theta=60^\circ$)

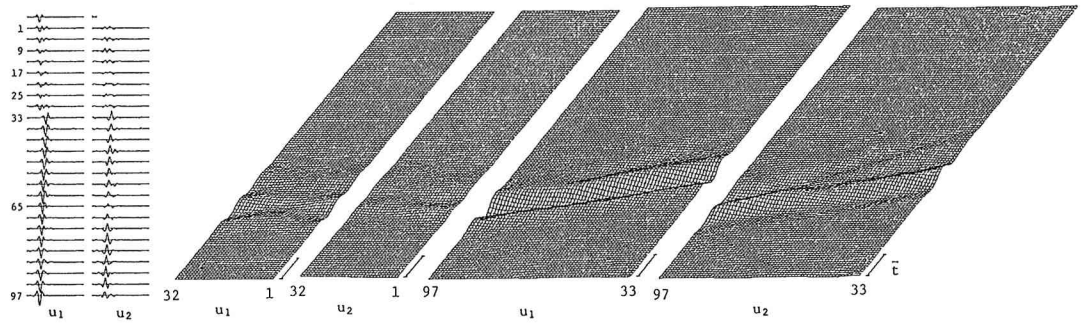
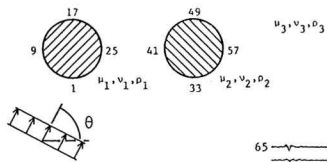


Fig.9 Ricker S-wavelet に対する変位応答 (斜め入射, $\theta=60^\circ$)

149

107

65



← Fig.10 境界点と入射波

Fig.11 Ricker P-wavelet に対する変位応答 (鉛直入射, $\theta=90^\circ$)

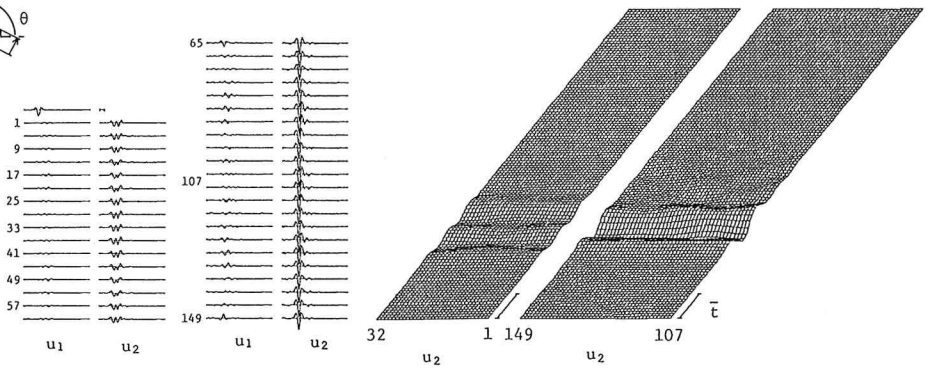


Fig.12 Ricker S-wavelet に対する変位応答 (鉛直入射, $\theta=90^\circ$)

