

(37) 土構造物-地盤系における地下逸散減衰の評価

京都大学防災研究所 佐藤忠信, ○ 砂坂善雄

1. まえがき

土構造物-地盤系の震動特性におよぼす土構造物と地盤の動的相互作用の効果の大きいことは、多質点モデルあるいは有限要素法などを用いて明らかにされつつある。その結果、土構造物のみしか考えないときの地震応答と、地盤との連成を考慮したときの地震応答とは、大きな差異があることがわかってきた。特にその中でも、波動が土構造物から地盤へ逸散することによる減衰効果は支配的であると思われるので、本研究では水平に堆積した成層地盤上の鉄道盛土、道路盛土、河川堤防などの土構造物を対象として、地下逸散減衰の影響について考察を行う。堤体を単純なモデルに置き換えることにより、土構造物と地盤の動的相互作用を解析的に求め、これをもとにして、逸散減衰を等価な内部減衰に置き換える手法を提案する。

2 土構造物-地盤系の地下逸散減衰定数

土構造物-地盤系を図-1のようにモデル化する。すなわち土構造物を三角形のせん断弾性はりとし、地盤は弾性体からなる水平に堆積した成層地盤とし、土構造物底面の応力分布は数幅にわたって一定値とする。また、土質条件は図-1のように与える。鉛直変位をゼロとし、水平変位のみを考えると、重複反射理論から求める地層面の変位と応力の関係に、応力が数幅にわたって一定であると条件を課すことによって、数幅中央の変位と力の関係すなわち変位関数 $D(\omega)$ が求まり、次式で表わされる。

$$D(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_{12} + T_{21} / i \mu_{N+1} p_{N+1}}{T_{11} + T_{22} / i \mu_{N+1} p_{N+1}} \cdot \frac{\sin f e b}{f e b} d f e \quad (1)$$

ここに、 T_{11} , T_{12} , T_{21} , T_{22} は波動伝達マトリクス $[T]$ の各要素であり、 $[T]$ および p_j は次式で与えられる。

$$[T] = \prod_{j=1}^N \begin{bmatrix} \cos p_j H_j & \sin p_j H_j / \mu_j p_j \\ -\mu_j p_j \sin p_j H_j & \cos p_j H_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに μ はせん断弾性係数、 H は層厚、 V_p は縦波速度、 V_s は横波速度である。 $D(\omega)$ を留数定理を使って求めるとこれは純虚数となる。 $D(\omega)$ の逆数が複素剛性であるが、この場合、複素剛性は減衰項のみとなり、図-2のように土構造物と地盤の動的相互作用をダッシュポットで置き換えた場合に相当している。このダッシュポットの減衰係数を $C(\omega)$ とすれば、

$$C(\omega) = \frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \left(\frac{1}{D(\omega)} \right) \quad (4)$$

となる。このような減衰定数をもつダッシュポットを介して波動は地下に逸散されるものと考えられる。

次に(4)式で求まる逸散減衰と等価な土構造物の内部粘性減衰定数を決定する。すなわち、図-2の系の固有振動数と等価な固有振動数をもつように、剛な基盤上の三角形せん断はりの内部粘

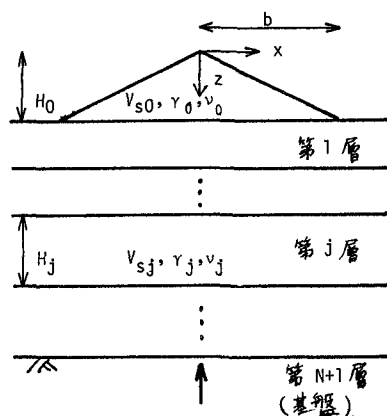


図-1. 系の土質条件

$$p_j = \sqrt{\left(\frac{\omega}{V_{s j}} \right)^2 - \left(\frac{V_{p j}}{V_{s j}} \right)^2} f e^2 \quad (3)$$

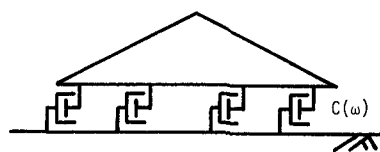


図-2. 逸散減衰のモデル化

性減衰定数を定める。

まず、剛な基盤上の内部粘性減衰を有する三角形せん断ばりの固有振動数を求める。図-3のように、土構造物の変位を U 深さ方向の座標を z とすれば、運動方程式は、

$$\rho_0 z \ddot{U} = \mu_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \mu_0' \left(z \frac{\partial \dot{U}}{\partial z} \right) \quad - (5)$$

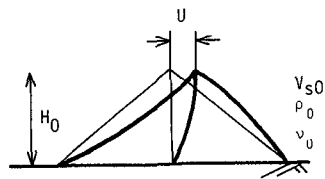


図-3. 三角形せん断ばり

ここに、 ρ_0 は密度、 μ_0' は粘弾性係数である。 $U = u e^{i\omega t}$ とおいて、次の複素変数変換をもつ Bessel 方程式を得る。

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{du}{dz} + k^2 u = 0 \quad - (6)$$

ここに、

$$k^2 = \frac{1}{1 + i\omega \mu_0' / \mu_0} \cdot k_v^2, \quad k_v^2 = \left(\frac{\omega}{V_{s0}} \right)^2 \quad - (7)$$

(6) 式の物理的に有意な解は $u = A J_0(k_v z)$ である。ただし、 J_0 は第1種0次 Bessel 関数、 A は任意の定数である。 $z = H$ で変位はゼロでなければならないから、次の特性方程式を得る。

$$J_0(k_v H) = 0 \quad - (8)$$

従って、固有円振動数 ω_n は次式となる。(nは振動モードの次数を示す)

$$\omega_n = i h_n \omega_{0n} \pm \omega_{0n} \sqrt{1 - h_n^2} \quad - (9)$$

ここに、 ω は非粘性系の固有円振動数、 h_n は内部粘性減衰定数である。

次に、図-2の系の固有振動数を求める。この場合の三角形せん断ばりの運動方程式および境界条件は次のようになる。

$$\rho_0 z \ddot{U} = \mu_0 \left(z \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad - (10), \quad \begin{cases} z = 0; \mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = 0 & - (11) \\ z = H; \mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = -C(\omega) \dot{U} & - (12) \end{cases}$$

$U = u e^{i\omega t}$ とおいて、上式より次の特性方程式が得られる。

$$\frac{J_0(k_v H)}{J_1(k_v H)} = -i \frac{P V_{s0}}{C(\omega)} \quad - (13)$$

上式の解が固有円振動数であり、これを $\omega_n = a_n + i b_n$ としておく。これと(9)式が等価になるように、(9)式の ω_{0n} 、 h_n を定め、 h_n を逸散減衰定数と定義する。すなわち、非粘性系の固有円振動数 ω_{0n} および逸散減衰定数 h_n は次式で表わされる。

$$\omega_{0n} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad - (14), \quad h_n = \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \quad - (15)$$

このようにして定められた h_n 、 ω_{0n} を用いて、 $\omega_{0n} = \sqrt{\mu_0 / \rho_0} B_n / H_0$ (ただし、 B_n は J_0 のn番目の零点) および $h_n = \omega_{0n} \mu_0' / 2\mu_0$ の関係から、等価なせん断弾性係数 μ_0 および粘弾性係数 μ_0' が求まる。

次に、減衰定数の計算結果を示す。半無限弾性体理論によれば、密度 ρ_1 、せん断波速度 V_{s1} の半無限弾性地盤の表面に半無限分布荷重 $P_0 e^{i\omega t}$ が作用するときの地下逸散減衰は $\rho_1 V_{s1}$ である。図-2のダッシュポットの減衰係数として $\rho_1 V_{s1}$ を採れば、逸散減衰定数と土構造物-地盤間のインピーダンス比 α_1 の関係は図-4のよ

うになる。逸散減衰定数は低次モードほど大きく、またインピーダンス比に比例することがわかる。比例定数は図中に示しているが、これらの値は大町²⁾が求めた値とほぼ一致している。

一方、図-5のような地盤に敷幅50mの土構造物が載っているときの $C(\omega)$ を(4)式から計算し、それを $\rho_1 V_{s1}$ で割った値を表層のせん断波速度 V_{s1} をパラメータとして示したのが図-6である。図より敷幅を考慮した減衰係数 $C(\omega)$ は、周波数および地盤のせん断波速度 V_{s1} の影響を受けることがわかる。 $C(\omega)$ は、ある振動数より低い範囲では $\rho_1 V_{s1}$ より大きく、その振動数より高い範囲では $\rho_1 V_{s1}$ より小さいが、簡単のために一定値 $C(\omega) = 0.8 \rho_1 V_{s1}$ とみなせば、このときの逸散減衰定数と土構造物-表層のインピーダンス比の関係は図-7のようになる。逸散減衰定数は、図-4の半無限弾性地盤-半無限分布荷重系の場合より大きくなることがわかる。このことは、図-5のような場合、波動は鉛直下方へだけでなく土構造物の側方へも逸散するから、この効果を表わすものと考えられる。また、土構造物と地盤の動的相互作用をダッシュポットでモデル化すれば、その減衰係数が減少すると、逸散減衰定数は増加することがわかる。

ところで、図-7は $C(\omega)$ を振動数、およびせん断波速度 V_{s1} によらない一定値 $0.8 \rho_1 V_{s1}$ と仮定して得たものである。実際は、 $C(\omega)$ は図-6に示したように振動数およびせん断波速度の複雑な関数である。このような $C(\omega)$ を用いると逸散減衰と土構造物-表層のインピーダンス比の関係は、右上りの曲線となり、低次モードでは全体的に小さくなることが予想される。

3. 土構造物と地盤の動的相互作用

(1)式で表わされる変位関数を用いて、土構造物と地盤の動的相互作用について検討してみる。地盤の周波数伝達関数を $U^*(\omega)$ 、土構造物の周波数伝達関数を $H(\omega)$ とすると、土構造物-地盤系の周波数伝達関数 $F(\omega)$ は次式で表わされる。¹⁾

$$F(\omega) = U^*(\omega) \frac{H(\omega)}{1 - E(\omega) \cdot D(\omega)} \quad (16)$$

ここに、

$$E(\omega) = \mu_0 \rho_0 \frac{J_1(\rho_0 \omega H_0)}{J_0(\rho_0 \omega H_0)} \quad (17)$$

ただし、 J_1 は第1種1次Bessel関数である。 $U^*(\omega)$ は重複反射法より求め、 $H(\omega)$ は内部粘性減衰を考慮した三角形のせん断ばりのものを用いた。地盤に内部粘性減衰を考慮すれば、(1)式の被積分関数は積分経路上に特異点をもたず、かつ振動しながら0に近づくような関数であるから複雑な複素積分によらずとも直接数値積分が可能である。対象としたのは、図-8のような系である。

次数 比例定数

1	0.41
2	0.19
3	0.12
4	0.09
5	0.07

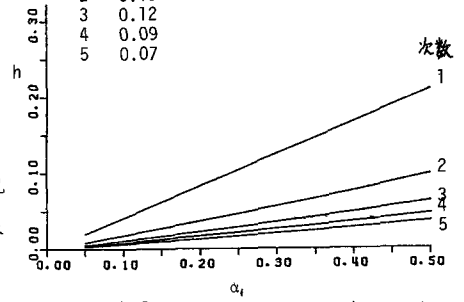


図-4 逸散減衰定数と α_1 の関係 ($C(\omega) = \rho_1 V_{s1}$)

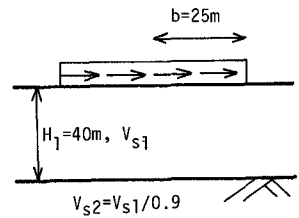


図-5 $C(\omega)$ を求めた地盤の条件

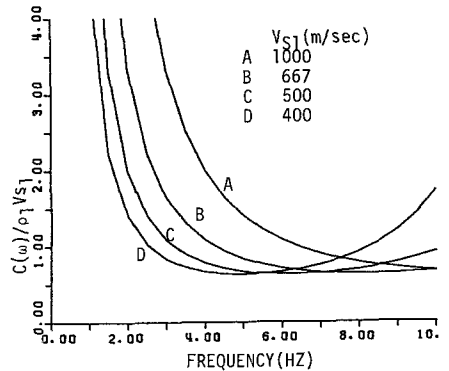


図-6 $C(\omega)$ の特性

次数 比例定数

1	0.52
2	0.25
3	0.16
4	0.12
5	0.10

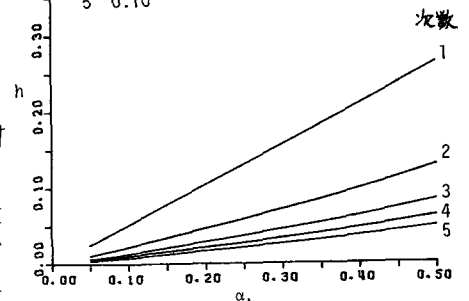


図-7 逸散減衰定数と α_1 の関係 ($C(\omega) = 0.8 \rho_1 V_{s1}$)

$V_{s1} = 250 \text{ m/sec}$ のときの変位関数 $D(\omega)$ を図-9 に示した。ただし、 f_1 はその実数部、 f_2 は虚数部である。また、このときの地盤の応答倍率、土構造物の応答倍率、および(18)式から求めた土構造物-地盤系の応答倍率を図-10 に示した。土構造物の1次固有振動数は8 Hz、地盤の1次の固有振動数は6.5 Hzと、かなり接近しているが、土構造物-地盤系の固有振動数は1次が40 Hz、2次が11.0 Hz であって、動的相互作用が大きいことを示している。(16)式より、地盤の周波数伝達関数 $U^*(\omega)$ と、土構造物の周波数伝達関数 $H(\omega)$ を関連させて土構造物-地盤系の周波数伝達関数 $F(\omega)$ をつくる関数すなわち相互作用関数 $\phi(\omega)$ は次式で表わされることがわかる。

$$\phi(\omega) = \frac{1}{1 - E(\omega) \cdot D(\omega)} \quad (18)$$

図-11 に、この相互作用関数 $\phi(\omega)$ の絶対値を示したが、振動数の複雑な関数である。

次に 表層のせん断波速度 V_{s1} を、180、250、300、400、500 m/sec に変えて同様な解析を行ったが、その結果図-12のような土構造物-地盤系の固有振動数特性を得た。図中には、土構造物-地盤系の1次～3次の固有振動数をプロット点で、地盤、および土構造物の1次の固有振動数を実線で示してある。図より、表層のせん断波速度が小さい範囲では、土構造物-地盤系の1次の固有振動数は、地盤の固有振動数に近く、2次固有振動数は土構造物の固有振動数に近いが、表層のせん断波速度が大きくなると、土構造物-地盤系の1次固有振動数は、土構造物の固有振動数に近づき、2次の固有振動数は地盤の固有振動数に近づくことがわかる。

[参考文献] 1) 佐藤忠信、砂浜雄雄；土構造物-地盤系の震動解析，第18回土質工学研究発表会講演集，PP625～626，1983 2) 大町達夫；フィルダム振動の地下遺散減衰量の算定，土木学会第36回年次学術講演概要集1，PP570～571，昭和56年10月

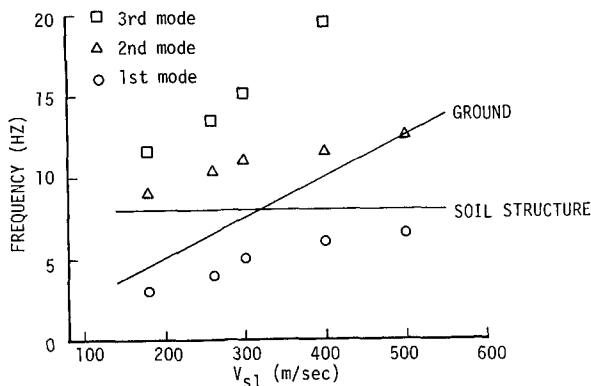


図-12、地盤-振動数特性

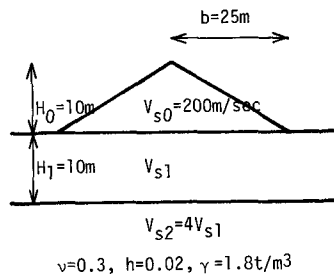


図-8、系の土質条件

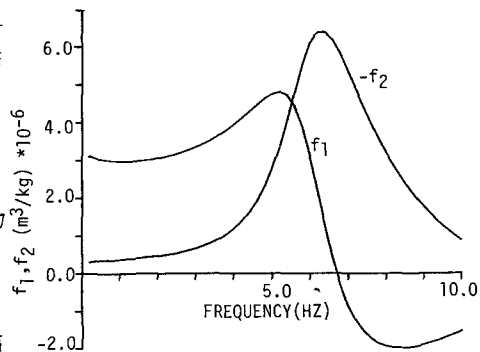


図-9、変位関数の周波数特性

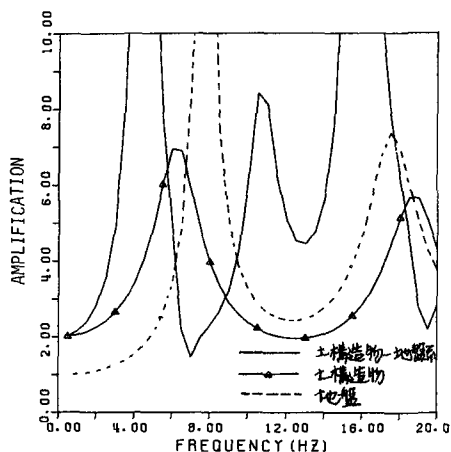


図-10、土構造物と地盤の動的相互作用

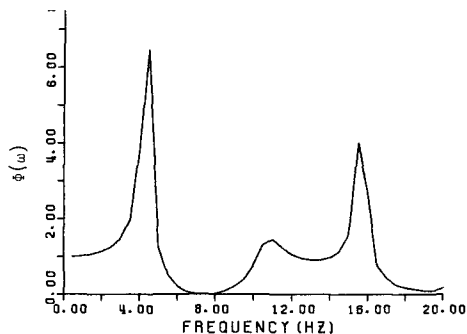


図-11、相互作用関数の周波数特性