

(22) 無反射境界を用いた波動伝播解析について

東京大学 工学部 学 鈴木 崇伸

東京大学地震研究所 正 伯野 元彦

一般に、波動伝播の問題は、差分法や有限要素法等の数値解析手法を用いて解かれることが多いが、無限領域或いは半無限領域中に人為的な境界を設定しなくてはならず、このために、適当な境界処理を施さないと、透散すべき波動が境界において反射されて、内部の解析領域内に残ってしまうことになる。この問題を解決すべく、現在までにいろいろな処理方法が提案されており、大別すると以下の2種類となる。

i) 周波数領域での処理方法

- Viscous boundary (Lysmer, 他¹⁾)
- Transmitting boundary (Lysmer, 他²⁾), etc

ii) 時間領域での処理方法

- Superposing boundary (Smith³⁾)
- 改良型 superposing boundary (Cundall⁴⁾), etc

以上、代表的な境界処理手法を列挙したが、ここでは、波動伝播問題を時間領域で解くことを考える。時間領域での処理方法としては上記の他に、波動の関数形を仮定して未知変位を推定する方法⁵⁾を考えられるが、一般に汎用性に欠けてしまう。いろいろとシミュレーションしてみた結果、Cundallの境界処理手法で、良い結果が得られた。

Cundallの手法は、Smithの手法と同様に、Neumann条件とDirichlet条件を巧みに重ね合わせて解く方法であるが、重ね合わせは境界近くの小領域のみで行えばよく、Smithの手法のように、反射波がもう1度同じ境界で反射すると、消滅できなくなることはない。つまり、任意の時間ステップを計算できる訳である。以下Cundallの手法を2次元スカラー波(SH波)の場合を例に概説する。

a) 内部領域(主要解析領域)と境界領域は一部分で重複しており、波動は内部領域から境界領域へ向け伝播する。

b) 内部領域の境界上の変位は、境界領域での変位を平均した値となる。

c) 境界領域では、"一定応力"及び"一定速度"の2種類の境界条件で解き、3~4ステップ進む毎に平均をとる。このとき、境界上での応力、速度も平均する

d) モデルの隅点では、境界条件の組み合わせにより4種類の解を求め、c)と同様に平均をとる。

(以上、Fig. 1 参照)

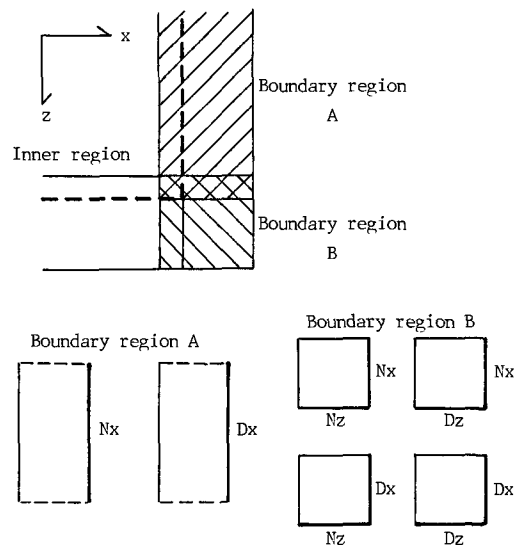


Fig.1 The illustration of Cundall's technique to eliminate reflection wave. In boundary region A, averaging above two solutions, and in B, four solutions, where Nx means constant stress condition in x-direction, and Dx constant velocity condition.

解析モデルは、Fig. 2に示すように、内部領域として (31×21) 節点の領域を定め、自由表面をほぼ無限領域の解析を行なう。モデルの諸定数は、 $\Delta x = \Delta z = 0.1$ 、 $\Delta t = 0.01$ 、 $c \cdot \Delta t / \Delta x = 0.7$ である。入力は自由表面において外力としてsin型1波を加える。図中、A1～A5、B1～B5は観測点であり、その点での変位の時刻歴を求める。自由表面を除く3辺には、前述の境界処理手法を施し、反射波の有無を調べる。尚、本報では数値解析に差分法を用い、陽公式を用いて時間ステップを進めていく方法をとっている。

Fig. 3 a)、b) は、SH波のsin型1波を加えた場合の、観測点での変位波形である。A1～A5は入力点の直下方向にとった観測点であるが、若干の揺らぎが見られるものの、反射波は生じていない。B1～B5は、側方境界上での変位波形であるが、設定した境界をスムーズに通過している。

以上、簡単なモデルを用いて、実体波(SH波)の場合の解析例のみ示したが、Cundallの境界処理手法は他の場合にも簡単に適用でき、有用な手法であるといえる。

(References)

- 1) J. Lysmer & R.L. Kuhlemeyer, 'Finite dynamic model for infinite media', EM Div. ASCE, 95, 859-879
- 2) J. Lysmer & G. Waas, 'Shearwave in plane infinite structures', EM Div. ASCE 98, 85-105 (1972)
- 3) W. Smith, 'A non reflecting plane boundary for wave propagation problems', J. of Comp. Phys. 15, 492-503
- 4) R.R. Kumar & L. Rodriguez-Ovejero, 'A model with non-reflecting boundaries for use in explicit soil-structure interaction analysis', EESD, Vol. 8, 361-374 (1980)
- 5) 末尾嘉彦, 伯野元彦, 'SH波運動の解析における無限境界での振動的処理', 第6回日本地震工学シンポジウム要集, 1625-1631 (1982)

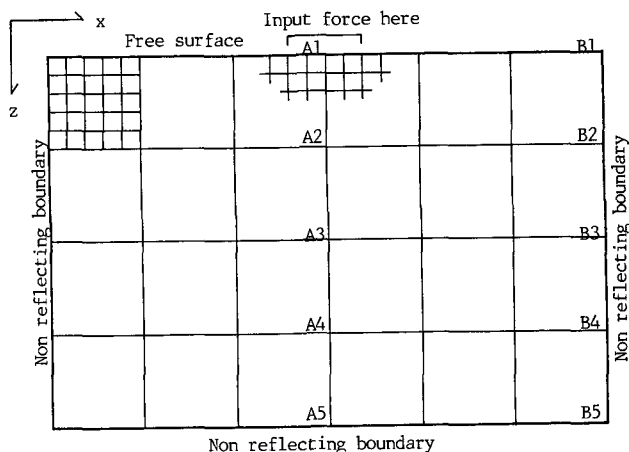


Fig. 2 The finite difference model to illustrate the technique. Mesh size $= (31 \times 21)$, $dx = dz = 0.1$, $dt = 0.01$, and $(c \cdot dt / dx) = 0.7$. There is no damping.

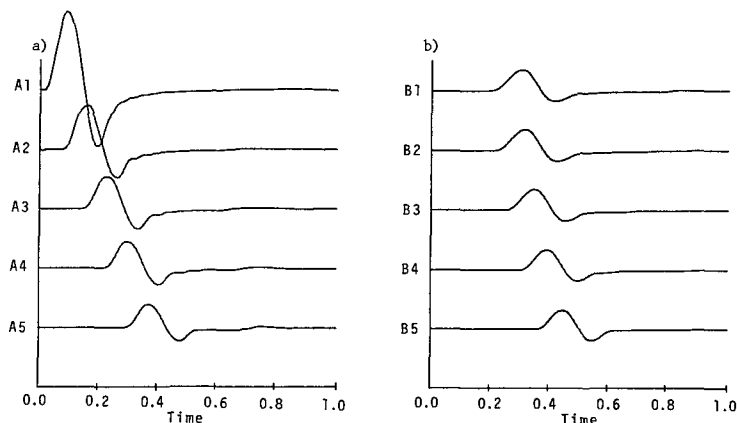


Fig. 3 Observed displacements for SH motion in two dimensions. The points A1 to A5, and B1 to B5 are shown in Fig. 2. The number of time steps = 100, input force 5Hz.