

(79) 動的サブストラクチャ法による高橋脚橋の耐震解析と設計への応用

京都大学工学部 正員 山田善一
京都大学工学部 正員 ○古川浩平

岡山大学工学部 正員 竹宮宏和
三菱重工 正員 井上幸一

1. まえがき

最近、架設地の地理的条件から高橋脚を有する多スパン連続橋が、軟かい地盤上に深い基礎構造をもつて建設される傾向にある。同橋梁の応答性状は基礎-橋脚部と橋桁部の連成振動となつて現われ、単独橋脚の解析では、全体の挙動を把握し難くなる。地盤-構造系を耐震解析するにあたり、全体を一括り扱うことはコンピュータの容量および演算時間から制限をうけよう。本解析では、基礎-橋脚部と橋桁部が構造、断面諸元等においてかなり異なる場合が一般的であることに鑑み、まずそれを定式化して動特性を抽出し、各部分の固有モード系の連成とした全体系を総合する動的サブストラクチャ法を開発した。⁽¹⁾⁽²⁾ 同解析法は、通常のマトリックス法に比較してより数多くの質点系を採用でき、しかも固有モード解析との併用で数少ない自由度で応答計算を実施できる利点がある。また、各部分の構造諸元の修正が容易であるため、最適な耐震設計のためのバラメトリック解析に適用した手法と言える。本研究は上記解析手法を用いて、多径間高橋脚橋の橋軸直角方向の耐震解析を行なった。

2. 定式化

多径間高橋脚橋を、図-1に示したように、地盤効果を考慮した基礎-橋脚部と橋桁部に分割し、それぞれを上、下部構造系として定式化する。

(下部構造系) 地盤と单杭の解析から、各杭頭インピーダンス効果を等価ばね、等価減衰係数として評価し、フーチングの変位

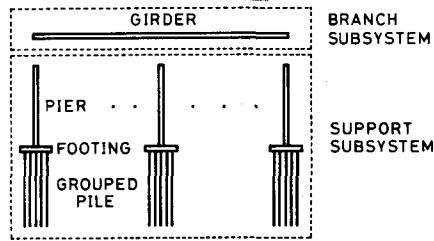


図-1 各部分構造への分割

(並進と回転の2自由度)に応じるようにこれらを重ね合わせてフーチングの並進および回転ばね、減衰係数とした。⁽³⁾⁽⁴⁾ 基礎面 ζ の入力は杭頭 ζ の有効入力と評価されると、ここでは後のバラメトリック解析を容易にするために自由地表面応答 \ddot{U}_s を基礎へ入力とした。これほどの他の解析を通して安全側の評価を与えることが判明してい⁽⁵⁾。橋脚部は有限要素法(梁要素)によつて離散化し、多質点系とする。剛体フーチングと弾性橋脚の一体化はフーチング天端の連続性よりなされる。その結果は、

$$\begin{bmatrix} [M]_P & [M]_P [\tau]_P \\ [\tau]_P^T [M]_P & [M]_F + [\tau]_P^T [M]_P [\tau]_P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\}_P \\ \{\ddot{u}\}_F \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{C\}_P \{\zeta\}_P \\ \{\zeta\}_F \{C\}_F \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\}_P \\ \{\ddot{u}\}_F \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{K\}_P \{\zeta\}_P \\ \{\zeta\}_F \{K\}_F \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\}_P \\ \{\ddot{u}\}_F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\}_P \\ \{\zeta\}_F \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} [M]_P \{1\} \\ [M]_F \{0\} + [\tau]_P^T [M]_P \end{Bmatrix} \ddot{U}_s \quad (1)$$

ただし、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は質量、減衰および剛性マトリックスで、添字 P は橋脚、 F はフーチングを示す。

$\{\ddot{u}\}_F$ はフーチングの基盤に対する相対変位ベクトル、 $\{\ddot{u}\}_P$ は橋脚のフーチング天端に対する相対変位ベクトル、 $\{\zeta\}_F$ はフーチング重心から天端への変位変換マトリックス、 $\{\zeta\}_P = \{\zeta\} \{\zeta\}$ はフーチング変位の橋脚部への変位影響マトリックス、 $\{\zeta\}$ はフーチング天端より橋脚各質点までの高さベクトル、 $\{F\}_P$ は橋脚天端に働く断面力を含む外カベクトルである。下部構造は複数の基礎-橋脚系より成るから、一般に上番目について

$$[M]_{PF,1} \{\ddot{u}\}_{PF,1} + [C]_{PF,1} \{\ddot{u}\}_{PF,1} + [K]_{PF,1} \{\ddot{u}\}_{PF,1} = \{F\}_{PF,1} \quad (2)$$

と表わすこととする。

(上部構造系) 橋桁部を梁要素で有限要素化し、変位を橋脚との接合点 $\{x_i\}$ とそれ以外の節点変位に分離する。そして後者をさらに、各橋脚天端が静的に異なり変位をした場合の準静的変位 $\{x_i^s\}_G$ と、慣性力による動的変位 $\{x_i^d\}_G$ の和と評価する。つまり

$$\{x_i\}_G = [\tau]_G \{x_i\}_G + \{x_i^d\}_G \quad (3)$$

ただし、 $(r)_G = -[K_{ii}]_G^{-1}[K_{ij}]_G$ は変位影響マトリックスである。そのとき運動方程式は

$$\begin{aligned} & [M_{ii}]_G + [r]_G^T [M_{ii}]_G + [M_{ij}]_G (r)_G + [r]_G^T [M_{ij}]_G (r)_G \text{ Sym } \\ & [M_{ij}]_G + [M_{ii}]_G (r)_G \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \{\ddot{x}_i\}_G \\ \{\ddot{x}_i^c\}_G \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \{o\} \{o\} \\ \{o\} \{C_{ii}\}_G \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \{\dot{x}_i\}_G \\ \{\dot{x}_i^c\}_G \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} [K_{ii}]_G + [K_{jj}]_G (r)_G \{o\} & \{x_i\}_G \{F_j\}_G \\ \{o\} & [K_{ii}]_G \{x_i^c\}_G \{o\} \end{array} \right] \end{math>$$

と表わされる。

(全体系) 上部構造系と下部構造系を総合す

るに当り、橋脚天端で連続性を適用する。

$$\text{変位の適合条件 } \{x_i\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \{\ddot{x}_i\}_{PP, i} \\ \{\ddot{x}_i^c\}_{PP, i} \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\text{断面力のつりあい } \{F_i\}_G + \left\{ \begin{array}{l} \{P_i\}_{PP, i} \\ \{P_i^c\}_{PP, i} \end{array} \right\} = \{0\} \quad (6)$$

解析の便宜上、各部分構造系において固有モード分解ができると仮定すると、直交性

$$\left. \begin{array}{l} (\Phi_i^c)_G^T [M]_{PE, i} (\Phi_i^c)_{PE, i} = \{I\}_{PE, i} \\ (\Phi_i^c)_G^T [C]_{PE, i} (\Phi_i^c)_{PE, i} = [-2\xi\omega]_{PE, i} \\ (\Phi_i^c)_G^T [K]_{PE, i} (\Phi_i^c)_{PE, i} = [-\omega^2]_{PE, i} \\ (\Phi_i^c)_G [M]_G (\Phi_i^c)_G = \{I\}_G \\ (\Phi_i^c)_G [C]_G (\Phi_i^c)_G = [-2\xi\omega]_G \\ (\Phi_i^c)_G [K]_G (\Phi_i^c)_G = [-\omega^2]_G \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$[\Phi_i^c]_G^T [\Phi_i^c]_G + [C]_G [\Phi_i^c]_G + [K]_G [\Phi_i^c]_G = \{F\}_G \quad (8)$$

成立するから、全体系の運動方程式は各部分系の固有モード系の連成として表現される。

(9)

ただし、係数マトリックスおよび外カベクトルは、

$$[M]_{GPP} = \left[\begin{array}{c|c} \{I\}_G & (\Phi_i^c)_G^T ([M_{ii}]_G + [M_{ij}]_G (r)_G) (\Phi_i)_G \\ \hline Sym. & \{I\}_{PP} + (\Phi_i)_G^T ([M_{ii}]_G + [r]_G^T [M_{ii}]_G + [M_{ij}]_G (r)_G + [r]_G^T [M_{ij}]_G (r)_G) (\Phi_i)_{PP} \end{array} \right]$$

$$[C]_{GPP} = \left[\begin{array}{c|c} \{[-\omega^2]\}_G & \{o\} \\ \hline Sym. & \{[-2\xi\omega]\}_{PP, i} \end{array} \right] \quad [K]_{GPP} = \left[\begin{array}{c|c} \{[-\omega^2]\}_G & \{o\} \\ \hline Sym. & \{[-2\xi\omega]\}_{PP, i} + (\Phi_i)_G^T ([K_{ii}]_G + [K_{jj}]_G) (\Phi_i)_G \end{array} \right]$$

$$\{F\}_{GPP} = \left[\begin{array}{c} (\Phi_i^c)_G^T ([M_{ii}]_G + [M_{ij}]_G (r)_G) \\ (\Phi_i)_G^T ([M_{ii}]_G + [r]_G^T [M_{ii}]_G + [M_{ij}]_G (r)_G + [r]_G^T [M_{ij}]_G (r)_G) \\ + (\Phi_i)_G^T [M]_G \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \{1\} \\ \{1\} \\ 0 \end{array} \right\} \tilde{U}_S$$

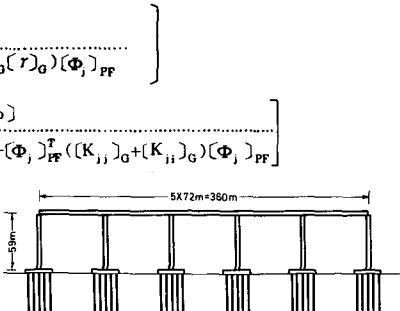


図-2 解析手順の流れ図

となる。以上の解析手順を図-2の流れ図に示した。

(等価インピーダンス) 以上の動的サブストラクチャ法を図-3に

図-3 5スパン高橋脚橋

示す高橋脚橋の耐震解析に応用する。同解析に際しては地盤-基礎の影響は下部構造へ杭頭インピーダンス関数を導入することにより、2次元化される。このインピーダンス関数は一般に系の振動数に依存する。地盤-基礎の効果を厳密に取り入れるために、振動数依存特性をそのまま用いなければならない。この解析はフーリエ変換トヨタ可能であるが、計算時間や容量を多く必要とする。実用上はインピーダンス関数をある定数で代表させた方が便利である。そのため等価インピーダンスを次のようにして求める。ある相互作用系で、厳密なインピーダンス関数を用いた時の周波数応答関数 $\{H^a(\omega)\}$ と、インピーダンス関数をある定数で置き換えた時の周波数応答関数 $\{H^e(\omega)\}$ が、その系の左端の自由度、すなわち次の固有振動数 ω_j に関する

$$|H^a(\omega_j)| > |H^e(\omega_j \pm \epsilon)| \quad (10)$$

$$|H^a(\omega_j)| \approx |H^e(\omega_j)| \quad (11)$$

となるようにインピーダンス関数をある定数で置き換えることができれば、それが等価インピーダンスとなる。

ここに、 ϵ は十分小さい正数である。式(10)は $\{H_k^a(\omega)\}$ が $\omega = \omega_j$ で極大値をもつことを規定するものであり、これにより剛性の調整がなされる。式(11)は ω_j における周波数応答関数のピーク値を一致させることを規定し、減衰の近似の評価を与える。

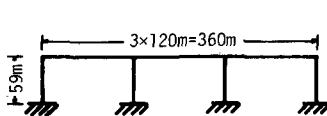


図-4 精度検討のモデル

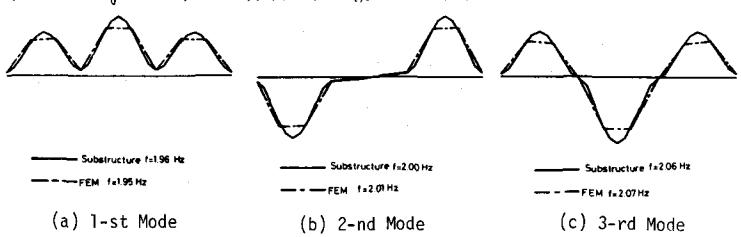


図-5 動的サブストラクチャ法と有限要素法の比較

3. 数値計算例および考察

図-4に示すモデルによつて、動的サブストラクチャ法の精度の検証を行なつた結果を図-5に示す。図-5においては、各構造部分の固有振動モードの重ね合せを1つ、橋桁部の各スパンおよび各橋脚につけて3次モードまで採用している。要素数は動的サブストラクチャ法では各橋桁スパンおよび各橋脚先に10要素に分割し、一方通常の有限要素法ではそれぞれを3要素および4要素分割とした。これらの結果はほとんど一致しており、全体系の低次固有モードの再現性のよさがわかる。

表-1 地盤特性

Layer	Depth (m)	Shear Velocity (m/sec)	Unit Weight (t/m ³)	Damping
1	2.5	91.24	2.05	0.270
2	5.7	76.42	2.05	0.528
3	4.0	178.03	1.85	0.136
4	2.6	219.03	2.05	0.170
5	3.3	261.64	1.90	0.112
6	6.3	196.12	1.90	0.140
7	7.0	296.80	2.10	0.146
8	9.2	341.41	2.20	0.142
9	6.0	339.88	1.90	0.112
10	7.0	498.19	1.90	0.088

解析対象構造物の地盤特性を表-1に示す。杭の長さは53.6mで各橋脚毎に総本数30本、円形断面でその半径を1.0m、1.5m、2.0mの3種を参考した。この地盤-基礎系で求めた等価インピーダンスを表-2に示す。この例は杭の半径 $r=1.5\text{m}$ 、橋桁の断面2次モーメント $I_g=100\text{m}^4$ とし土時、橋脚の断面2次モーメント I_p を変化させて求めたものである。表-2からわかるように、地盤-基礎の剛性は系の固有振動数に伴う変化がなく、減衰に関する系の固有振動数の影響をうけやすくなることがある。

全体系の地震応答解析には計算の簡略化、高速化を目的として、まず地盤の等価インピーダンスを用いるため、応答スペクトルの作成を行なう。使用する地震波は El-Centro NS 成分、Taft N21E 成分および開北橋近傍岩盤上 Tr の3種である。これらの原記録を用いて求めた平均加速度応答スペクトル

表-2 等価インピーダンス ($r=1.5\text{m}, I_g=100\text{m}^4$)

I_p (10^4m^4)	Stiffness			Damping		
	Horizontal (10^6t/m)	Cross (10^7t)	Rocking ($10^9\text{t}\cdot\text{m}$)	Horizontal ($10^4\text{t}\cdot\text{s/m}$)	Cross ($10^5\text{t}\cdot\text{s}$)	Rocking ($10^7\text{t}\cdot\text{s}\cdot\text{m}$)
0.5	1.66	1.22	1.65	7.37	3.19	2.06
1.0	1.66	1.22	1.65	6.29	3.19	1.93
1.5	1.66	1.22	1.65	6.15	3.19	1.81
2.0	1.66	1.22	1.65	6.10	3.19	1.67

トルでは、表-1に示した対象とする地盤の影響が入る。その影響をとり入れるために基礎入力の地震波を対象表層でのものに変換し、それを用いて作成した平均加速度スペクトルを図-6に示す。このスペクトルは地盤の1次の固有周期である0.74秒付近へのピークがあり、これによって地盤と構造物の共振を考慮することができます。

動的サブストラクチャ法の適用によつては、橋桁の各部材を6要素、各橋脚を5要素、合計60要素に分割した。その橋脚および橋桁の断面が図

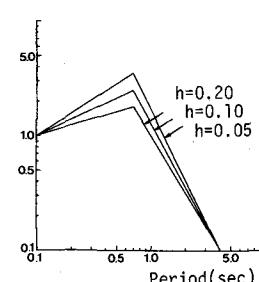


図-6 表層でのスペクトル

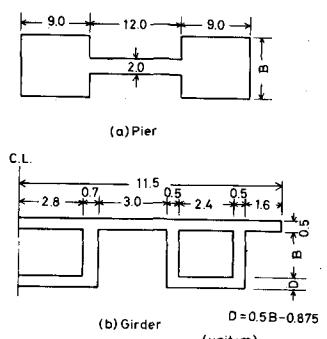


図-7 橋脚と橋桁の断面

図-7に示すものを参考に、入力の加速度は200ガルとし、応答スペクトル値については各モード減衰定数に対する値を図-6から内挿した。動的サブストラクチャ法では部分系の断面変更に対して、その部分系のみの解析をされ、他の部分系についてはすでにある結果を利用できる。そのためパラメトリック解析が容易である。この特

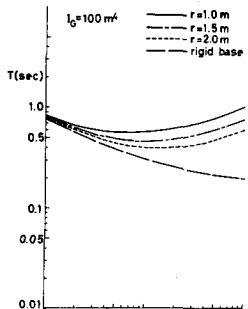


図-8 固有周期

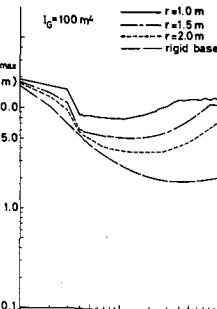


図-9 最大応答変位

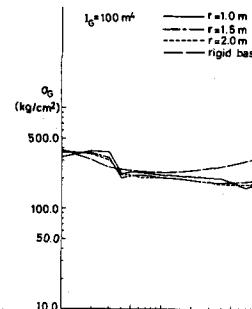


図-10 橋脚の最大曲げ応力

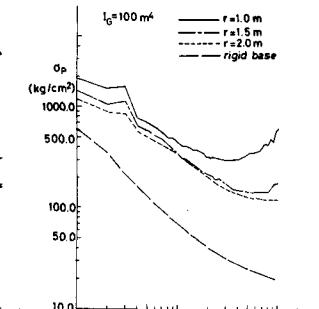


図-11 橋脚の最大曲げ応力

長を利用して、橋脚の断面2次モーメント $I_G = 100\text{m}^4$ とし、橋脚の断面2次モーメント I_p を変化させた時の全体系の基本固有周期、最大応答変位、橋脚の最大曲げ応力、橋脚の最大曲げ応力を図-8～図-11に示す。これらへ解析にあたっては橋脚のみを再解析し、橋脚については一度計算したのを用いたため、計算時間の大半を節約が可能である。これらの図で横軸は I_p であり、縦軸は各応答を示す。図-8より系の固有周期は I_p の増加に伴う、2曲げ振動から剛体振動へ移る、いく過程で最小値を示す。同じ領域で図-9に示す最大応答変位も最小にならざるを得ない。また同図より杭の半径 r すなはち基礎の剛性が応答変位に与える影響の大きさである。図-10の橋脚の応力は r にも I_p にもほとんど影響されない。図-11の橋脚の応力は、 r が 1.0 m と 1.5 m では大きな差があるが、 r が 1.5 m と 2.0 m ではほとんど差がない。このことは r を 1.5 m から 2.0 m へ大きくしても橋脚の応力にはほとんど影響しないことを意味している。各応答とも基礎が固定の場合とは大きな差があり、相互作用系と 1つの解析の必要などがあつた。

耐震設計に応用するため、設計に用いられる許容応力 270kg/cm^2 と列車の脱線限界から求めた許容変位を制約とした時の設計可能領域を図-12に示した。この図も上と同様パラメトリック解析から求めたものである。杭径 1.0 m に対する設計可能領域ではなく、1.5 m では黒くおりつぶしられた部分、2.0 m では斜線部が設計可能領域である。図-12の設計可能領域の下限は橋脚の応力制約、上限は変位制約 ($\frac{\text{m}}{\text{m}}$) である。これより杭径を大きくすることは変位制約に対する有効であるが、応力制約に対する影響の有無がわかる。

4. むすび

(i) 動的サブストラクチャ法とは通常の有限要素法と比べてより多くの分割が可能で、しかも各部分系の固有モード解析との併用で応答計算のための自由度を低減できる。また各部分系の構造・断面諸元の変更に対してはその当該部分系についてのみ解析を行なえばよく、計算時間の大半を節約が期待でき、かつパラメトリック解析に向つてある。

(ii) 計算例に用いた5スパン高橋脚橋では、杭径の変化が変位応答に及ぼす影響は大きく、応力応答への影響は小さいため、耐震設計における変位制約が支配的な場合は杭径を大きくすることが有効であるが、応力制約が支配的な場合は影響は少ない。なお本研究は本州四国連絡橋公团第二建設局より受託したものである。

参考文献 1) 竹宮・井上・山田：多スパン高架橋の地震応答解析一動的サブストラクチャ法の適用、第15回地震工学研究発表会、1979. 2) Yamada, Takemiya, Noda: Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction, 7th W.C.E.E., 1980, pp. 165-172. 3) 竹宮・山田：多層地盤-杭-上部構造物の振動性状、第15回地震工学研究発表会、1979. 4) Takemiya, Yamada: Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, 1981. 5) Takemiya: Embedment Effect on Soil-Structure-Interaction, State-of-the-art, 7th W.C.E.E., 1980.

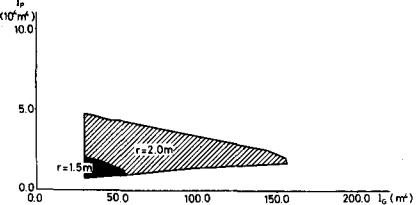


図-12 設計可能領域