

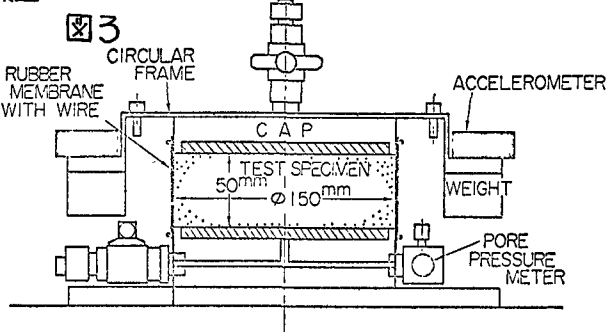
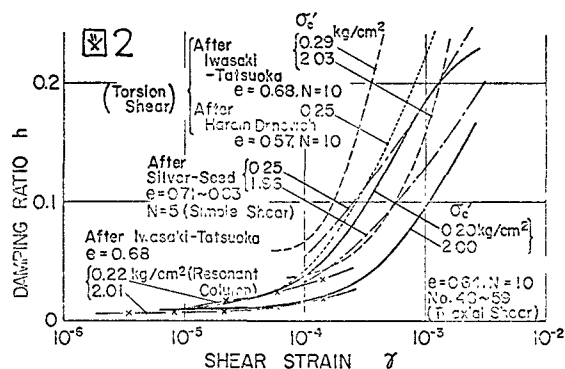
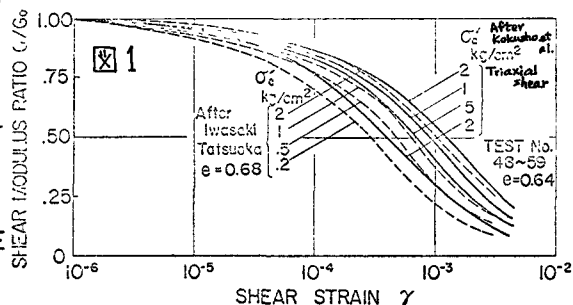
# 低拘束圧下の砂の動的物性と模型振動実験に適用される相似則

(財)電力中央研究所 正 国生 岡治

**まえがき** 土質材料の微細振動に対応した弾性的な物性値は土の受けている有効拘束圧と向隙比に大きく依存することが1960年代に行なわれた多くの共振式土質試験により明らかになった。一方、土の動的物性のひずみレベルに依存した非線形的性質はHardin-Drnevich<sup>(1)</sup>と岩崎・龍田・高木<sup>(2)</sup>らにより中空円筒状試体を用いたくり返しねじりせん断試験機により調べられた。さらにSilver-Seed<sup>(3)</sup>は単純せん断装置により、国生・桜井<sup>(4)</sup>は三軸せん断装置により同じ目的の研究を行なっている。きれいな砂についてこれらの実験から得られた結果を要約すると；(i)土の微細振動時のせん断剛性 $G_0$ は有効拘束圧 $\sigma_m'$ の0.4~0.5乗に正比例して増加する、すなわち  $G_0 \propto (\sigma_m')^{0.4 \sim 0.5}$  ①, (ii)  $G_0$ は向隙比 $e$ に依存し、その影響はほぼ  $G_0 \propto F(e) = \frac{(2.17-e)^2}{1+e}$  ② により評価できる、(iii) せん断剛性 $G$ は土に生ずるせん断ひずみ $\gamma$ が大きくなるにしたがい明瞭に低下し、その割合は向隙比によっては大きな違いはないが、拘束圧には大きく依存し、図1に示すように拘束圧が小さくなるほど小さなせん断ひずみから $G$ の低下が始まる傾向が見られる、(iv) 土の減衰定数 $h$ は $\gamma$ が大きくなるにしたがい急激に増大し、その割合は向隙比によっては大きな違いはないが、拘束圧には大きく依存し、図2に示すように拘束圧が小さくなるほど小さなひずみから $h$ の上昇が始まる傾向が見られる。

これらの結果からわかるように拘束圧は土の物性を決定する重要な因子であるが、従来の実験はすべて0.2 kg/cm<sup>2</sup>以上の拘束圧で行なわれたものでありそれ以下の低拘束圧での土の動的物性試験は例が少ない。低拘束圧下の土の物性は斜面表層の安定性、地震振動の摩害問題、模型振動実験などの工学的問題に重大な関連がある。0.2 kg/cm<sup>2</sup>以下の拘束圧での試験は通常の土質試験機では困難な場合が多い。本実験では機械あさつなどの無い単純な自由振動式ねじりせん断試験装置を作り、乾燥砂についての $\sigma_m' = 0.02 \sim 0.2$  kg/cm<sup>2</sup>の低拘束圧での物性試験を行なった。さらに得られた結果に基づき、土質材料を用いた振動台実験に關して筆者が以前に提案した模型相似則<sup>(5)</sup>に検討を加えた。

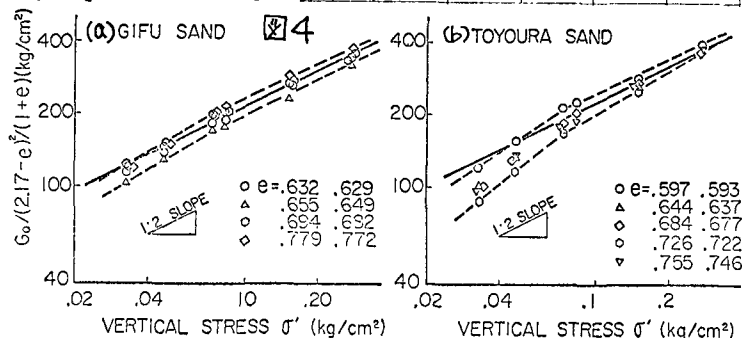
**低拘束圧物性試験** 実験装置の概要を図3に示す。供試体は直径150mm 高さ50mmのワイヤー入りゴム膜の中に作成され、上からリング状の重りにより側方拘束状態で1次元圧縮される。ねじり振動試験はこの重りを回転マスとし、手により回転トルクを加えて放し、その後の減衰振動を計測した。振動計測は図3に示



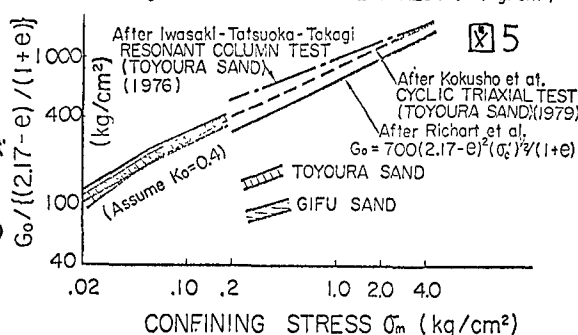
すように重り取付柱の対角上の2点に加速度計を取り付けて行ない、減衰振動の記録から波長と振中を読みとり砂のせん断剛性と減衰定数を求めた。実験はひとつの供試体について異なる重量と回転慣性をもつ6種の重りを用いて低い拘束圧から高い方へ順次行ない、各圧力では1時間以上の圧密時間を置いた。円柱供試体生ずるせん断ひずみ $\gamma$ は中心からの距離に比例しており一定値とはならないが微小ひずみ時には向軸とはならない。物性のひずみ依存的変化を求める場合にはこの点が大きな問題点となるがここでは便宜的に供試体半径7.5 cmに対し中心から5 cmの位置でのひずみを代表値にとった。用いた乾燥砂は表-1に示す岐阜砂と豊浦砂で、両者ともマサ希山砂で類似しているが、前者の方が粒径が大きく多少締め固め難い点の特徴である。

**実験結果** 図4はせん断ひずみ $\gamma$ が0.5以下の微小ひずみでのせん断剛性 $G_0$ の鉛直応力 $\sigma'_v$ に対する関係を示したもので、 $G_0$ に対する向軸比 $e$ の影響を除くため式②の $F(e)$ により横軸を補正してある。向軸比の異なる各点は破線にはさまれた範囲に集まっているが、 $\sigma'_v \geq 0.07 \text{ kg/cm}^2$ の範囲では実線で示した1/2勾配にほぼ一致しているのに対し、 $\sigma'_v$ がそれ以下では1/2より大きな勾配となっていることがわかる。また向軸比が大きいほど勾配も大きく、砂によっても多少傾向が異なる。これを拘束圧が $0.2 \text{ kg/cm}^2$ 以上の従来の試験結果と図5において比較している。ここに本実験での横方向土圧係数 $K_0$ は0.4と仮定した。 $\sigma'_m = 0.2 \text{ kg/cm}^2$ での本実験の $G_0$ は他の研究者の値とはほぼ合っており、特に三軸実験<sup>(4)</sup>での値とは完全に一致している。図6は供試体にある程度大きなひずみを与えた場合にその減衰振動から得られた $G/G_0$ と $\log \gamma$ との関係である。自由振動式の実験ではあまり大きなひずみレベルまでは物性値が得られず $G/G_0 > 0.5$ が限度であることがわかる。AからFへ行くほど $\sigma'_v$ は大きくなり、それにつれて図中にひいた平均的カーブは $G/G_0$ 、 $\rho$ 両者共に平行的に右側にずれていく様子が明瞭に見られる。この傾向をさらに詳細に検討するために $G/G_0$ が0.5から0.9の値をとる点での $\gamma$ の値を横軸に $\sigma'_v$ の値を縦軸にとって表わしたのが図7aの左側2つのグラフである。同様に $\rho$ が0.10から0.04の値をとる点の $\gamma$ と $\sigma'_v$ の関係をプロットしたのが図7bの左側2つのグラフである。一方図1と図2に示した通常拘束圧での物性カーブから同様にして $\gamma$ と拘束圧 $\sigma'_m$ の関係を求めた結果が図7の右側上下2つのグラフである。低拘束圧試験より求めた両対数グラフ上の $G/G_0 =$

| SAND    | $G_s$<br>SPECIFIC<br>GRAVITY | $D_{50}$<br>MEAN<br>SIZ.<br>ST. | $U_c$<br>C. UNIFORMITY<br>COEFFICIENT | $e_{max}$<br>MAX. VOID<br>RATIO | $e_{min}$<br>MIN. VOID<br>RATIO |
|---------|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| GIFU    | 2.67                         | 0.29 <sub>mm</sub>              | 1.8                                   | 0.962                           | 0.656                           |
| TOYOURA | 2.64                         | 0.19 <sub>mm</sub>              | 1.3                                   | 0.935                           | 0.622                           |



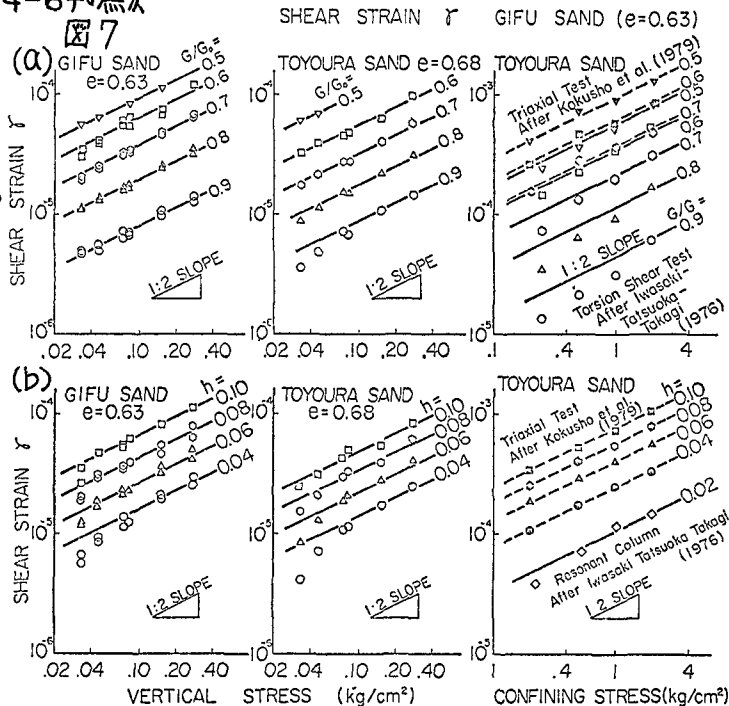
一定と $\rho =$ 一定の各点は相互にほぼ平行であり、 $\rho$ が比較的小さい場合と $G/G_0$ が大きい場合を除いて図中に記入した1/2勾配の実線によりほぼ近似できることがわかる。通常拘束圧での試験結果もグラフ上でほぼ1/2勾配の線上にのっていることが図からわかるが、実は2つの拘束圧範囲が重複する $\sigma'_m \div 0.2 \text{ kg/cm}^2$ での $G/G_0 =$ 一定の線および $\rho =$ 一定の線の一致度は必ずしも良くない。しかしこれは実験手法の違いや本実験で $\gamma$ を定める供試体中の位置などに問題があるため本来は一致するものと考えられる。0.02 ~  $3 \text{ kg/cm}^2$ の広い拘束圧範囲で点々がほぼ1/2勾配の平行線に一致するという以上の結果から、横軸に $\log \gamma$ をとった半対数グラフ上で $G/G_0$ と $\rho$ のカー



ブが $\sigma'_m$ の変化によってその基本的形状は変化せずその位置のみがグラフ上も左右に平行移動すること、その移動量は $\sigma'_m$ の $1/2$ 乗に比例することが明らかとなる。これはさらに $G/G_0$ と $\gamma$ のひずみ $\gamma$ に対する依存性がカーブの形状を表わす関数 $F_1, F_2$ により  $G/G_0 = F_1(\gamma/\gamma_r)$  ③,  $\tau = F_2(\gamma/\gamma_r)$  ④ のごとく表わされ、かつ $\gamma_r \propto (\sigma'_m)^{1/2}$ であることを意味している。ここに $\gamma_r$ はカーブの位置を決める規準となるひずみであり、Hardin-Drnevich モデル<sup>(1)</sup>では $G/G_0 = 0.5$ に対応した $\gamma$ をとっていることは周知のとおりである。

**模型相似則** 振動台を用いた土構造物や地盤の模型実験は良く行なわれているが、模型での拘束圧が0.2 kg/cm<sup>2</sup>以下と実物に比べて非常に低く物性を把握し難いため相似則の適用を放棄して定性的実験に甘んじているのが実情である。筆者は以前に乾燥地盤の模型振動実験を行ないその際に実地盤との間に相似則が成立する可能性を示したが、模型地盤中における低い拘束圧に対応した今回の実験結果に基づきこの相似則を再度検討してみる。図8に示すように成層地盤に基礎より水平地震力が加わる場合を考え、地盤の振動応答に関わる物理量として地盤厚 $H$ 、せん断剛性 $G$ 、 $G_0$ 、内部減衰定数 $\eta$ 、地盤密度 $\rho$ 、せん断応力 $\tau$ 、せん断ひずみ $\gamma$ 、基準ひずみ $\gamma_r$ 、振動数 $\omega$ 、加速度 $a$ をとる。これに対し1次元量として質量 $M$ 、時間 $T$ をとり長さについて鉛直方向に $L_v$ 、水平方向に $L_h$ と分けてとる。このようにすることにより本来無次元量であるひずみ $\gamma$ が相似縮尺の可能な有次元量となるわけである。その場合 Buckingham の次元マトリクスは式⑤のようになりそのランクは4であるから $10-4=6$ つの無次元積が例えば次のように定まる。

図7  
(a)  $\pi_1 = \eta$ ,  $\pi_2 = \gamma/\gamma_r$ ,  $\pi_3 = G/G_0$   
 $\pi_4 = G_0/\rho\omega^2 H^2$ ,  $\pi_5 = \tau/G_0\gamma$   
 $\pi_6 = a/\gamma\omega^2 H$ 。  $L_v$ の縮尺を $\lambda_v$ 、 $L_h$ の縮尺を $\mu$ (キ入)と別々にとる。さて、土の密度の縮尺を $\rho_m/\rho_p = \eta$ とすると実地盤とモデル地盤の土の受ける拘束圧の縮尺は $\eta\lambda$ となるが、図5に示すように模型地盤を含む広い拘束圧範囲で $G_0$ が拘束圧の $1/2$ 乗に比例していることを前提とすると  $G_{0m}/G_{0p} = \sqrt{\eta\lambda}$  が成り立つ。したがって無次元積 $\pi_4$ が実物と模型で等しくなることから  $\omega_m/\omega_p = \eta^{1/4}\lambda^{-3/4}$  が得られる。 $\gamma_m/\gamma_p = \mu\lambda^{-1}$  であるから  $\pi_5$ より  $\tau_m/\tau_p = \eta^{1/2}\mu\lambda^{1/2}$  となり、さらに $\pi_6$ より  $a_m/a_p = \eta^{1/2}\mu\lambda^{3/2}$  となる。さて $\pi_2$ から $\gamma_r$ の縮尺は $\lambda$ と同様に



$\gamma_m/\gamma_p = \mu\lambda^{-1}$  でなければならないが、一方図7に示す実験結果より模型地盤に相当する低い圧力を含む広い拘束圧範囲で  $\gamma_p$  は拘束圧のほぼ1/2乗に比例していることが明らかであり  $\gamma_m/\gamma_p = \sqrt{\lambda}$  が成立する。 $\gamma_p$  が同時に2つの式を満足するための条件から結局  $\mu = \eta^{1/2}\lambda^{3/2}$  が求められる。これを代入することにより最終的に  $G_m/G_p = \eta^{1/2}\lambda^{1/2}$ ,  $\rho_m/\rho_p = 1/1$ ,  $\omega_m/\omega_p = \eta^{1/4}\lambda^{3/4}$ ,  $a_m/a_p = 1/1$ ,  $\tau_m/\tau_p = \eta\lambda$ ,  $\gamma_m/\gamma_p = \eta^{1/2}\lambda^{1/2}$  が成立すべき相似関係として得られる。ここで問題なのは我々が教える相似条件である。内部減衰については上述の相似則の中に考慮されているが、下方基盤への透散減衰は実地盤と振動台上の模型地盤で等しいとは考え難い。しかし振動台の波形を実地盤の基盤での実測波形であると解釈できる場合には問題は生じないことになる。例として地盤厚の比が  $H_m/H_p = \lambda = 1/6$ 、密度の比が  $\rho_m/\rho_p = \eta = 1$  の場合を考えると  $\omega_m/\omega_p = 8$ ,  $G_m/G_p = 1/4$ ,  $\gamma_m/\gamma_p = 1/4$ ,  $\tau_m/\tau_p = 1/6$ ,  $a_m/a_p = 1/1$  となる。すなわち実地盤と同じ材料を用い、厚さを1/6に縮尺したモデル地盤について時間軸を1/8に短縮した振動実験を行えばそれは実地盤の振動特性を非線形性も含めて定量的に表現していることになる。この場合モデルに生ずるひずみ  $\gamma$  は実物の1/4になるが、規準ひずみ  $\gamma_r$  も拘束圧の違いによりほぼ1/4になることが今回の実験により裏づけられているので  $\gamma/\gamma_r$  の値は同じになり、式③式④から明らかのようにモデルと実物でせん断剛性と減衰定数に因りてまったく同一の非線形的变化が生じるわけである。以上の議論は地盤の1次元振動に限られていたが、次元解析に因する1次元量をさらに広義に解釈して式⑤の  $L_v, L_h$  のかわりに地盤の幾何学的形状に因する長さ  $L_g$ 、変形に因する長さを  $L_d$  と選ぶことにより2次元、3次元の一般的な場合に対してまったく同様な相似則を導くことが可能である。

密度の縮尺を1とした場合この相似則を Clough-Pirtz<sup>(7)</sup> の相似則と比較表2に示した。Cloughらの相似則は自重による力、慣性力、変形に因する力、および破壊に因する力の間の相互の比を模型と実物で一定にとることにより求められるが、ひずみに対して縮尺を認めていないため  $G$  に因する縮尺が入ってしまう。したがって実物と同一の材料を用いた模型についての振動実験には特に破壊に至らない線形および非線形振動の場合に適さない面があると思われる。

なお今回の相似則を導くに当っては  $G_0$  は拘束圧  $\sigma'_m$  の1/2乗に比例することを前提としたが、図5に示すとおり  $\sigma'_m < 0.04 \text{ kg/cm}^2$  では  $\sigma'_m$  のべき乗数は1/2より大きくなる傾向が見られる。この拘束圧は模型地盤では約40cmより浅い部分に相当するが、そこでは相似則からのずれが大きくなる可能性が考えられる。これを修正するためには表層に近い部分ほど土質材料の密度を大きくして  $G_0$  を高める工夫が必要となろう。その場合密度の比  $\eta$  が1ではなくなるがその差はわずかであり  $G$  と  $\rho$  のひずみ依存カーブに与える影響は少ないと言えよう。

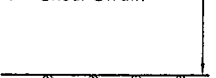
参考文献 (1) Hardin-Dreerich (1970) "Shear Modulus and Damping in Soils" I, II University of Kentucky, (2) 岩崎・龍岡高木 (1976) "広範な歪領域での..." 土研資料 No.1080, (3) Silver-Seed (1971) "Deformation Characteristics of..." Proc. ASCE SM8, (4) 国生・櫻井・江刺 (1979) "三軸装置を用いた微小ひずみから..." 電研報告, (5) Richard-Hall-Woods (1970) "Vibrations of Soils and Foundations" Prentice-Hall, (6) 国生・岩崎 (1979) "軟弱地盤の非線形振動特性についての..." 土木学会論文集 No.285, (7) Clough-Pirtz (1958) "Earthquake Resistance of..." Trans. of ASCE Vol.123

|             | H         | G               | $\omega$        | $\alpha$ | $\tau$    | $\gamma$        |
|-------------|-----------|-----------------|-----------------|----------|-----------|-----------------|
| 今回の相似則      | $\lambda$ | $\lambda^{1/2}$ | $\lambda^{3/4}$ | 1        | $\lambda$ | $\lambda^{1/2}$ |
| Cloughらの相似則 | $\lambda$ | $\lambda$       | $\lambda^{1/2}$ | 1        | $\lambda$ | 1               |

ACTUAL GROUND

$G_p$ : Shear Modulus  
 $\rho_p$ : Density  
 $h_p$ : Damping Ratio  
 $\tau_p$ : Shear Stress  
 $\gamma_p$ : Shear Strain

図8



$\omega_p$ : Angular Frequency  
 $a_p$ : Acceleration

MODEL  
 $G_m, \rho_m, h_m$   
 $\tau_m, \gamma_m$

$\omega_m, a_m$

|       | H | $\rho$ | G  | $G_0$ | $\rho$ | $\omega$ | $\alpha$ | $\tau$ | $\gamma$ | $\gamma_r$ |
|-------|---|--------|----|-------|--------|----------|----------|--------|----------|------------|
| $L_v$ | 1 | -1     | 1  | 1     | 0      | 0        | 0        | 0      | -1       | -1         |
| $L_h$ | 0 | -2     | -2 | -2    | 0      | 0        | 1        | -1     | 1        | 1          |
| M     | 0 | 1      | 1  | 1     | 0      | 0        | 0        | 1      | 0        | 0          |
| T     | 0 | 0      | -2 | -2    | 0      | -1       | -2       | -2     | 0        | 0          |

⑤