

微動計測に基づく構造物の動特性評価

京都大学防災研究所 土岐憲三
京都大学防災研究所 ○佐藤忠信

1 まえがき

本研究は、常時微動や自然風などのランダム外力が作用している線形構造系の応答観測結果を用いて、系の固有振動数や減衰定数を推定したものである。解析手法は時系列理論を用いて線形系を同定^(1,2)するものであり、微動の観測記録から自己回帰・移動平均過程の係数を推定し、この係数と系のフィルター特性との間に成立する関係式を用いて、構造系の動特性を1次モードだけでなく高次モードについても精度良く決定する。この解析では、系を駆動させる入力として白色雑音を仮定するので、常時微動や自然風の特性を規定する必要があるが、入力が周波数特性なびに非定常性を有する場合にも拡張可能であるので⁽³⁾、今後広く用いられるものと考えられる。

2. 時系列と線形系の同定

線形時系列の代表的なものとしては、自己回帰過程 (AR)、移動平均過程 (MA) ならびにこれらの混合した自己回帰・移動平均過程 (AR・MA) の種類がある。いま、線形構造物の任意点の応答値を等時間間隔 T_s でサンプリングしたデータ列を $\{y_k\}$ ($k=t, t-1, \dots, t-N$) とし、入力のデータ列を $\{x_k\}$ とすれば、 y_t はフィルターからの時刻 t における出力値と見なせるから、有限長のフィルターを考えることにより g 次の MA(g)、 p 次の AR(p) が、各々、次式のように定義できる。

$$y_t = x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} + \dots + b_g x_{t-g} \quad (1)$$

$$y_t = -a_1 y_{t-1} - a_2 y_{t-2} - \dots - a_p y_{t-p} + x_t \quad (2)$$

さらに、両者を重ね合わせた (p, g) 次の AR・MA(p, g) が次式のように定義できる。

$$y_t = -\alpha_1 y_{t-1} - \dots - \alpha_p y_{t-p} + x_t + \beta_1 x_{t-1} + \dots + \beta_g x_{t-g} \quad (3)$$

一方、自由度 n の線形系が白色雑音の外力を受けている場合には、構造物の応答を等時間間隔 T_s でサンプリングしたデータ列は AR・MA($2n, 2n$) となる。この場合、時系列を規定する係数 α_i ($i=1, 2, \dots, 2n$) と構造物の j 次モードの固有円振動数 ω_j ならびに減衰定数 β_j との間には次式が成立する。

$$\sum_{j=1}^{2n} \alpha_j \lambda^{2n-1} = \prod_{j=1}^n (\lambda - \lambda_j) (\lambda - \lambda_j^*) \quad \alpha_0 = 1 \quad (4)$$

$$\left. \begin{matrix} \lambda_j \\ \lambda_j^* \end{matrix} \right\} = \exp(-\omega_j \beta_j T_s \pm i \omega_j T_s \sqrt{1 - \beta_j^2}) \quad i = \sqrt{-1} \quad (5)$$

すなわち、AR・MA($2n, 2n$) の係数 α_j を係数とする高次方程式 (4) の根 λ_j, λ_j^* を求めれば、式 (5) より ω_j, β_j が求められる。

3. 定常時系列の推定

AR(p) 係数の推定 : まず、式 (2) の係数 a_i ($i=1, 2, \dots, p$) を $\{y_k\}$ より推定する。推定は Burg によって提案された最大エントロピー法によった。 a_i の推定値を $\hat{a}_{pi}$ とすれば、次式より $\hat{a}_{pi}$ が決定される。

$$\hat{a}_{pi} = \hat{a}_{p+1-i} + \hat{a}_{pp} \hat{a}_{p-1-p-i} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{a}_{pp}} \left[\frac{1}{2(N-p)} \sum_{t=1}^N \left\{ \left(y_t + \sum_{i=1}^p \hat{a}_{pi} y_{t-i} \right)^2 + \left(y_{t-p} + \sum_{i=1}^p \hat{a}_{pi} y_{t-p+i} \right)^2 \right\} \right] = 0 \quad (7)$$

AR 過程は λ の可逆性が保証されているので、 λ に対応する MA 過程の係数は次式より与えられる。

$$b_L = \sum_{i=1}^L a_i b_{L-i} \quad (L=1, 2, \dots) \quad (8)$$

また、入力の分散 σ_x^2 の推定値を $\hat{\sigma}_{xp}^2$ とすれば、これは応答の自己相関係数の推定値 $\hat{\rho}_i$ と式 (6), (7) より求まる係数の推定値 $\hat{a}_{pi}$ を用いて次式のように与えられる。

$$\hat{\sigma}_{xp}^2 = \hat{\rho}_0 + \hat{a}_{p1} \hat{\rho}_1 + \hat{a}_{p2} \hat{\rho}_2 + \dots + \hat{a}_{pp} \hat{\rho}_p \quad (9)$$

AR・MA(zn, zn) 係数の推定 : Gersh による 2 段階最小二乗法⁵⁾を用いて係数を推定する。いま、推定値を $\hat{a}_i, \hat{\rho}_i$ ($i=1, 2, \dots, zn$) とし、応答の自己相関係数を $\gamma_{yy}(k)$, 入力との相互相関係数を $\gamma_{xy}(k)$ とすれば、次式により係数が推定される。

$$\begin{aligned} \{ \theta \} &= [C] \{ Y \} \quad (10) \\ \{ \theta \} &= \{ \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_{zn}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_{zn} \}^T \\ \{ Y \} &= \{ -\gamma_{yy}(1), \dots, -\gamma_{yy}(zn), \gamma_{xy}(1), \dots, \gamma_{xy}(zn) \}^T \\ [C] &= \begin{bmatrix} \gamma_{yy}(0) & \dots & \gamma_{yy}(zn-1) & -\gamma_{yx}(0) & \dots & -\gamma_{yx}(zn-1) \\ \gamma_{yy}(zn-1) & \dots & \gamma_{yy}(0) & -\gamma_{yx}(1-zn) & \dots & -\gamma_{yx}(0) \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ -\gamma_{xy}(0) & \dots & -\gamma_{xy}(zn-1) & \gamma_{xx}(0) & \dots & \gamma_{xx}(zn-1) \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ -\gamma_{xy}(1-zn) & \dots & -\gamma_{xy}(0) & \gamma_{xx}(zn-1) & \dots & \gamma_{xx}(0) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{yy}(k) &= E(y_{t+k} y_t) \\ \gamma_{xy}(k) &= E(x_{t+k} y_t) = \gamma_{yx}(-k) \\ \gamma_{xx}(k) &= \begin{cases} \sigma_x^2 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \\ \gamma_{yx}(k) &= \begin{cases} b_k \sigma_x^2 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

上式中に現われる $\gamma_{yy}(k)$ は自己相関係数の推定値 $\hat{\rho}_k$ で、 σ_x^2 は式 (9) より、 b_k は式 (8) より推定されるので、 $\{ \theta \}$ は応答の観測値のみから推定できる。

4 試験架構の概要

微動を計測した構造物は図-1 に示すような鋼構造実大試験架構(以下単に架構と呼ぶ)であって、京都大学宇治構内の研究所本館建屋と原則的に同型で、 λ の γ 部を抽出したものである。5 層の対称な矩形平面形をもち鉄骨ラーメン架構であり、H 型鋼よりなる鉄骨柱、梁なすびに床スラブより構成されている構造的に比較的単純なものである。この構造物は構築時に起振器による定常強制振動試験、引張りによる自由振動試験が行われ、 λ の動特性が詳細に調査され、⁶⁾ 現在も地震動観測を継続している。なお、地盤は地下 1 m までは表土層からなり、5 m 付近に薄い粘土層をはさむが、7 m までは砂礫であり、7 ~ 10 m に粘土層が現われ、10 m 以下は硬い砂礫層になっている。

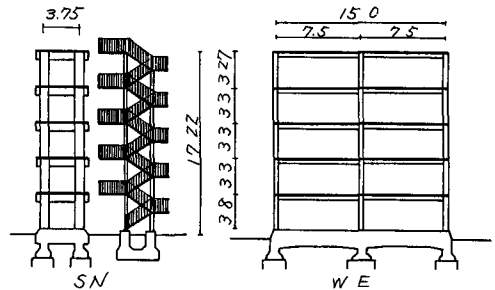


図-1 試験架構

5. 微動観測結果

架構の短辺方向(NS)、長辺方向(EW)なすびに上下方向(LD)の常時微動を固有周期 1 秒の可動輪線形の速度計によって観測した。微動計は架構の EW 方向スパンの中央、階段棟と反対側の柱になるべく接近して、屋上、5 階なすびに 4 階に設置した。計測は特殊な振動源の影響がなくなる夜間に行った。14 チャンネルのデータレコーダに収録した速度応答を時間間隔 0.02 秒で 500 秒間サンプリングし、これをデータベースとした。図 2~4 はこの内 327.68 秒のデータを用い、高速フーリエ変換によって求めたフーリエスペクトルを示したものである。図-2 に各階の NS 成分が示されており、図-3, 4 は各々 EW なすびに LD 成分の屋上におけるものである。図から明らかなように、10 Hz より低い振動数において NS なすびに EW 成分

とも3つのピークが存在している。これらのピーク値を取る振動数はNS、EW成分ともほぼ一致しており、低い方から1.9、6.0、10.0 Hzとなっている。UD成分は10 Hz付近に3つのピークを有している。

図5~7はAR/MA過程によって推定されたパワースペクトルの1例を示している。図5はNS成分の屋上、図6はEW成分の4階、図7はUD成分の5階におけるものである。いずれも、フーリエスペクトルにおけるピーク振動数において3つのピークを有することがわかる。解析に用いたデータ長は480秒であるが、AR過程の係数で最大エントロピー法によって求められているので、パワースペクトル密度は、もっと少ないデータ長からでも良い推定値が得られる。図8は30秒のデータから推定した、NS方向屋上でのパワースペクトルを示している。図5と比較すると、スペクトルの形状はかなり異なるが、ピーク値を与える周波数は、大きく一致しており、かなり少ないデータ長を用いても、卓越する振動成分の分離が可能であることを明らかにしている。

つぎに、推定された固有振動数に基づいて減衰定数について考察を加える。表1にNS成分、表2にEW成分、表3にUD成分に対応するそれぞれの値が示されている。表1には架構構築時に計測された動特性も同時に示されている。強制振動試験結果は偏心モーメントが100 kg・cmの場合である。NS、EW成分とも3次モードに対応する値しかまわっていないが、これは図2のフーリエスペクトル図からも明らかになるように、10 Hzを越える高い振動数のモードの微動の観測位置(階数)により現わたり現われなかったりするためである。表1から、微動計測に基づく固有振動数と強制振動試験から求まる値はほぼ一致していることがわかる。固有振動数で各階の平均値とみる2次モードにおける値が強制振動試験結果と比較して微動計測結果が低めに推定されている。本解析法の理論的な展開では、任意点での応答値から全てのモードに対応する動特性が推定できることに注意しているが、応答値に対象とするモードの振動数成分が含まれないような位置、たとえばモードの節に近くなるような位置で計測した微動記録から、このモードの動特性を抽出することは不可能である。このような観点に立てば、屋上階での応答観測値には全てのモードに対応する振動数成分が含まれているはずであるが、平均値よりも、屋上階における推定値と比較の対象とするほうが合理的な場合もある。屋上階の値と強制振動試験から求まる値と比較すると、微動から求まる値の方が若干大きくなる。一方、減衰定数に関しては、微動計測に基づくものが、強制振動試験から求まる値の3~7倍となっている。強制振動試験では震動源が構造物側にありのに対し、微動では地盤が震動源となっている。また、地盤内における微動は周波数特性を有する非定常波動を考慮することができ、こうした点が、減衰定数の推定精度に大きな影響をおよぼしているものと考えられる。

なお、NSならびにEW成分の応答値から推定される固有振動数に基づいて減衰定数の間には有意な差は見い出せない。これは架構の振動モードをNSあるいはEW方向に分離できないうちを示しており、構造系としての振動特性が抽出されている。UD成分に関しては、位置によらずほぼ同じ固有振動数に基づいて減衰定数が推定されるのだけ表3に示した振動数成分のみで、その他の振動数ではかなりのばらつきがあった。

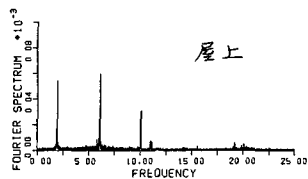
6 おわりに

自己帰帰・移動平均過程を用いて線形構造系の動特性の抽出を行ったが、減衰性に関しては強制振動試験結果から得られるものより、かなり大きな値が推定された。この点に関しては、外力が非定常性と周波数特性を有する場合の理論展開を行っているため、今後の機会に発表したい。

なお、本研究を遂行するにあたり、実大試験架構での微動計測に際し、京都大学防災研究所 南井良一郎教授に多大の便宜を蒙ったこと、ここに厚く感謝致します。

参考文献

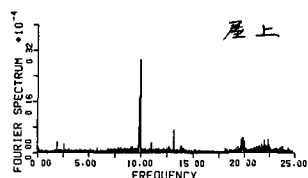
- 1) 土岐 佐藤 生木：京大防災研年報，第21号-2，pp.57-68，1978
- 2) 土岐 佐藤：第5回日本地震工学シンポジウム講演集，pp.1009-1016，1978
- 3) 土岐 佐藤：第34回土木学会年次学術講演会講演概要集第1部，1979.
- 4) Burg J.P.：Geophysics，37，pp.375-376，1972.
- 5) Gersh W.：Jour. Sound and Vibration，34，pp.63-79，1974.
- 6) 小堀 南井 金兼田：第8回自然災害シンポジウム講演論文集，pp.161-164，1971.



屋上



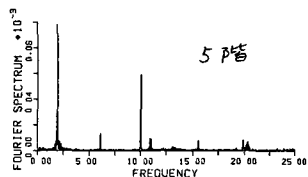
屋上



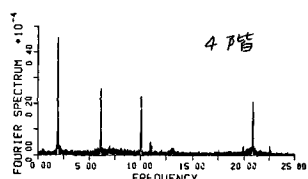
屋上

図-3 EW成分のフーリエスペクトル

図-4 LID成分のフーリエスペクトル



5階

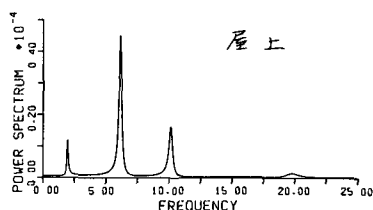


4階

図-2 NS成分のフーリエスペクトル

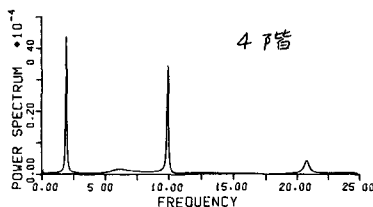
表-1 NS成分が5の推定値

NS成分		f(Hz) h(%)										
		AR・MA過程による推定						自由振動 ⁶⁾		強制振動 ⁶⁾		
		屋上		5階		4階		平均値				
		f	h	f	h	f	h	f	h	f	h	
1	1.947	3.305	1.954	1.341	1.974	7.198	1.958	3.948	1.94	0.61	1.808	0.892
2	6.140	2.069	4.783	4.020	4.150	5.319	5.024	3.803	—	—	5.645	0.570
3	10.146	1.653	10.037	0.744	10.084	3.291	10.084	1.996	—	—	10.32	0.28



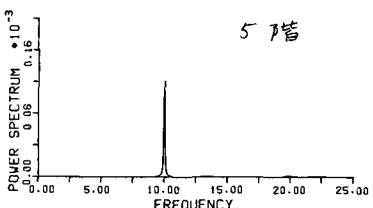
屋上

図-5 NS成分のパワースペクトル



4階

図-6 EW成分のパワースペクトル



5階

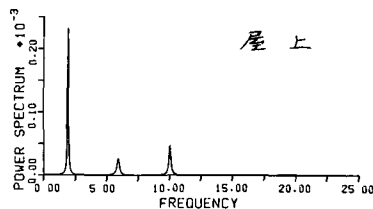
図-7 LID成分のパワースペクトル

表-2 EW成分が5の推定値

EW成分		f(Hz)				h(%)		
	屋上		5階		4階		平均値	
	f	h	f	h	f	h	f	h
1	1.932	3.062	1.933	0.413	1.943	2.380	1.936	1.952
2	6.052	3.331	5.149	3.926	4.030	6.078	5.078	4.444
3	10.033	1.011	10.579	3.199	10.026	0.620	10.213	1.610

表-3 LID成分が5の推定値

LID成分		f(Hz) h(%)					
屋上		5階		4階		平均値	
f	h	f	h	f	h	f	h
1 9.970	0.075	9.952	0.423	9.976	0.268	9.966	0.255



屋上

図-8 NS成分のパワースペクトル
(データ長: 30秒)