

北海道大学工学部 渡辺 昇  
 北海道大学工学部 ○金子 孝吉  
 日本鋼管(株) 岩倉 肇  
 北海道大学工学部 舛田 直之

1. まえがき

ガスホルダ, LNG タンクあるいは石油タンクなどプラント構造物に対する関心が増え, 耐震安全性の検討が各所で行なわれるようになってきた。この種の構造物は一方向の地震力に対する検討だけでは不十分で, 特に立体的な多入力の地震波による応答解析を行なう必要があろう。

本研究は水平動二成分と上下動との三成分の地震波を同時に入力した場合の構造物の振動応答の性状について調べたものである。解析的には剛体の三軸方向とそれぞれの方向に対する軸回りの回転を考慮した 6自由度系の質点モデルが基本となる。そしてここでは各成分における粘性減衰の係数がそれぞれ独立で, 一般に質量・減衰係数比が一定でない非比例減衰の場合を扱っている。

解析例としては非対称支持の円筒タンクの模型を用いた。系の伝達特性を調べるために周波数応答関数を求めておき, 三入力波に対する応答波のスペクトルから各固有値における応答倍率を求めた。

そして円筒タンクの模型を振動台にのせて水平方向のみではあるが振動させ, 入力波の各周波数ごとの応答波を記録し, その一部を理論の検証に利用した。

2. 6自由度剛体モデルの運動方程式とその解

構造物を図-1に示すような剛体モデルで考え, 座標の原点を重心の位置にとれば, 運動方程式は次のように表わされる<sup>1)</sup>。

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = -m \ddot{g}(t) \quad (1)$$

ここに,

$$m = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_\psi \end{bmatrix}$$

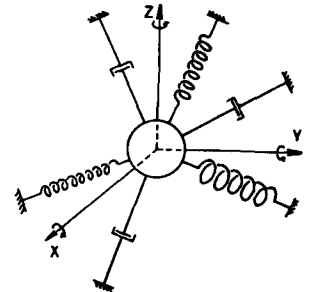


図-1 6自由度質点モデル

$$k(t) = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} & k_{x\theta} & k_{x\phi} & k_{x\psi} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} & k_{y\theta} & k_{y\phi} & k_{y\psi} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} & k_{z\theta} & k_{z\phi} & k_{z\psi} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta z} & k_{\theta\theta} & k_{\theta\phi} & k_{\theta\psi} \\ k_{\phi x} & k_{\phi y} & k_{\phi z} & k_{\phi\theta} & k_{\phi\phi} & k_{\phi\psi} \\ k_{\psi x} & k_{\psi y} & k_{\psi z} & k_{\psi\theta} & k_{\psi\phi} & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \quad \ddot{u}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{u}_x(t) \\ \ddot{u}_y(t) \\ \ddot{u}_z(t) \\ \ddot{u}_\theta(t) \\ \ddot{u}_\phi(t) \\ \ddot{u}_\psi(t) \end{bmatrix} \quad \dot{u}(t) = \begin{bmatrix} \dot{u}_x(t) \\ \dot{u}_y(t) \\ \dot{u}_z(t) \\ \dot{u}_\theta(t) \\ \dot{u}_\phi(t) \\ \dot{u}_\psi(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_x(t) \\ u_y(t) \\ u_z(t) \\ u_\theta(t) \\ u_\phi(t) \\ u_\psi(t) \end{bmatrix} \quad \ddot{g}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{g}_x(t) \\ \ddot{g}_y(t) \\ \ddot{g}_z(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

である。ただしマトリックス  $m$  では  $x, y, z$  軸回りの慣性モーメントのみを考慮し, 座標軸を剛体の慣性主軸に一致させ, 慣性相乗積を0としている。また回転運動を座標軸回りの角変位, 角速度, 角加速度の時間的変化で表現している。減衰力および減衰モーメントはそれぞれ速度と角速度に比例するものとしている。  $m$ : 剛体の質量 (  $\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$  )

$I_i$ :  $i$  軸回りの慣性モーメント (  $i = x, y, z: \text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}$  )

$c_i$ : 減衰係数 (  $i = x, y, z: \text{kg} \cdot \text{sec} / \text{cm}$  ,  $i = \theta, \phi, \psi: \text{kg} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm}$  )

$k_{ij}$ : 復元係数  $\begin{bmatrix} \text{kg} / \text{cm} & \text{kg} \\ \text{kg} & \text{kg} \cdot \text{cm} \end{bmatrix}$   $k_{ij} = k_{ji}$

$u_i(t)$  :  $i$  方向の相対変位 ( $i = x, y, z$  : cm),  $i$  軸回りの角変位 ( $i = \theta, \phi, \psi$  : radian)  
 $\ddot{g}_i(t)$  :  $i$  方向の地震動の加速度 ( $i = x, y, z$  : cm/sec<sup>2</sup>)

式 (1) は変位の項と時間の項に変数分離できないため、いわゆるモード解が得られない。そこでここではラプラス変換を使用し特性方程式を誘導し、固有値を求め、さらに逆変換して応答の式を導いた。固有値として6組の共役複素根、 $-\alpha_k \pm i\beta_k$  ( $k=1, 6$ ) が得られ、 $\alpha_k$  は減衰定数を、 $\beta_k$  は固有円振動数を表わしている。 $\alpha_k$  が一般に正の場合動的にも安定な解となる。

伝達関数マトリックス  $H(s)$  は特性方程式における行列式の逆マトリックスで表わせ、そのラプラス逆変換が変位インパルス応答関数マトリックス  $h(t)$  となる。それらの要素  $H_{1j}(s)$  および  $h_{1j}(t)$  は

$$H_{1j}(s) = \sum_k \frac{\gamma_{jk} s + i \delta_{jk}}{(s + \alpha_k)^2 + \beta_k^2}, \quad h_{1j}(t) = \sum_k \exp(-\alpha_k t) \left\{ \frac{1}{\beta_k} (\delta_{jk} - \gamma_{jk} \alpha_k) \sin \beta_k t + \gamma_{jk} \cos \beta_k t \right\} \quad (2)$$

で表わされる。そして運動方程式 (1) を解くと、変位、速度および絶対加速度 (角変位、角速度、角加速度を含む) の応答は

$$\begin{aligned} u(t) &= \int_0^t h(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau, & \dot{u}(t) &= \int_0^t \dot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + v(t) \\ \ddot{u}(t) + \ddot{z}(t) &= \int_0^t \ddot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + a(t) \end{aligned} \quad (3)$$

のように誘導される。ただし、速度応答には外力の加速度を含む  $v(t)$  が加わり、絶対加速度の応答には外力加速度をさらに時間微分した量  $a(t)$  が加わることになる。それらのうちの  $x$  要素のみを示すと、

$$v_x(t) = \sum_j \sum_k \gamma_{jk} \ddot{g}_j(t), \quad \dot{z}_x(t) = \sum_j \sum_k (2\gamma_{1k} \alpha_k - \delta_{jk}) \ddot{g}_j(t), \quad a_x(t) = \sum_j \sum_k \gamma_{jk} \frac{d \ddot{g}_j(t)}{dt}$$

で表わされる。周波数領域において振動系の特性を表わす周波数応答関数は式 (2) より、変位と加速度についてはそれぞれ次のように表わせる。

$$\begin{aligned} H_{1j}(i\omega) &= \sum_k \frac{\delta_{jk} + i \omega \gamma_{jk}}{\alpha_k^2 + \beta_k^2 - \omega^2 + 2i \alpha_k \omega} \quad (\text{変位}) \\ H_{1j}(i\omega) &= \sum_k \frac{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(2\gamma_{1k} - i \delta_{jk}) + i \omega (3\gamma_{1k} \alpha_k^2 - 2\delta_{jk} \alpha_k - \gamma_{jk} \beta_k^2)}{\alpha_k^2 + \beta_k^2 - \omega^2 + 2i \alpha_k \omega} \quad (\text{絶対加速度}) \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. 数値計算例および振動実験結果

室内実験に用いた円筒タンク模型の寸法および構造諸元を図-2 および表-1 に示す。これらを用いて特性方程式を解いた結果6個の固有周期を得、表-2 のような値になった。解析に用いた各係数は模型の寸法から計算したものをを用いて

表-1 構造諸元

$m = 2.45 \times 10^2$		[kgsec <sup>2</sup> /cm]
$l_x = l_y = 77$	$l_z = 60$	[kgsec <sup>2</sup> /cm]
$C_x = C_y = 5.0 \times 10^2$	$C_z = 5.0 \times 10^4$	[kgsec/cm]
$C_* = C_* = 5.0 \times 10^2$	$C_* = 1.0 \times 10^2$	[kgsec/cm]
$K = \begin{bmatrix} 17 \times 10^4 & 77 & -7.7 \times 10^4 & 7.7 \times 10^4 & 5.7 \times 10^4 & -1.9 \times 10^2 \\ & 15 \times 10^4 & -6.6 \times 10^4 & 7.8 \times 10^4 & 9.2 \times 10^4 & -2.4 \times 10^2 \\ & & 1.3 \times 10^2 & -5.2 \times 10^2 & -5.0 \times 10^2 & 8.9 \times 10^2 \\ & & & 4.0 \times 10^4 & -1.0 \times 10^4 & -5.7 \times 10^2 \\ & & & & 4.0 \times 10^4 & -5.8 \times 10^2 \\ & & & & & 1.6 \times 10^4 \end{bmatrix}$		

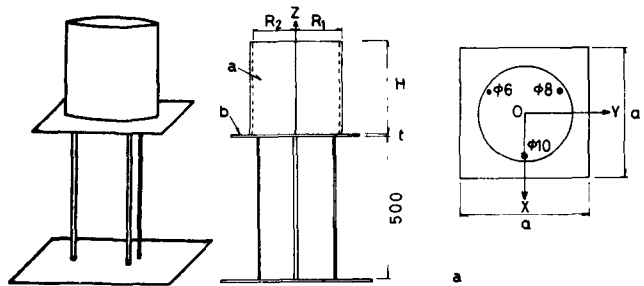


図-2 円筒タンク模型の寸法

表-2 6個の固有周期

0.3581916	0.1409836	0.0779315
0.2875229	0.0940584	0.0273843
[k(sec) K=1,6]		

a  
 $R_1 = 159.5$     $R_2 = 153.0$   
 $H = 320$   
b  
 $a = 450$     $t = 5$   
mm

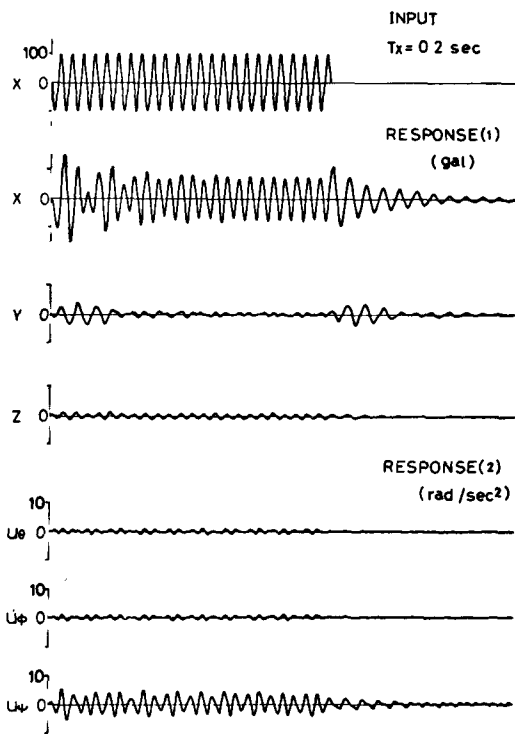


図-3 正弦波入力による応答解析波

いるが、測定できない係数は妥当と思われる値を仮定して使用した。

タンク模型の周期特性を調べるため、系に正弦波を入力させその応答解析を行ない、周波数応答関数を利用して応答倍率のスペクトルを求めた。図-3はx方向に周期0.2秒の入力波に対する応答波である。また図-4は三成分正弦入力波(三方向とも円振動数同じ、位相差なし、z方向の振幅は他のx,y方向の1/2)による各方向の加速度の応答倍率を(a)に、各軸回りの角加速度最大応答スペクトルを(b)に示した。長周期側より順に第1(0.36秒)、第2(0.29秒)、……共振点とすれば、第2,3共振点でx,y,z方向ともピークを示しているが、第1共振点ではy方向、第6共振点ではz方向のみがピークを持っている。(b)の角加速度については第3,4共振点にピークがあり回転成分が卓越することになる。

さて模型の振動実験においても、正弦波の周期を変えて入力させ、加速度計により応答波を記録した。図-5はその一部で上からx方向にそれぞれ0.29,0.32,0.50秒の正弦波を与えた場合の応答記録である。

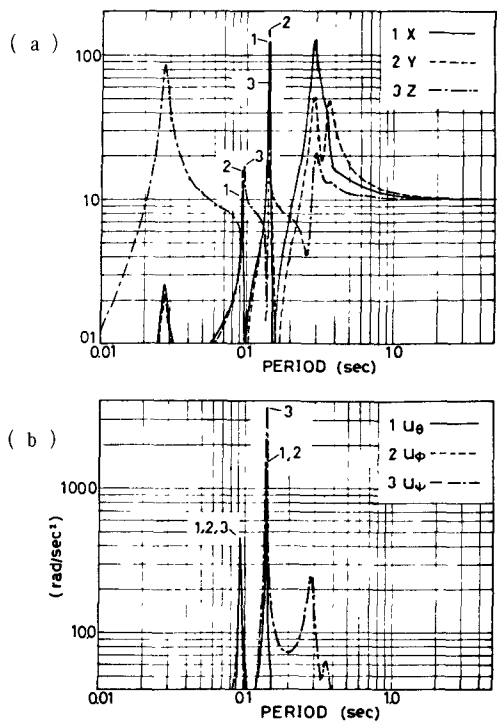


図-4 加速度応答倍率および最大絶対加速度応答スペクトル

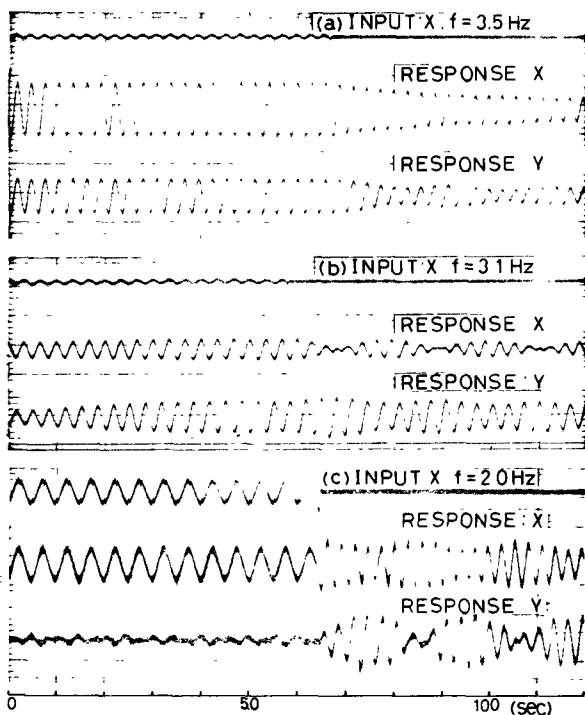
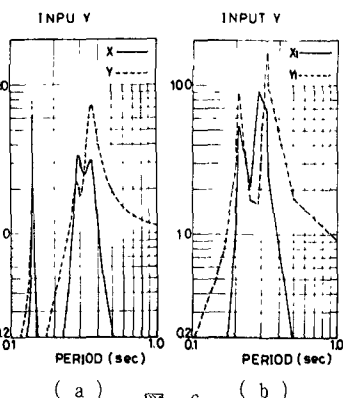


図-5 正弦波入力による実験記録波

図-6 は y

方向に正弦波  
入力し、その  
周期を変化さ  
せたときの絶  
対加速度の応  
答倍率を(a)  
理論、(b) 実  
験からそれぞ  
れ求めたもの  
である。



(a) 図-6 (b)

次に地震動

として 1968 年の十勝沖地震の八戸港湾での記録  
を用いて応答解析を行なったものを示す。図-7

(a)は加速度入力波三成分で、(b)は各方向の絶  
対加速度の応答波を示している。水平成分と z 軸  
回りの回転成分の応答波がかなり卓越している。  
それらのスペクトルは入力地震波約 1.0秒に対し  
て応答波はほとんど 0.29~0.36 秒付近が卓越す  
るものであった(省略)。

図-8 は両者のパワースペクトルから求めた応  
答倍率である。NS,EW方向は第1,第2 共振点が卓  
越しているが、UD 方向では特に卓越した周期成  
分はなく、入力波に近い応答波になっている。こ  
のことは図-4 の応答倍率スペクトルとも当然の  
ことながら一致するものである。

### 3. あとがき

三成分地震波入力によるタンク型構造物の応答  
を回転成分も含めて立体的に解析することができ  
、実験と比較することができた。

実際のプラント構造物においてもモデル化や構  
造諸元の決定などに十分な配慮がなされれば、か  
なり一般的な問題にまで応用することが可能であ  
る。札幌市内にある北海道ガス(株)の球形 LNG  
タンクの地震応答解析を試み、一部結果を得てい  
るが、それについては別途発表の予定である。

(参考文献)

- 1) 岩倉, 渡辺, 金子: 三成分地震入力波による  
構造物の地震応答解析の研究, 土木学会第33回年  
次学術講演会講演集 1978, 2) 谷口 修他: 振動  
工学ハンドブック(養賢堂), 3) 日本鉄道車両  
工業会: 防振ゴム, 4) 田川, 山田: 球形ガスホ  
ルダの振動実験と地震応答解析, 日本鋼管技報,  
No.69, 1976

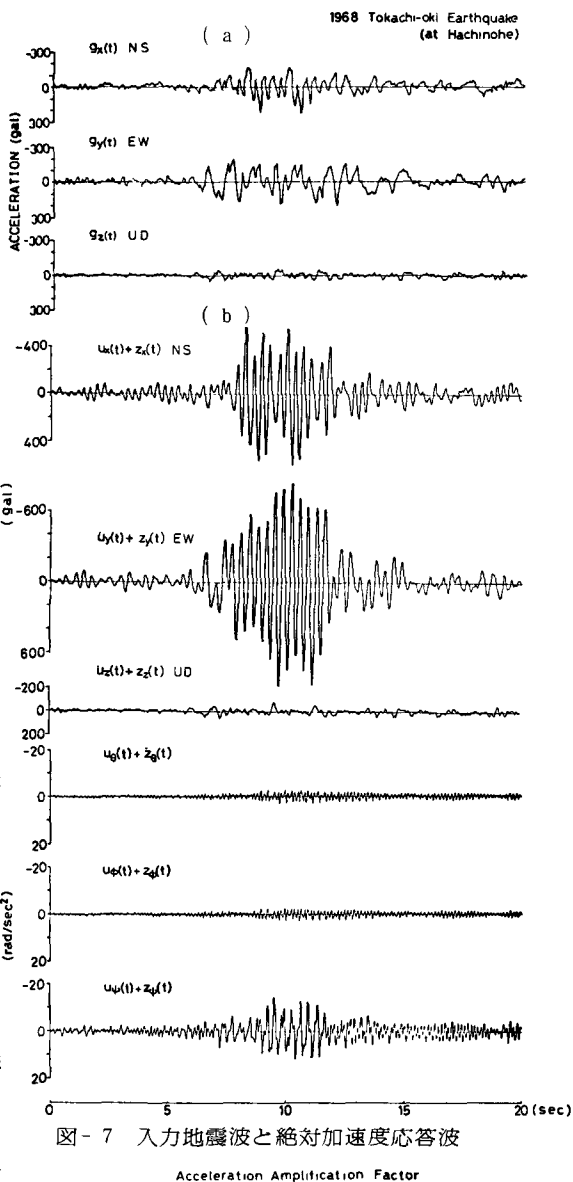


図-7 入力地震波と絶対加速度応答波

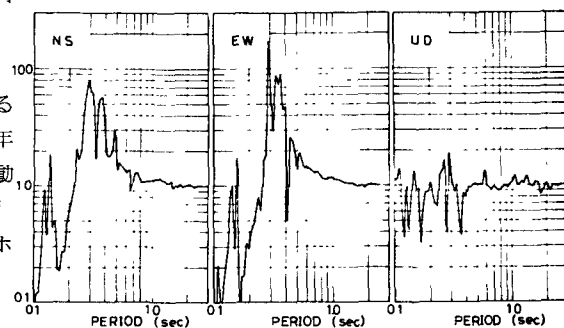


図-8 加速度応答倍率スペクトル