

1. まえがき

最近、地理的条件から高橋脚橋(図1)が軟弱地盤上にも深い杭基礎をもって建設される傾向にある。同構造物の地震時挙動の解明には、地盤一構造物系の動特性ならびに地盤振動の両者を考慮せねばならない。今回の報告は、橋軸直角方向の運動を対象とする。上記構造物は、それぞれに異なる特性の部分構造系より形成されているので、モデル化は、図2に示したような、粘弾性地盤中の杭、剛体フーチング、梁としてのピアの連成系となる。まず、多層地盤中の単杭の解析は、地盤反力を波動論より算定し、トランスフォーマトリックス法で解く。群杭基礎は、各杭頭での変形拘束条件を受けている。そして、この下部構造物と上部構造物(ピア部)との連成は動的サブストラクチャ法から定式化する。なお本論文では調和振動のみを取り扱っている。

2. 単杭解析

表層地盤内の杭の解析は、横振動と縦振動を独立させている。いま、基礎面において、地盤変位が $u_g = U_g e^{i\omega t}$ のとき、それぞれに対する運動方程式は

$$m_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + P_T(z, t) + E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} = -m_p \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$m_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} + P_L(z, t) - E_p A_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

ここに u_p = 杭の水平変位、 w_p = 鉛直変位、 $E_p I_p$ = 曲げ剛性、 $E_p A_p$ = 軸力剛性、 m_p = 単位長さ質量、 $P_T(z, t)$ と $P_L(z, t)$ は周辺地盤からの当該振動形態に対する反力である。この算定には、Tajimi²⁾ Novak & Nogami^{3), 4)} らによる粘弾性波動理論の手法を採用する。ただし横振動の場合、杭面とその周辺地盤の完全密着条件において、地盤は杭頭荷重(図3参照)と基礎入力という2つの異なるソースによる効果に注意しなければならない。これらを表層地盤の固有せん断振動モード $Z_k(z_j)$ で展開すると、 j -層内については、調和振動時に $P_T(z_j) = \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^p (\alpha_{kj}^p - \alpha_{kj}^s) Z_k(z_j)$ (3) $P_L(z_j) = \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^p Z_k(z_j)$ (4)

$$\text{ただし } \alpha_{h2j} = (1 + iD_{sj}) \left(\frac{h_{sj}}{V_{sj}} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{V_{sj}} \right)^2 \quad \alpha_{kj}^p = 2\pi r_{0j} u_j (1 + iD_{sj}) \frac{\bar{q}_{kj} K_1(\bar{q}_{kj} r_{0j})}{K_0(\bar{q}_{kj} r_{0j})} U_{kj}$$

$$\alpha_{kj}^s = \pi r_{0j} u_j \frac{4K_1(q_{kj} r_{0j}) K_1(s_{kj} r_{0j}) + s_{kj} r_{0j} K_1(q_{kj} r_{0j}) K_0(s_{kj} r_{0j}) + q_{kj} r_{0j} K_0(q_{kj} r_{0j}) K_1(s_{kj} r_{0j})}{q_{kj} K_0(q_{kj} r_{0j}) K_1(s_{kj} r_{0j}) + s_{kj} K_1(q_{kj} r_{0j}) K_0(s_{kj} r_{0j}) + q_{kj} s_{kj} K_0(q_{kj} r_{0j}) K_0(s_{kj} r_{0j})} U_{kj}$$

$$Z_k(z_j) \text{ は } \frac{\partial^2 Z(z_j)}{\partial z^2} + \left(\frac{h_{sj}}{V_{sj}} \right)^2 Z(z_j) = 0 \quad (5)$$

より境界条件 $\frac{\partial Z(z_j)}{\partial z_j} \Big|_{z_j=0} = 0$ $Z(z_N) = 0$ に対して求まる l 次固有振動モード形状、 h_{sj} はその固有振動数である。 α_{kj}^s は基礎入力による表層地盤のせん断振動 すなわち

$$u_j \frac{\partial^2 u_s}{\partial z^2} + \left(\frac{h_{sj}}{V_{sj}} \right)^2 u_s = -\rho_j \omega^2 u_g \quad (6)$$

の解を $Z_k(z_j)$ で展開した係数で $\alpha_{kj}^s = \frac{\alpha_k^g}{\{ (1 + iD_{sj}) \left(\frac{h_{sj}}{\omega} \right)^2 - 1 \}}$
ただし $\alpha_k^g = \sum_{j=1}^N \int_0^{H_j} \rho_j Z(z_j) dz_j$

U_{kj} は杭と密着する地盤の杭頭荷重による変位を $Z_k(z_j)$ で展開したと

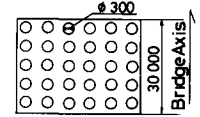
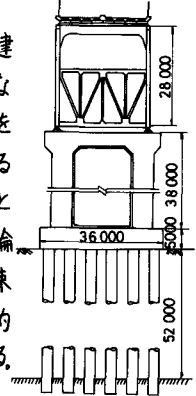


図1. 高橋脚橋例

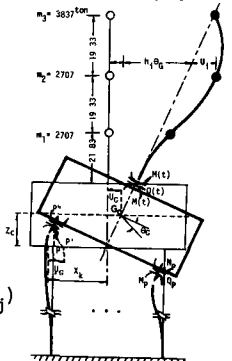


図2. 解析モデル

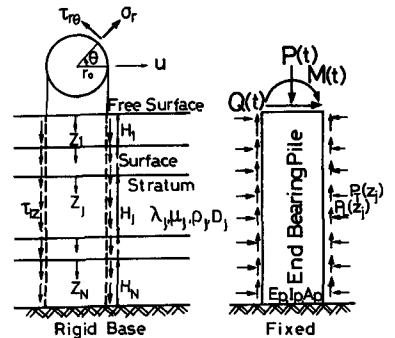


図3. 地盤と杭の関係

きの係数、 λ_j^* 、 μ_j^* は粘弾性体地盤のLame'定数で、 $R_{sj}^* = \mu_j^* / E_{sp} K_{xx}$ はせん断弾性係数 $D_{sj} = R_{sj}^* / R_{sj}^*$ 、 $D_{vj} = 2m\lambda_j^* / R_{sj}^*$ で本解析では地盤の内部減衰として $D_{sj} = D_{vj} = D$ として採用している。 $K_m(\cdot)$ は m 次の第2種変形Bessel関数を表わし、それらの変数 $q_k, s_k, \bar{q}_k$ は円筒座標表示によるNavierの波動方程式を変数分離したときの定数で、各 k に対して求まる。 k_0 = 杭半径

横振動に対する調和解は式(3)を式(1)に代入し、杭頭荷重による $U_p^0(z_j)$ と基盤入力による $U_p^g(z_j)$ の和として求めると、

$$U_p(z_j) = U_p^0(z_j) + U_p^g(z_j) \quad (7) \quad \text{そして}$$

$$U_p^0(z_j) = c_1 \sin \kappa_j z + c_2 \cos \kappa_j z + c_3 \sinh \kappa_j z + c_4 \cosh \kappa_j z - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_{h\ell j} U_{\ell j} z_{\ell}^2(z_j)}{E_p I_p \left(\frac{h_{\ell}}{V_{sj}}\right)^4 - \omega^2 m_p}, \quad U_p^g(z_j) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_{h\ell j} \alpha_{\ell j}^s + \alpha_{\ell j}^g \omega^2 m_p}{E_p I_p \left(\frac{h_{\ell}}{V_{sj}}\right)^4 - \omega^2} z_{\ell}(z_j) U_g$$

$$\kappa_j = (\omega^2 m_p / E_p I_p)^{1/4} \quad z = \sum_{i=1}^j H_i + z_j$$

係数 $c_1 \sim c_4$ は杭周辺の境界条件から決定される。式(7)より算出される変位(たわみ U_p 、たわみ角 Θ_p)および断面力(曲げモーメント M_p 、せん断力 Q_p)のベクトル $\{U_p(z_j)\}$ を同一層内の上面と下面でみると

$$\{U_p(0)\}_j - \{U_p^g(0)\}_j = [T]_j \{ \{U_p(H_j)\} - \{U_p^g(H_j)\} \} \quad (8)$$

ここで $[T]_j$ はトランスフォーマトリックスを表わし、その要素は式(7)から与えられる。杭の連続性を使て、式(8)を杭全長に適用していくと次式が得られる。

$$\{U_p(0)\}_1 = [T]^N \{U_p(H_N)\}_N + \sum_{j=1}^N [T]^{j-1} \{ -[T]_j \{U_p^g(H_j)\}_j + \{U_p^g(0)\}_j \} \quad (9)$$

ただし $[T]^N = \prod_{j=1}^N [T]_j$

縦振動に対する調和解は、式(4)を式(2)に代入して得られ

$$W_p(z_j) = c_5 \cos \bar{\kappa}_j z + c_6 \sin \bar{\kappa}_j z - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_{h\ell j} W_{\ell j} z_{\ell}^2(z_j)}{E_p A_p \left(\frac{h_{\ell}}{V_{sj}}\right)^2 - \omega^2 m_p} \quad (10)$$

ここに $W_{\ell j}$ は杭と密着している周辺地盤変位を $Z_{\ell}(z_j)$ で展開したときの係数、また $\bar{\kappa}_j = (\omega^2 m_p / E_p A_p)^{1/2}$ 、変位と断面力(軸力 N_p)のベクトルを $\{W_p(z_j)\}$ とすると、 j 層の上下面において

$$\{W_p(0)\}_j = [T]_j \{W_p(H_j)\} \quad (11)$$

となり、杭全体について横振動の場合と同様次式が得られる。

$$\{W_p(0)\}_1 = [T]^N \{W_p(H_N)\}_N \quad (12) \quad \text{ただし} \quad [T]^N = \prod_{j=1}^N [T]_j$$

以上を総合して、杭先端に固定条件を課すると、杭頭断面力と杭頭変位の関係が

$$\begin{Bmatrix} Q_p(0) \\ M_p(0) \\ N_p(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_p I_p}{H^3} F_{xx} & \frac{E_p I_p}{H^2} F_{x\theta} & 0 \\ \frac{E_p I_p}{H^2} F_{\theta x} & \frac{E_p I_p}{H} F_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_p A_p}{H} F_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_p(0) \\ \Theta_p(0) \\ W_p(0) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} U_g + \begin{Bmatrix} D_4 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} U_g \quad (13)$$

ここで $\{D\} = \{D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4\}^T$ は式(9)の第2項 $\sum (\cdot)$ を意味する。

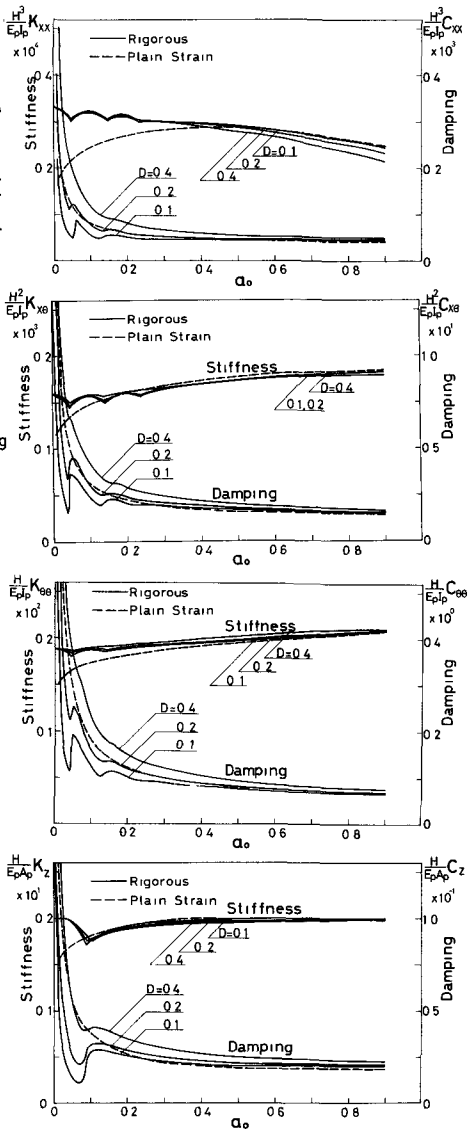


図4. 単位インピーダンス

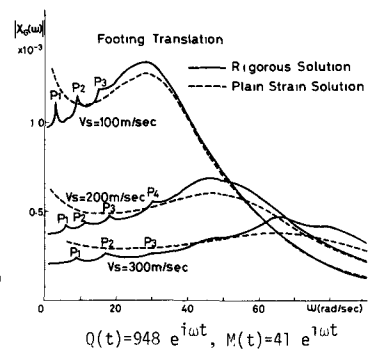


図5. 杭基礎応答

図3は 一樣表層地盤について、式(13)から求まる杭頭インピーダンス $[K_{pile}^*]$ を

$$[K_{pile}^*] = [K]_p + i\omega [C]_p \quad (14)$$

とて、等価剛性と等価粘性減衰係数として D をパラメータにして描いたものである。 D の値は通常の履歴減衰の2倍を定義しているが、これは強震時には、0.2~0.4位までなるといわれている。図3より地盤の効果は水平剛性に大きく貢献していることが判かる。また同図には、地盤反力算定に Baranov の平面歪解(表層地盤振動を考慮しない)を使用した近似解も併せて描いてある。無次元振動数 $\alpha_0 = \frac{V_p}{V_s}$ が 0.3 より小さい領域では、厳密解に表層地盤振動を反映した結果が現われている。それ以上の振動数領域では非常に滑らかではば一定値に留まっている。この領域では平面歪解は厳密解に良い適合を呈している。

3. 杭基礎解析

群杭およびフーチングから成る下部構造の運動方程式は、フーチング重心で並進 u_g と回転 θ_g の2自由度系として

$$[M]_F \ddot{u}_F + [C]_F \dot{u}_F + [K]_F u_F = \{F\}_F \quad (15)$$

ここに $[M]_F$ は質量マトリックスで、フーチング質量 M_F と重心に関する質量回転慣性の対角要素から成る。剛性マトリックス $[K]_F$ と減衰マトリックス $[C]_F$ はフーチングと接触している地盤反力を無視すれば

$$([K]_F + i\omega [C]_F) = \sum_{p=1}^{pile数} [\alpha]_p^T [K_{pile}^*] [\alpha]_p \quad (16)$$

と各単杭のインピーダンスを統合して得られる。また外力項は $\{F\}_F = [M]_F \{\ddot{u}_g\} + [\beta]_F^T \{R\} + [\alpha]_F^T \{F\}_s$ (17) ここに $[\alpha]_F^T$, $[\beta]_F^T$ はそれぞれ杭頭変形、およびフーチング天端変位をフーチング重心変位に変換するマトリックス、 $\{R\}$ は天端での断面力ベクトルである。

図4は一樣表層地盤の場合で、フーチング天端における上載加振のみによる応答である。同図より、上記状況下では、地盤-杭基礎系の振動特性が支配的で、地盤振動(同図の小さなスパイク)は二次的な量に留まっていることが判かる。これに反して、基礎入力の場合は、地盤振動(図5)にほとんど支配されている。

4 全体系解析

運動方程式を動的サブストラクチャー法から立てる。ピアー部(ガーダ部の質量を頂部に付加している)を有限要素法で有限点系に置換すると、図2を参照して

$$[M]_{sup} \ddot{x}_{sup} + [C]_{sup} \dot{x}_{sup} + [K]_{sup} x_{sup} = \{0\} \quad (18)$$

ここに $[M]_{sup}$, $[C]_{sup}$, $[K]_{sup}$ はそれぞれピアー部の質量

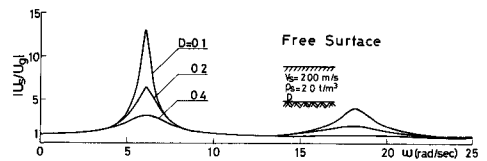


図6. 地盤応答、一樣地盤

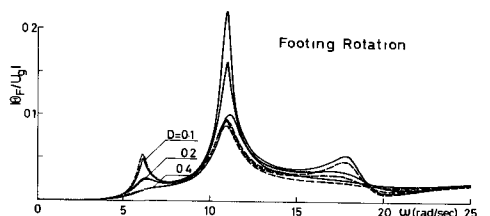
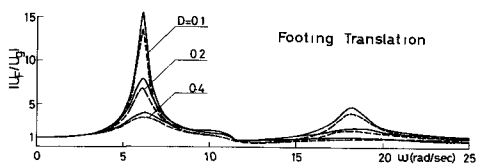
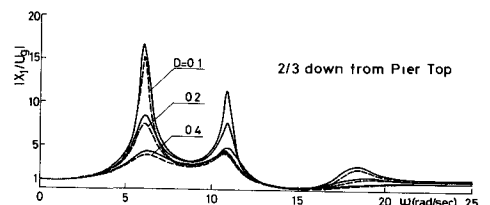
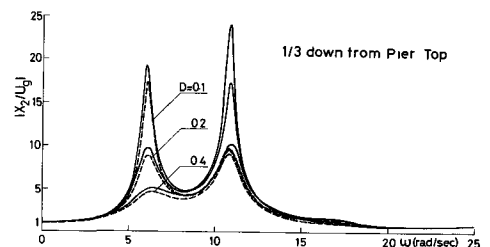
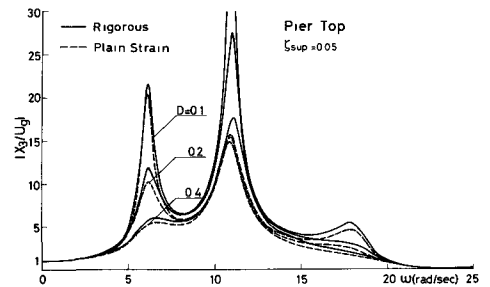


図7. 全体系応答、一樣地盤

減衰および剛性マトリックス, $\{u\}_{sup}$ は各節点のフーチング天端に対する相対変位, $\{x\}_{sup}$ は絶対変位で

$$\{x\}_{sup} = \{u\}_{sup} + [Y]\{u\}_F + \{1\}u_g \quad (19)$$

そして $\{u\}$ はフーチング変位のピアー部への応答寄与変換マトリックスである。上部構造と下部構造の連成振動は、式(15)と式(18)において、ピアー天端の力のつりあい式

$$[B]^T R = -[Y]^T [M]_{sup} \ddot{x}_{sup} \quad (20)$$

を用いてなされる。その結果

$$\begin{bmatrix} [M]_{sup} & [M]_{sup}[Y] \\ [Y]^T[M]_{sup} & [M]_F + [Y]^T[M]_{sup}[Y] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{sup} \\ \ddot{u}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]_{sup} & [0] \\ [0] & [C]_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{sup} \\ \dot{u}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K]_{sup} & [0] \\ [0] & [K]_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{sup} \\ u_F \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [M]_{sup}\{1\} \\ [M]_F + [Y]^T[M]_{sup} \end{bmatrix} \ddot{u}_g + \begin{bmatrix} \{0\} \\ [\alpha]_p^T \{F\}_s \end{bmatrix} u_g \quad (21)$$

$[C]_{sup}$ については、上部構造の各次固有モードが減衰定数 c_{sup} (一定)を有すると仮定した。

図6は、一樣地盤(例5)について、厳密解と近似解を応答倍率で比較したものである。採用した地盤の固有モード数は $l=30$ 。両者の解は地盤振動に起因する第1次と3次モードでは同程度のピーク値を有するが、地盤-構造系の第2次モードでは D の大きさで非常に異なる。このモードはフーチングの回転が関係しており、従ってその応答に占める割合は断面によって変化する。下部構造ではほとんど無く、上部構造の頂部で最大となる。近似解は $D=0.4$ になれば厳密解に近づく。図7は、表1に掲げる地盤について計算したものである。そのときの地盤振動解析における固有モード展開($l=30$)の精度を図6に示した。本解析では、表層地盤内の波動伝播のみを扱っているが、現実には表層から基盤への反射波の透過もあり、そのときは同図の細線となる。これは各層において $D=0.3$ の等価減衰になる。実際の地震動を対象とする場合は、フーリエ解析を通して $\bar{u}_g$ に求動の上記地下伝散を含めた $\bar{u}_g(\omega)$ を採用すればよい。図7より、表1の地盤特性では地盤-構造物系の振動モードにおいて厳密解は平面歪解よりわずかでわろるがピーク振動数が高く、地盤振動も多少鋭敏に反映されている。

5. おわりに

解析対象とした高橋脚橋では(i)下部構造は地盤振動に大きく支配され、一方(ii)上部構造には、地盤-構造物系の動的相互作用に起因するモード(フーチングの回転に由来している)が卓越してくる。

従って、これらの事実を踏えた耐震解析が必要である。

参考文献 (1)土木学会高橋脚橋梁耐震設計指針、高橋脚橋梁の耐震設計に関する調査研究報告書 昭52-3月 (2)Tajimi, H.: Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum, Procs. 4th WCEE, Vol. 3, 1969, pp. 53-69 (3)Nogami, T. & Novak, M.: Soil-Pile Interaction in Vertical Vibration, Int. J. Earthq. Eng. & Struc. Dyn. Vol. 4, 1976, pp. 277-293 (4)Novak, M. & Nogami, T.: Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration, Int. J. Earthq. Eng. & Struc. Dyn. Vol. 5, 1977, pp. 263-281 (5)Novak, M.: Dynamic Stiffness and Damping of Piles, Canadian Geotech. J. Vol. 11, 1974, pp. 574-598 (6)竹宮 司野: 地盤-基礎-上部構造物の動的相互作用について, 第5回日本地震工学シンポジウム, 1978, pp. 473-480

表1. 地盤特性^{a)}

SURFACE LAYER	DEPTH H_i (m)	SHEAR VELOCITY V_{si} (m/sec)	UNIT WEIGHT ρ_i (t/m ³)	DAMPING $D_i=2c_i$
1	2.5	84	2.05	0.332
2	5.7	56	2.05	0.608
3	4.0	172	1.85	0.154
4	2.6	205	2.05	0.210
5	3.3	253	1.90	0.134
6	6.3	184	1.90	0.168
7	7.0	269	2.10	0.202
8	9.2	315	2.20	0.188
9	6.0	326	1.90	0.138
10	7.0	484	1.90	0.110
BEDROCK		800	2.20	0.098
HALFSPACE				

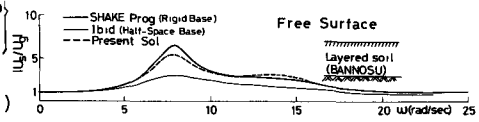


図8. 地盤応答, 層の別地盤

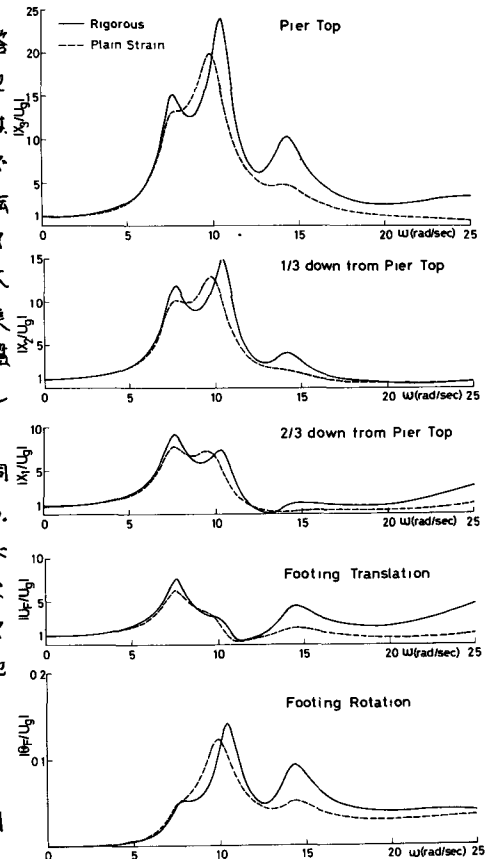


図9. 全体系応答, 層の別地盤