貯留液体～タンク～地盤の軸対称連成振動解析

(株) 日科技研電力情報センター　正 ○大阿久 聡
(財) 電力中央研究所　正 国生 剛治
同上　正 岩楯 敞広

1. まえがき

地盤～構造物連成振動解析には現在様々な手法が用いられているが、複素減衰を用いる複素応答法は、地盤減衰特性を良好に表現できること、要素レベルで減衰を変更できること、伝達境界を比較的容易に取付けられること等多くの利点を有しており、地盤～構造物連成振動解析の有力な解析手段の1つである。[1] 又地盤の非線形性の考慮という点では等価線形法による歪依存性の導入により、工学的に十分満足のできる結果を与えることが示されている。[2] 筆者らは既に「地下タンクの耐震性[3]」の研究で、軸対称モデルにこの複素応答法と等価線形法を適用し、実験との対比からこれらの解析手段が良好な結果を与えることを示した。本研究では更に手法を拡張し、液体～タンク～地盤連成系の解析を試みた。液体～タンク連成系解析の1つの手段として、液体部分に非圧縮性を仮定し、ラプラス方程式に支配される有限要素で近似し、連成させる手法があるが、耐震性の面からはあまり興味のない液体部分に多くの節点を設けねばならず、効率的とは言い難い。工学的には、液体部分を固定水と自由水とに分け、各々をバネマス系に表現したモデルが一般的に使用されている。このモデル化により一応はタンク壁にかかる衝撃圧項は近似できるが、このモデルの重大な欠点として、水平加振力によりタンク底にかかる上下衝撃圧項を表現できない恨みがある。この欠点をモデル化により救うため、タンク壁のバネマス系の取付け位置を高める手法が用いられるが、この手法はタンク底下部の剛性に依存し、特に高さに比して径の大きいタンクの場合に問題となる。本研究では、Chopra 他[4]がダム－水連成系解析に用いた dynamic substructure 法の手法により液体とタンクを連成させ、液体の衝撃圧とスロッシング圧には Housner[5] 及び柴田－曽我部[6]の理論式を用いた。すなわち、タンク壁には各節点の水平方向加速度に比例する衝撃圧及びスロッシング圧を加え、タンク底には基準点（タンク底中央）の水平方向加速度に比例する上下方向衝撃圧及びスロッシング圧を加えた。これら液体連成項の存在のため連立方程式の係数行列は一部非対称となるが、この非対称性は局所に限定され、大部分は対称行列の形を保持するため、対称ソルバと非対称ソルバを組合せ、本問題に関しては殆んど対称行列と同時間で解きうる手法を用いた。プログラムの基本的部分については、既報告[3]で検証されているため、衝撃圧及びスロッシング圧分布が理論式通り加えられていることを検証用例題を用いて検証した後、大型の地上タンクを本手法によりモデル化し、解析を試みた。

2. 解析理論

軸対称モデルに複素応答法と等価線形法を適用した解析理論は既報告[3]に詳細に記載されているため、本稿では簡単に記述するにとどめる。地盤－構造物連成系に基底加速度 $\ddot{z}$ が加えられた時の運動方程式は、

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = -\{m\}\ddot{z} \qquad (1)$$

で表わされ、ここで $[M]$ は質量マトリクス、$[K]$ は剛性マトリクスで $G^* = G(1-\beta^2,\ 2i\beta\sqrt{1-2\beta^2})$（$\beta$：減衰比）により減衰を含む複素剛性マトリクスであり、$\{u\}$ は変位ベクトル、$\{\ddot{u}\}$ は相対加速度ベクトルである。(1)式に複素応答法を適用する。すなわち、周波数 ω の加振に対し系は ω で追従するものとして、$\{u\} = \{u_0\}e^{i\omega t}$、$\ddot{z} = z_0 e^{i\omega t}$（$\{u_0\}$ は変位振幅ベクトル）を代入すると、

$$([K] - \omega^2[M])\{u_0\} = -\{m\}z_0 \qquad (2)$$

となる。入力地震動は一般にランダム波であるため、$\ddot{z}(t) = \sum z_n e^{i\omega t}$ によりFFT（高速フーリエ変換）を用いてフーリエ変換し、各フーリエ成分毎に(2)式を解き、周波数空間で得られた変位振幅を再び

FFTを用いて逆フーリエ変換することにより時間空間へ戻す。以上の基本手法は本研究においても同様に使用されている。次いで流体連成項の導入に入るが、その前にDynamic Substructure法を概説する。Fig 1の系の運動方程式は、

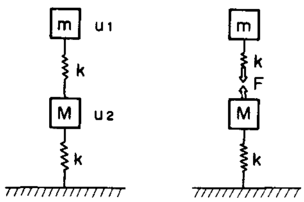

Fig 1 Dynamic Substructure

$$m\ddot{u}_1 + k(u_1 - u_2) = -m\ddot{z}$$
$$M\ddot{u}_2 + Ku_2 + k(u_2 - u_1) = -M\ddot{z}$$

$x = u_1 - u_2$ を代入し、変形すると、

$$m\ddot{x} + kx = -m(\ddot{z} + \ddot{u}_2)$$
$$M\ddot{u}_2 + Ku_2 = -M\ddot{z} + F$$

ここで $F = kx$ である。すなわち、伝達関数Fの導入により、多自由度連成系の一部をsubstructureとして扱うことが可能となる。従って流体連成項を含む運動方程式は、

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = -\{m\}\ddot{z} - F \quad (1')$$

ここでFは衝撃圧及びスロッシング圧を表わす流体連成項であり、(1')式に前と同様に複素応答法を適用すると、

$$([K] - \omega^2[M])\{U_0\} = -\{m\}\ddot{z} - \{F_0\} \quad (2')$$

$\{F_0\}$はタンク壁水平方向（R方向）、タンク底上下方向（Z方向）自由度にのみ非零項を有し、他の自由度成分は全て零である。タンク壁成分にW、タンク底成分にB、衝撃圧成分にI、スロッシング圧成分にSの添字をつけて表わすものとして、

$$\{F_0\} = \{F_W\} + \{F_B\}$$
$$\{F_W\} = \{f_I N_{IW} + f_S(\omega) N_{SW}\}(Z_0 - \omega^2\{U_{W0}\})$$
$$= \{G_W\}\cdot(\text{タンク壁R方向絶対加速度振幅})$$
$$\{F_B\} = \{f_I N_{IB} + f_S(\omega) N_{SB}\}(Z_0 - \omega^2 U_{Z0})$$
$$= \{G_B\}\cdot(\text{タンク底基準点R方向絶対加速度振幅})$$

ここで$\{G_W\}$はタンク壁R方向自由度のみに非零項を有し、$\{G_B\}$はタンク底Z方向自由度のみに非零項を有する。f_I, $f_S(\omega)$、N_{IW}、N_{SW}、N_{IB}、N_{SB} は以下で説明するとして(2')式の変形を続けると、

$$([K] - \omega^2[M])\{U_0\} - \omega^2\{G_W\}\{U_{W0}\} - \omega^2\{G_B\}U_{Z0} = -\{m + G_B + G_W\}Z_0$$
$$\therefore ([K] - \omega^2([M] + [G_W] + [G_B]))\{U_0\} = -\{m + G_B + G_W\}Z_0 \quad (3)$$

$$[G_W] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & G_W & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \qquad [G_B] = \begin{array}{c} \text{基準点R方向自由度} \\ \begin{bmatrix} 0 & \{G_B\} & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

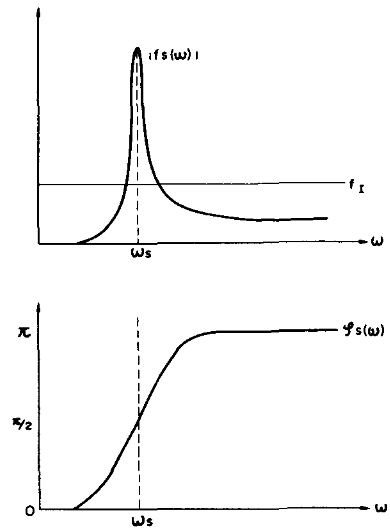

Fig 2

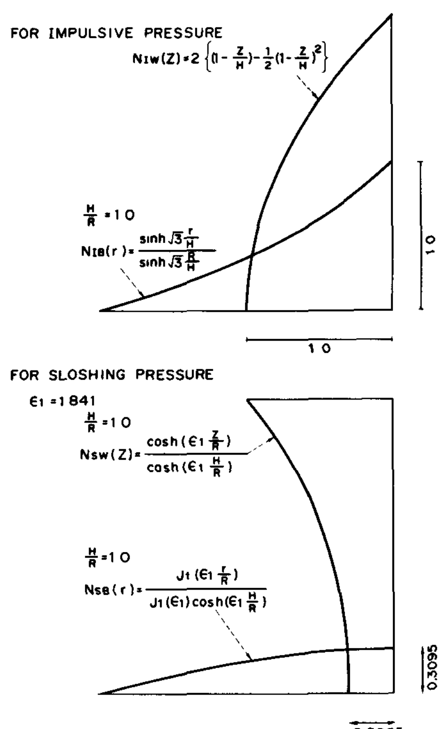

Fig 3

この(3)式は(2)式にG_W、f_Bの項を加えたものであり、(2)式と同様に解くことができるが、$[G_B]$の項があるため、すなわち水平動による上下圧力成分を表わす項があるため 結果として生じる係数行列は非対称となる。非対称ソルバは対称ソルバと比較して時間 メモリ両方の点で非常に不利となるため この場合の係数行列の非対称性が局所的であることに着目し、①非対称列を係数行列の最後に移項し ②最後の行と列を除いて通常の対称行列に適用されるLDL'分解を用い ③最後の行と列にのみ非対称行列のLDU分解を施した。この手法では①の移項により局所的にバンド幅が非常に大きくなるため 通常のバンド解法では非常に不利となるが、この点に関しては局所的なバンド幅の増加に影響されないアクティブ カラム法を用いているため問題とはならない。

3、 液体連成項

ここで液体連成の各項を説明する。 タンク径をR、液高をH、液比重量をγ、重力加速度をgとすると 衝撃圧係数f_Iは、

$$f_I = \sqrt{3}\,\gamma H/(2g)\cdot \tanh(\sqrt{3}\,R/H)$$

で表わされ 周波数依存性はないが、スロッシング圧係数$f_S(\omega)$は固有周期 ω_S 減衰率ηの1自由度振動系の共振曲線で、

$$f_S(\omega) = |f_S(\omega)|\,e^{i\varphi(\omega)}$$

$$|f_S(\omega)| = \frac{2\gamma}{g}\frac{R}{\epsilon^2-1}\frac{(\omega/\omega_S)^2}{\sqrt{(1-(\omega/\omega_S)^2)^2+(2\eta\,\omega/\omega_S)^2}}$$

$$\varphi_S(\omega) = \tan^{-1}\frac{2\eta\,\omega/\omega_S}{1-(\omega/\omega_S)^2}$$

ここでϵ_1は$J_1'(\epsilon)=0$を満たす最小の正の数で、約1.841である。f_I、$f_S(\omega)$をFig.2に示す。 壁部衝撃圧分布形N_{IW}，底部衝撃圧分布形N_{IB}、壁部スロッシング圧分布形N_{SW}、底部スロッシング圧分布形N_{SB}の式と形状をFig.3に示す。

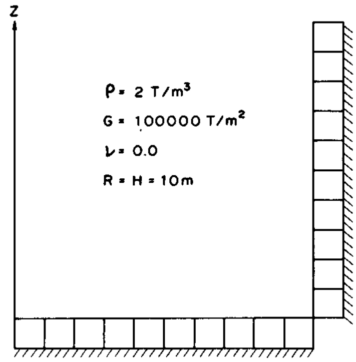

Fig 4

4. 解析例

本研究の理論によれば 衝撃圧及びスロッシング圧両方の影響を考慮したタンク～地盤連成系の解析が可能であるが、本稿では特に衝撃圧成分のみを含めて解析した例を示す。プログラムの基本的部分は既報告で検証されているため、まず検証用例題により衝撃圧分布が理論通り与えられていることも確認した。 検証用例題をFig.4に示す。 この系は発生した衝撃圧を定量的に検証するためポアソン比を0とし、又衝撃圧分布面の反対面は全て拘束して反力を発生させている。 この系に最大加速度0.2Gの振動を加えた時のHousnerの理論衝撃圧分布と要素内応力をFig 5に示す。衝撃圧分布の最大点付近で一致していない理由は、分布圧力荷重を節点に集中化しているためである。 なお この要素内応力は空タンク加震時の値で補正してある。この結果から理論値通りの衝撃圧分布が得られていることが理解できる。

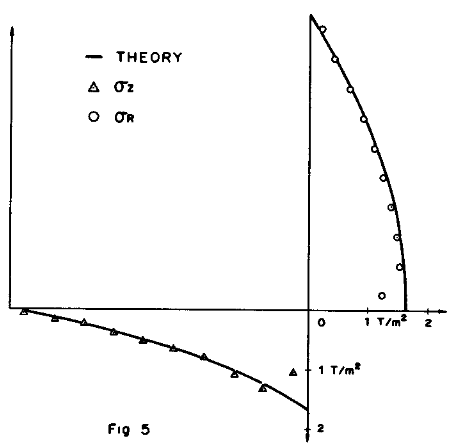

Fig 5

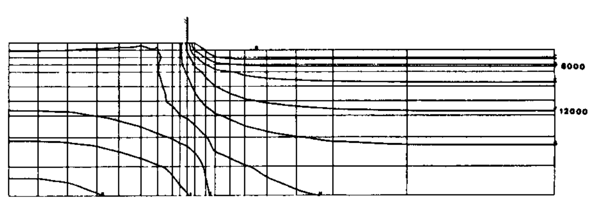

Fig 6 GO (T/M12)

次いで30000 kℓタンクを対象としたタンク～地盤連成系モデルを本手法により解析した。ここでは砂質系地盤を想定し、以下の方法により低歪G_0値を求めた。すなわち、①上載荷重である静水圧16.4 T/m²による静的応力解析を行ない上載荷重平均主応力$\sigma_e' = (\sigma_r + \sigma_z + \sigma_T)/3$を求め②$\sigma_m' = (1 + 2K_0)\sigma_v'/3$（但し$\sigma_v'$は自重による有効鉛直圧、$K_0$は静止土圧係数で0.5を仮定）より土の自重による有効拘束圧σ_m'を求め、③常時の拘束圧$\sigma_0' = \sigma_e' + \sigma_m'$を求め、④速度検層の結果から得られている$G_0$と$G_0 = C_0(\sigma_0')^{1/2}$から予め$C_0$を求めておき、⑤上記$C_0$と③の$\sigma_0'$から$G_0$の分布を決定した。得られた$G_0$の分布をFig. 6に示す。歪依存物性としては、Seed-Idrissのカーブを参考として基準歪$\gamma_r = 5.4 \times 10^{-2}$(%)の双曲線形を用いた。10(%)歪時の$h$には29%を用い、又$h$は2%以下にならないようにした。なお等価線形法に用いるピーク歪対有効歪の比率には一般的に用いられる0.65を使用した。入力地震動は最大加速度0.15Gに規格化したEl Centro '40 NS波である。解析にはIBM 3033を用い周波数1点当り2.3秒、全体で約500秒を要した。物性収束時の最大加速度分布をFig. 7に、最大せん断応力分布をFig. 8に、垂直方向応力(σ_z)分布をFig. 9に示す。Fig. 9から理解できるように、動的最大接地圧は最大約6T/m²で、静的接地圧16.4T/m²の約3分の1にとどまる。

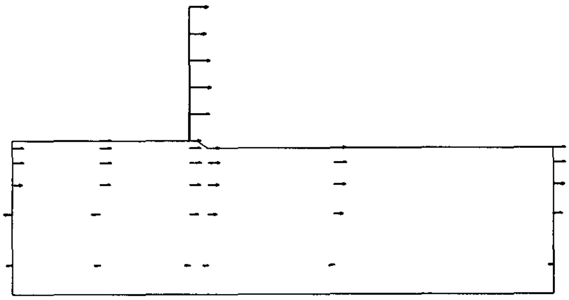

Fig 7 MAX ACCEL (G) —→0.50

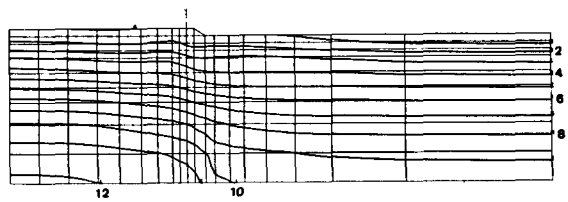

Fig 8 MAX SHEAR (T/MT2)

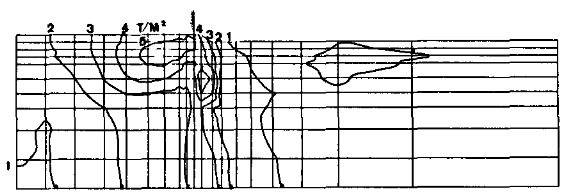

Fig 9 SIG Z (T/MT2)

5. 結論

本手法により、貯留液体～タンク～地盤系の連成振動解析が比較的かつ経済的に行なえる可能性が示された。本手法は、地震時タンク接地圧の決定、マウンド形状の安定性評価、地震時液状化を考慮した地盤改良範囲の決定等に多くの有効な判定基準を与え得ると思われる。

参考文献

(1) Lysmer 他「FLUSH」EERC 75-3
(2) 国生、岩楯「軟弱地盤の非線形震動特性についての模型実験と解析」土木学会論文集 1979年5月
(3) 岩楯、国生他「地下タンクの耐震性の検討」第5回日本地震工学シンポジウム 1978
(4) Chopra 他「EADHI」EERC 73-7
(5) Housner「Dynamic Pressure on Fluid Containers」1963
(6) 柴田 曽我部「円筒液体貯槽の液面動揺の応答」東大 生産研究 1974