

表層地盤の動反力係数とその埋設剛体基礎の動的復元力評価への応用

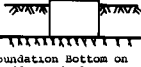
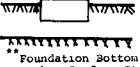
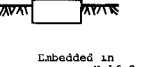
東京大学大学院 学生員 ○原田隆典 東京大学生産技術研究所 正員 久保慶三郎 正員 片山恒雄

1. まえがき 長大吊橋や原子炉建屋の動的耐震設計を行う時、基礎と現地の地盤状況に適した動的地盤復元力の予測が必要になる。基礎が小さくてほとんど地表に設置される場合には、深い所にある基礎層はあまり影響を与えないであろうが、大型で深く根入れされる基礎では、層の存在は無視できない。表-1は埋設円柱剛体基礎に関して過去に発表された数理モデルの一覧であるが、現実の基礎-地盤系の最も基本的な例として、次の3つの場合について整理されている。Case I: 表層地盤を貫ぬいて基礎底面が堅固な基盤に支持される。Case II: 表層地盤の中間に基礎底面が支持される。Case III: 半無限地盤に埋設される。この3つの基礎-地盤系は、弾性波動論(CAM)や有限要素法(FEM)により解析されるが、CAMの解は、基礎と周辺地盤の境界条件への厳密な取り扱いの難しさから近似解に限られる。近似解の主な仮定は、基礎底面と基礎周面の持する地盤と互いに独立な地盤とする点にある。すなわち、(1)基礎底面の地盤反力は埋込み土を除いた地盤の反力とする。すなわち、半無限または層状地盤の地表面上の剛体円板の解を用いる。そして、(2)全く剛な基礎と有する表層地盤または、無限地盤を仮定して、基礎周面の地盤反力を評価する。(3)基礎全体の復元力は、基礎底面と基礎周面の復元力の和で求める。

本論文では、弾性波動論を用いて、表-1 B欄に示す数理モデル-表層地盤の中間に基礎底面が支持され、水平と回転の連成振動モデル-を開発する。また、無限地盤を仮定して得られたNovakらの数理モデルとの比較を行なって、表層地盤の振動特性が基礎の動的復元力に与える影響を検討する。本論文で提案する数理モデルも上に述べた従来の仮定に従う近似解であるが、基礎周面の地盤復元力評価に特長がある。すなわち、表層地盤の振動特性を含んだ単位埋込み長さ当りの地盤復元力(表層地盤の動反力係数と呼ぶ)を定義した点である。表層地盤の動反力係数の定義によって、表-1の3つの場合(Case I~III)に対する数理モデルの可能性が示されたが、特に本論文の後半では、表層地盤の動反力係数を用いた表-1 B欄のモデルを提案する。更に、今までに得られている有限要素法の結果や野外の観測結果と比較し、本論文で提案する動反力係数と数理モデルの有用性を示す。

2. 表層地盤の動反力係数 基礎周面と地盤の摩擦のみによって決まる回転の動反力係数をとり上げて、基礎周面の地盤復元力評価に用いる動反力係数の基本的な考え方を説明する。解析に使用する主な仮定を次に示す。(1)剛な基礎を持つ表層地盤は、層型弾性体特性を有する線形粘弾性体である。(2)基礎は円柱剛体である。(3)基礎と地盤は完全に付着する。図-1に回転モードに対する基礎の変形と記号を示す。円柱基礎の変形は基礎で零、地表面で回転角 $\bar{\psi}$ と有し、その間

Table 1 List of Past Works on Dynamic Stiffness of Embedded Cylindrical Rigid Foundation

Surrounding Mathematical Model	Layered Medium with a Hard Base Layer				Half-Space Medium		
	Vibrational Effect of Surface Layer						
	Considered		Not Considered				
	Case I *	Case II **	Case I and II				
CAN	One DOF	Tajimi (1969) Toki, et al. ('77)	C	Novak, et al. (1972,1973)	Novak, et al. (1972,1973)		
	Two DOF	Harada,et al. (1978)	B	Novak, et al. (1972)	Novak, et al. (1972)		
FEM	One DOF	D	E		Lysmer, et al. (1969)		
	Two DOF	F	Kausel, et al. (1975)		Ulrich, et al. (1972)		
NOTE							
	* Foundation Bottom on Stiffer underlying Layer			** Foundation Bottom within Surface Stratum		Embedded in Half-Space	
One DOF=One Degree of Freedom System (Rocking, Swaying, Vertical, or Torsional Vibration)							
Two DOF=Two Degree of Freedom System (Coupled Swaying and Rocking Vibration)							
Categories B to F are those for which no previous study is available							

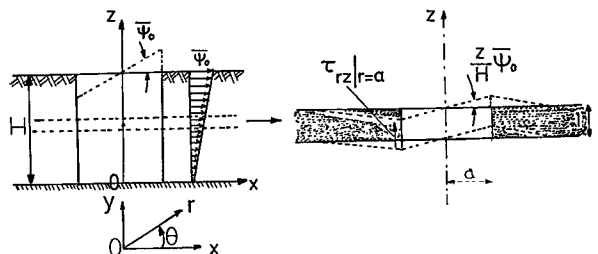


図-1 回転モードに対する基礎の変形と記号

を直線的に変形する。もちろん、このような基礎の変形は、実際のケーソン基礎や杭基礎では生じないから、本節の動反力係数をこの基礎の動的復元力評価に適用した際、その動的復元力は近似解となる。しかし、本論文後半での有限要素法や野外の実測結果との比較結果は、明らかに本節の動反力係数の有用性を示している。図-1で、表層地盤の水平振動変位を無視する($u=v=0$)と、円柱座標系による表層地盤の運動方程式は、

$$(G + G' \frac{\partial}{\partial t}) (\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}) + (\lambda + 2G + 2G' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

ここに、 λ と G はラメの定数で、 G' は G に対する粘性係数である。(1)式の解の中で、(a)基礎の変位が零、(b)表層地盤の応力が零、(c)水平方向無限遠での変位が零、の3つの境界条件を満たす解は、 A_n を積分定数として、

$$w = \sum_n A_n K_1(\alpha_n r) \cos \theta \sin \frac{n\pi}{2H} z e^{i\omega t} \quad , \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (2)$$

ここに、 $K_1(z)$ は第一種変形ベッセル関数で、 α_n は次式で与えられる。

$$\alpha_n = \frac{\pi}{2H} \sqrt{[(\nu_p/\nu_s)^2 + i2D] n^2 - (\frac{\omega}{\omega_g})^2} / [1 + i2D] \quad (3)$$

$$2D = \tan \delta = \frac{G'}{G} \omega$$

ここに、 ν_p と ν_s はP波とS波の位相速度で、 ω_g は表層地盤のせん断基本円振動数である。 $\tan \delta$ は地盤材料の履歴減衰定数で一般に0.05~0.5の値をとる。

図-1の基礎周面上の変形は、(4)式で与えられる(以後、 $e^{i\omega t}$ は省略する)。

$$w = \frac{z}{H} \bar{\psi}_0 a \cos \theta = \frac{8a}{\pi^2} \sum_n \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^2} \sin \frac{n\pi}{2H} z \quad , \quad n=1, 3, 5, \dots, N \quad (4)$$

基礎と地盤の境界の仮定(3)より、基礎周面 $r=a$ で(2)式と(4)式を等置すると、積分定数 A_n が求まる。更に、 $\tau_{rz} = (G + G' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial w}{\partial z}$ の関係式を用いて、応力 τ_{rz} を基礎周面上で積分すると、任意の点 z における地盤の反力モーメント $M(z)$ が得られる。そこで、地盤の反力係数は単位の基礎変位に対する地盤の反力で定義されるから、 z 点の動反力係数 $K_\varphi(z)$ は、 $K_\varphi(z) = M(z) / (\bar{\psi}_0 \cdot z/H)$ によって求まる。この $K_\varphi(z)$ の z 方向分布を計算すると、図-2のようになる。図-2には、振動数 $\frac{\omega}{\omega_g} = (0.0, 0.5, 2.0)$ の場合について、地表面($z/H=1$)の静的地盤係数で正規化した結果を示す。図-2から、地表面と基礎に極く近い部分を除けば、 $K_\varphi(z)$ の深さ方向の分布は、ほぼ一定と言える。地表面と基礎に近い部分で値が増加および減少しているが、これは、表層地盤の水平振動変位を零拘束したところおよび基礎の変位を基礎で零としたことによる。図-2の結果から、 $K_\varphi(z)$ の深さ方向分布をほぼ一定と見なすと、次式によって表層地盤の単位深さ当りの動反力係数 K_φ が定義できよう。

$$K_\psi \frac{\bar{\psi}_0}{2} = \frac{1}{H} \int_0^H M(z) dz \quad (5)$$

(5)式から、結局、(6)式で与えられる動反力係数を得る。

$$K_\psi = \frac{32Ga^2}{\pi^2} (1 + i2D) \sum_n \lambda_n \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^2} \quad (6)$$

$$\lambda_n = 1.0 + \alpha_n a \frac{K_0(\alpha_n a)}{K_1(\alpha_n a)}$$

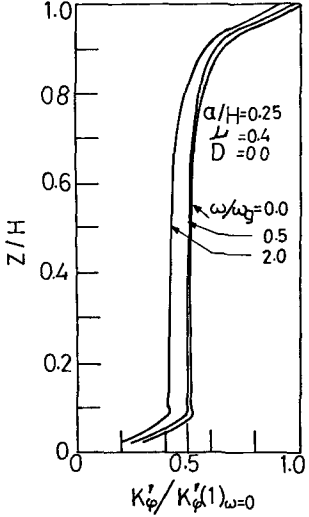


図-2 動反力係数の深さ方向分布

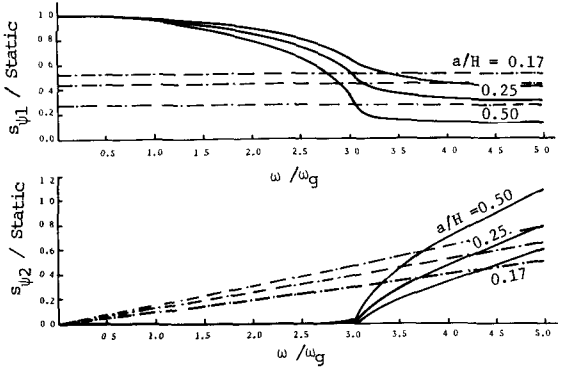


図-3 $s_{\psi 1}$ と $s_{\psi 2}$ の振動数特性および a/H による変化

(6)式で与えられる表層地盤の動反力係数は、また、次のように整理される。

$$K_{\psi} = G a^2 \left[s_{\psi 1} \left(\frac{\omega}{\omega_g}, D, \nu, \frac{a}{H} \right) + i s_{\psi 2} \left(\frac{\omega}{\omega_g}, D, \nu, \frac{a}{H} \right) \right] \quad (7)$$

ここに、 $S_{\phi 1}$ と $S_{\phi 2}$ は実数で、無次元複素ばね係数と呼ばれる。実部 $S_{\phi 1}$ は地盤の剛性を、虚部 $S_{\phi 2}$ は減衰特性を代表し、共に、(1)振動数 ω 、(2)地盤材料減衰定数 D 、(3)ポアソン比 ν 、(4)基礎の半径と表層地盤深さの比 a/H 、の関数である。図-3に、 $S_{\phi 1}$ と $S_{\phi 2}$ の振動数および a/H による変化の様子を実線で示す。また、比較のために、無限地盤の動反力係数に対するNovakの近似解と一点破線で示すが、両者の特性は、表層地盤の基本上下振動数 $\omega_p (\omega_p = \pi 15/2H = (15/16)\omega_g \approx 3.0\omega_g)$ より高い振動数範囲では、ほぼ一致していると言える。 $\omega < \omega_p = 3.0\omega_g$ では、両者に次のような差が見られる。(1)剛性 $S_{\phi 1}$ は振動数の増加に対して放物線的に減少し、Novakの解の2~3倍の値を持つ。(2)減衰特性 $S_{\phi 2}$ は極めて小さいが、Novakの解では振動数に比例した値を持つ。(1)と(2)の結果は表層地盤の振動特性によるが、特に、(2)の結果は、表層地盤を考えた場合、 $\omega < \omega_p$ の振動数範囲では、水平方向に伝播する波動が存在しないことを示している。同じ考え方によって水平モードに対する動反力係数が求まるが、その無次元複素ばね係数 S_{u1} 、 S_{u2} の様子を図-4に示す。 S_{u1} と S_{u2} の場合には、表層地盤の基本せん断振動数 $\omega_g (\omega_g = \pi 15/2H)$ の前後において、図-2と同様の傾向が見られる。なお、本節で示したと同じ考え方をを用いて、上下、それぞれの振動モードに対する表層地盤の動反力係数が求まるが、詳細は参考文献(2)を参照されたい。

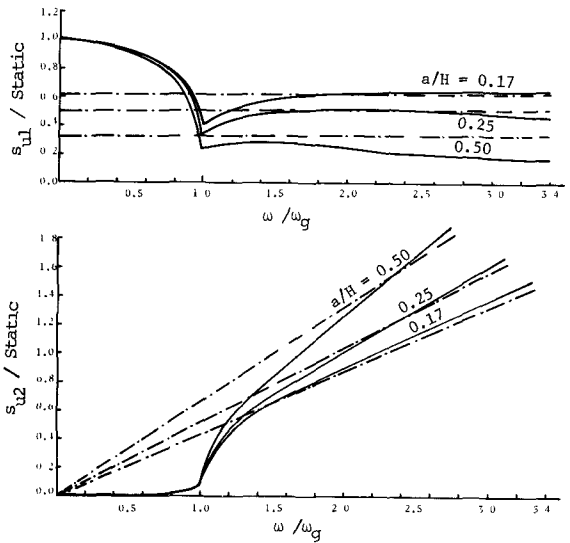


図-4 S_{u1} と S_{u2} の振動数特性および a/H による変化

3. 円柱埋設剛体基礎の動的復元力 Novak⁽³⁾によると、水平と回転の連成振動に対する円柱埋設剛体基礎の動的復元力は、(8)、(9)式で与えられる。(8)と(9)式をそのまま用いて、表層地盤の振動特性を含んだ動的復元力は次のようにして求められる。

(a)基礎底面の動反力係数 C_{ij} には、半無限地盤から得られる近似解⁽³⁾を用いるが、剛な基礎層が存在する場合には、基礎層の影響を考慮したKausel⁽⁴⁾の結果を用いる。一方、(b)基礎側面の S_{ij} には、2節の結果を使う。

4. 有限要素法および野外実測結果との比較

Kausel⁽⁴⁾のFEM結果と(8)、(9)式による結果の比較を図-5、6に示す。一点破線で、無限地盤から得られたNovakの近似解 $S_{\phi j}$ 、 S_{ij} (図-3、4の-

dynamic spring coefficients K_{ij} ,

$$\begin{aligned} K_{xx} &= G a \left[c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta s_{u1} \right] \\ K_{\psi\psi} &= G a^3 \left[c_{\psi 1} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta s_{\psi 1} + \frac{G_s}{G} \delta \left(\frac{\delta^2}{3} + \frac{Z_c^2}{a^2} - \delta \frac{Z_c}{a} \right) s_{u1} \right] \quad (8) \\ K_{x\psi} &= -G a \left[Z_c c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta \left(Z_c - \frac{1}{2} h \right) s_{u1} \right] \end{aligned}$$

and dynamic damping coefficients C_{ij} ,

$$\begin{aligned} C_{xx} &= \frac{G a}{\omega} \left[c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta s_{u2} \right] \\ C_{\psi\psi} &= \frac{G a^3}{\omega} \left[c_{\psi 2} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta s_{\psi 2} + \frac{G_s}{G} \delta \left(\frac{\delta^2}{3} + \frac{Z_c^2}{a^2} - \delta \frac{Z_c}{a} \right) s_{u2} \right] \quad (9) \\ C_{x\psi} &= -\frac{G a}{\omega} \left[Z_c c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta \left(Z_c - \frac{1}{2} h \right) s_{u2} \right] \end{aligned}$$

in which $\delta = h/a$ is embedment ratio and $c_{ij} (i=u, \psi; j=1, 2)$ is nondimensional dynamic stiffness for base of foundation, s_{ij} for side wall of foundation.

点破線)を(8)と(9)式に用いた結果を示すが、図-5, 6の3次のことが言える。

(1) 有限要素法の結果に見られる減衰係数の小さくなる低い振動数領域の再現なども含めて考えると、本論文の数値モデルはほぼ有限要素法と同等な結果を与えることができる。

(2) 高い振動数では、Novakの解も本論文の解もほぼ同様の結果を与える。

なお、振動数が零に近い部分で本論文のモデルによる減衰係数 C_{11} と C_{22} は極めて大きくなるが、これは、本モデルが履歴減衰定数を使ったからであり、この差は、応答計算結果にはほとんど影響しない。

更に、静的ばね定数の大きさをFEMの結果と比較する

図-7(a), (b)のようになる。破線は本論文の解を表すが、両者の対応のよいことがわかる。

図-5, 6で見られた減衰係数の小さい振動数領域に共振振動数を持つ基礎の起振実験結果との比較を図-8に示す⁽¹⁾。本モデルと実験値の対応はよいが、Novakのモデルは減衰定数を実際より過大に評価することがわかる。一方、図-9は、高い振動数領域に共振振動数を持つ基礎の起振実験結果との比較図であるが、この場合には、3者の対応はよいと言える。

図-5~9の結果を総合すると、次の結論が得られよう。本論文で提案した数値モデルは、有限要素法とほぼ同等の結果を与え、実験結果は限られるが、野村の実験結果ともよい一致を示した。

- (1) 原田 隆典, 久保隆二郎; Dynamic Stiffness and Vibration of Embedded Cylindrical Rigid Foundation, 第5回日本地震工学シンポジウム, 1978, pp401-408
- (2) 原田 隆典, 久保隆二郎, 山田雄雄; Dynamic Soil Reactions Including Dynamic Response of Surface Stratum, 土研研究, Vol. 31, No. 9~11, 1979 (in Press)
- (3) Beredugo, Y.O. and M. Novak; Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 9, 1972, pp477-497
- (4) Kausel, E. and J.M. Roesset; Dynamic Stiffness of Circular Foundations, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. EM6, 1975, pp771-785.
- (5) Johnson, G.R., P. Christiana and H.I. Epstein; Stiffness Coefficients for Embedded Footings, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. 67B, 1975, pp 189-202.
- (6) 日本建築学会, 建築物と土の相互作用に関する研究特別委員会, 原3号建築物と土の相互作用に関する研究, 1976, 9月。

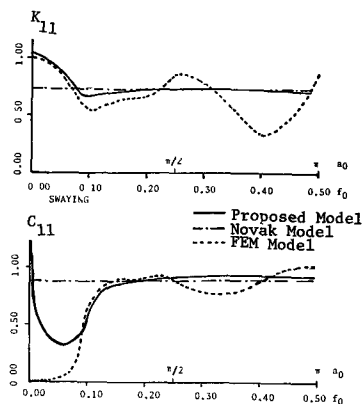


図-5 動的水平復元力のFEM結果との比較

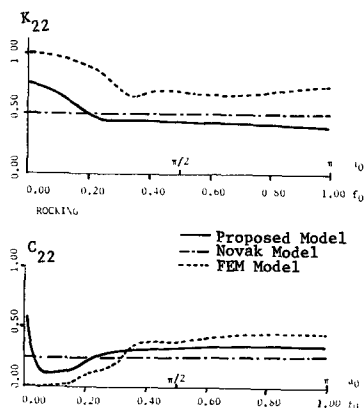


図-6 動的回転復元力のFEM結果との比較

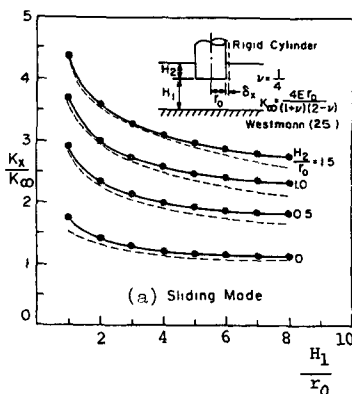


図-7 静的水平復元力のFEM結果との比較

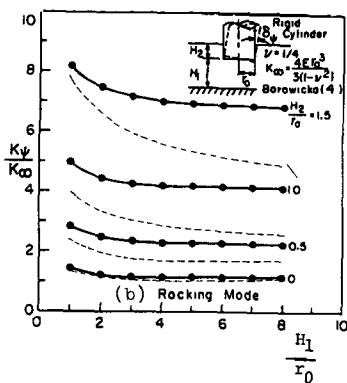


図-7 静的回転復元力のFEM結果との比較

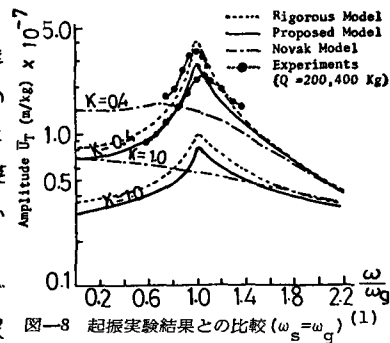


図-8 起振実験結果との比較 ($\omega_s = \omega_g$)⁽¹⁾

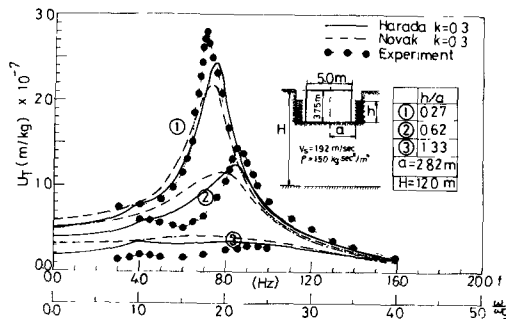


図-9 起振実験結果との比較