

斜め方向より入射する平面せん断波に対する地中埋設管の動的応答特性

新潟大学 正員○鶴岡憲三 正員 松野操平 古川組 若林正彦

1. まえがき

地震時埋設管運動に関する研究は多数なされており、その研究結果の一つとして地震時に埋設管に生じる軸歪は曲げ歪に比し卓越することが確かめられている。多くの研究では、最大軸歪は地震動の S 波もしくは表面波の部分により発生すると仮定し、入力波を管軸、管直角方向の 2 成分にわけ各成分について独立に解析を行なっているが管と地盤との動的相互作用を厳密に考慮した解析はあまりない。本研究では無限地盤内に埋設された無限長管を想定し、管軸に対して斜め方向から平面定常正弦せん断波が入射する場合と弾性波動論を用いて三次元的に考察した。その目的を列挙すると次のようになる。
 ① 管の曲げ歪、軸歪が平面 S 波によって同時に発生する場合と弾性波動論的に解析し従来の解析方法の妥当性を調べると共に理論計算を行なう
 ② 動的な地盤反力係数を導出し弾性床上の梁の振動問題に帰着させる
 ③ 具体例について計算を行ない他の文献の実験結果などと比較する。

2. 解析

2.1 入射波 図 1 のように管軸方向が z 軸に一致するように三次元座標系をとる。波の伝播方向は z 軸と角度 θ を成し、振動は xy 面内に生じるとする。伝播方向に沿う座標をとり xy 面内に直角座標をとると入射波は次式で与えられる。

$$u_g = u_{g0} e^{i(kz - \omega t)} \quad (2-1)$$

ここで u_g , u_{g0} , ω , θ は入射波の変位、振幅、波数、角振動数。

xy 面内に $r\theta$ 極座標をとると u_g の r , θ , ω 成分 $U_{R1}, U_{\Theta 1}, U_{Z1}$ は次式のようになる。

$$U_{R1} = u_{g0} \cos \phi \cos \theta \cdot E_1, \quad U_{\Theta 1} = -u_{g0} \cos \phi \sin \theta \cdot E_1, \quad U_{Z1} = -u_{g0} \sin \phi \cdot E_1$$

$$\text{ただし, } E_1 = e^{i(k \cos \phi \cdot r \cos \theta)} e^{i(k \cos \phi \cdot z - \omega t)} \quad (2-2)$$

$e^{i(k \cos \phi \cdot r \cos \theta)}$ を Bessel 関数で展開し整理すると (2-2) は次のようになる。ただし, U_{R1} のみ記す。

$$U_{R1} = u_{g0} \cos \phi e^{i(k \cos \phi \cdot z - \omega t)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{E_m}{\lambda} i^{m-1} \{ J_{m-1}(z) - J_{m+1}(z) \} \cos m \theta \quad (2-3)$$

ここで, $z = \omega \sin \phi \cdot r$; $E_m = 1$ ($m=0$), 2 ($m \neq 0$); J_m は m 次の第一種 Bessel 関数。

2.2 基礎方程式 円筒座標で表示した弾性地盤の運動方程式及び応力歪関係式より変位に関する基礎方程式は次のようにになる。ただし, r 方向についてのみ記す。

$$(A + \mu) \frac{\partial^2 U_R}{\partial r^2} + M \frac{\partial^2 U_R}{\partial z^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial U_R}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\Theta}{\partial z} \right\} - \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial U_\Theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial U_Z}{\partial z} \right\} = P \frac{\partial^2 U_R}{\partial z^2} \quad (2-4)$$

ここで, U_R, U_Θ, U_Z は地盤変位の r, θ, z 成分。入, μ はラメの定数。P は地盤の密度。

2.3 地盤振動変位の一般解 (2-4) を変数分離の方法によって解く。まず, U_R, U_Θ, U_Z が (2-5) のように展開されるものとし, (2-4) に代入して整理すると (2-6) のようになる。ただし, θ 方向についてのみ記す。

$$U_R = E_2 \sum_{m=0}^{\infty} U_{rm}(r) \cos m \theta, \quad U_\Theta = E_2 \sum_{m=0}^{\infty} U_{\theta m}(r) \sin m \theta, \quad U_Z = E_2 \sum_{m=0}^{\infty} U_{zm}(r) \cos m \theta \quad \text{ただし, } E_2 = e^{i(k \cos \phi \cdot z - \omega t)} \quad (2-5)$$

$$i \omega \cos \phi (\beta^2 - 1) \left\{ \frac{\partial^2 U_{rm}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U_{rm}}{\partial z^2} - \frac{m^2}{r^2} U_{rm} \right\} + \beta^2 \left\{ \frac{\partial^2 U_{\theta m}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U_{\theta m}}{\partial z^2} + \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{m^2}{r^2} \right) U_{\theta m} \right\} = 0 \quad (2-6)$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r U_{rm} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U_{rm}}{\partial z^2} = \sum_{m=0}^{\infty} \Delta_m(r) \cos m \theta \quad (2-7)$$

ここで, $\beta = \frac{v_p}{v_s}$; $v_p = \sqrt{\frac{A}{\rho}}$ = 地盤内 P 波速度; $v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ = 地盤内 S 波速度。

(2-6) の一般解のうち無限遠で 0 となるもとのみをとり, U_R, U_Θ, U_Z を算出し, 入射波 (2-3) を加えると地盤変位の一般解は (2-8) のように表かされる。

$$U_R = E_2 \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{m}{k \sin \phi} A_m H_m^{(1)}(z) + \frac{i \omega \cos \phi}{k \sin \phi} B_m H_m^{(0)}(z) - \frac{i m \cos \phi}{k \sin \phi} C_m \frac{\partial H_m^{(0)}(\omega)}{\partial z} + U_{g0} \cos \phi \frac{E_m}{2} \{ J_{m-1}(z) - J_{m+1}(z) \} \right] \cos m \theta$$

$$U_\Theta = E_2 \sum_{m=0}^{\infty} \left[-\frac{A_m}{k \sin \phi} \frac{\partial H_m^{(1)}(z)}{\partial z} - \frac{i m \cos \phi}{k \sin \phi} B_m H_m^{(1)}(z) + \frac{i m \sin \phi}{k \sin \phi} C_m H_m^{(1)}(\omega) - U_{g0} \cos \phi \frac{2 m}{\eta} J_m(z) \right] \sin m \theta \quad (2-8)$$

$$U_Z = E_2 \sum_{m=0}^{\infty} \left[B_m H_m^{(1)}(z) + C_m H_m^{(1)}(\omega) - U_{g0} \sin \phi E_m J_m(z) \right] \cos m \theta$$

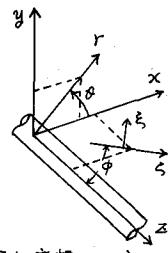


図 1 座標のとり方

ここで、 $\varepsilon^2 = (1 - \beta^2 \cos^2 \phi) / (\rho^2 a m^2)$; A_m, B_m, C_m は任意定数; $H_m^{(1)}$ は第 1 種 m 次の Hankel 関数。

2.4 地盤と埋設管との接触面における境界条件より導入 管体、横方向の曲げ振動に対しては Euler-Bernoulli 梁、軸方向の伸縮振動に対しては通常同一様断面棒であると仮定し、各々、横方向変位 u_p 、軸方向変位 u_a のみでその運動が表わせられるものとする。このような仮定は軟弱地盤内にある管の地震時響動解析に対して良い適用性をもつと考えられる。管の横方向・軸方向の変位は次のように表わせるものとする。

$$u_p = U_p e^{i(k \cos \phi z - \omega t)}, \quad u_a = U_a e^{i(k \cos \phi z - \omega t)} \quad (2-9)$$

管と地盤との間にすべりは生じないものとする、管外面上で次式が成り立たねばならぬ。

$$U_p = U_p \cos \theta, \quad U_\theta = -U_p \sin \theta \quad : r=a, \quad a \text{ は管外半径} \quad (2-10)$$

軸方向の管変位は管外面上の地盤変位の平均値で与えられるものとすれば、次式が成り立たねばならぬ。

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_z |_{r=a} d\theta = U_a \quad (2-11)$$

管の曲げによって外周上には軸方向の歪（曲げ歪）が生じる。この歪の項は次式を満足せねばならぬ。

$$-a \cos \theta \frac{d^2 u_p}{dz^2} = \frac{d U_z}{dz} |_{m=1} \quad : r=a \quad (2-12)$$

(2-10)～(2-12) より、すべて未定定数 A_m, B_m, C_m が決まる。

2.5 軸方向の運動を弾性床上の梁の振動問題に置き換える 管の軸方向単位長さあたりに作用する力を f_a とすると $\frac{f_a}{a} = \int_0^{2\pi} U_z |_{r=a} a d\theta = 2\pi a \mu \left\{ \frac{\partial U_z}{\partial r} + i k \cos \phi U_\theta \right\} |_{r=a} e^{i(k \cos \phi z - \omega t)} \quad (2-13)$

$$= -K_a [U_a + \sin \phi J_0(\eta_0) U_g \left\{ 1 - \frac{J_1(\eta_0)}{J_0(\eta_0)} \frac{H_0^{(1)}(\eta_0)}{H_1^{(1)}(\eta_0)} \right\}] e^{i(k \cos \phi z - \omega t)} \quad (2-14)$$

$$= -K_a [U_a + \sin \phi U_g] e^{i(k \cos \phi z - \omega t)} \quad (\eta_0 = k \sin \phi a \ll 1) \quad (2-15)$$

$$\text{ここで}, K_a = 2\pi \mu \left\{ \cos^2 \phi \frac{H_0^{(1)}(\eta_0)}{E_0 H_1^{(1)}(\eta_0)} + \sin^2 \phi \frac{H_1^{(1)}(\eta_0)}{E_0 H_0^{(1)}(\eta_0)} \right\} \quad (2-16) \quad \text{であり軸方向の動的地盤反力係数に相当する。}$$

(2-15) は $\frac{1}{a} > 20$ (L は波長) のとき 5 % 以下の誤差が成り立つ。管の軸方向の振動方程式は良く知られていくように

$$RA \frac{\partial^2 u_a}{\partial z^2} - EA \frac{\partial^2 u_a}{\partial z^2} = f_a \quad \text{ここで } R, A, E \text{ は管の密度, 断面積, ヤング率。} \quad (2-17)$$

となる。(2-9), (2-14) と (2-17) に代入し整理すると管の軸方向変位振幅 u_a は次のようになる。

$$\frac{U_a}{u_a} = -K_a \sin \phi J_0(\eta_0) \left\{ 1 - \frac{J_1(\eta_0)}{J_0(\eta_0)} \frac{H_0^{(1)}(\eta_0)}{H_1^{(1)}(\eta_0)} \right\} / \left[\frac{1}{2} (ka)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{ka}\right)^2 \right\} \left\{ \frac{E}{\rho \nu_s^2} \cos^2 \phi - \frac{R}{E} \right\} + K_a \right] \quad (2-18)$$

$$= -K_a \sin \phi J_0(\eta_0) \left\{ 1 - \frac{J_1(\eta_0)}{J_0(\eta_0)} \frac{H_0^{(1)}(\eta_0)}{H_1^{(1)}(\eta_0)} \right\} / \left[(ka)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{ka}\right)^2 \right\} \left\{ (1+\delta)^2 \frac{\mu'}{\mu} \cos^2 \phi - \frac{R}{E} \right\} + K_a \right] \quad (2-19)$$

ここで、 $K_a = K_a / (2\pi \mu)$; b は管の内半径; δ は管のボアソン比; μ, μ' は地盤、管のヤング率。

管の軸歪の振幅を E_a とすると $E_a / u_a / a = i k a \cos \phi \frac{U_a}{u_a}$ となる。⁵⁾ 入射波による地盤の軸方向変位振幅、歪振幅を U_a, E_a とするとき次の極限式が成り立つ。

$$\lim_{ka \rightarrow 0} U_a, E_a = 0, \quad \lim_{ka \rightarrow 0} U_a = U_g \sin \phi, \quad \lim_{ka \rightarrow 0} E_a = 0, \quad \lim_{ka \rightarrow 0} \frac{U_a}{U_a}, \frac{E_a}{E_a} = 1 \quad (2-21)$$

(2-21) の第一式は、管径に比して波長が短くなるにつれて管の変位、歪は 0 に近づくことを示し、第二、三、四式は波長が長くなるにつれて管は地盤と同一の変形をするようになり、また軸歪は 0 に近づくことを示す。

2.6 横方向の運動を弾性床上の梁の振動問題に置き換える 管の横方向単位長さあたりに作用する力を f_p とすると $f_p = \int_0^{2\pi} (\sigma_r \cos \theta - \tau_\theta \sin \theta) r=a a d\theta \quad (2-22)$ ここで、管は $r=r_0$ によっても曲げの力を受ける。

$$\tau_{rz} \text{ によって生じる単位長さあたりの曲げモーメントを } m_p \text{ とすると } m_p = \int_0^{2\pi} a^2 \cos \theta \tau_{rz} |_{r=a} d\theta \quad (2-23)$$

となる。以上の結果を用いると管の横方向の振動方程式は次のように表わせる。

$$EI \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} + RA \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} = f_p + \frac{\partial m_p}{\partial z} \quad (2-24)$$

(2-24) の右辺を計算すると比較的複雑になるが、曲げ歪は $\theta = 0^\circ$ のときに最大になると想われる。この場合の計算式を以下に示す。(2-24) を計算して整理すると次のようになる。

$$f_p + \frac{\partial m_p}{\partial z} = -\pi \mu (ka)^2 \left\{ \left[3 + 4 \frac{K_1(\alpha a)}{\alpha a K_0(\alpha a)} \right] (U_p - U_g) + U_g \right\} e^{i(kz - \omega t)} \neq -K_p (U_p - U_g) e^{i(kz - \omega t)} \quad (ka \ll 1) \quad (2-25)$$

ここで、 K_0, K_1 はオニシケン関数; $\alpha a = \frac{ka}{\sqrt{1-\delta}}$; δ は地盤のボアソン比である。

$$K_p = \pi \mu (ka)^2 \left\{ 3 + 4 \frac{K_1(\alpha a)}{\alpha a K_0(\alpha a)} \right\} \quad (2-26) \quad \text{は横方向の動的地盤反力係数に相当する。} (2-25) の右辺の近似式$$

は $\frac{L}{a} > 15$ のとき 5 % 以下の誤差が成り立つ。(2-9), (2-25) と (2-24) に代入して整理すると次のようになる。

$$\frac{U_p}{U_g} = \left\{ 2 + 4 \frac{K_1(\alpha a)}{\alpha K_0(\alpha a)} \right\} / \left[(\alpha a)^2 \frac{E}{4\rho v_s^2} \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} - \frac{1}{\rho} \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} + 3 + 4 \frac{K_1(\alpha a)}{\alpha K_0(\alpha a)} \right] \quad (2-27)$$

$$= \left\{ 2 + 4 \frac{K_1(\alpha a)}{\alpha K_0(\alpha a)} \right\} / \left[\frac{1+\sigma'}{2} \frac{K'}{K} \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} - \frac{1}{\rho} \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} + 3 + 4 \frac{K_1(\alpha a)}{\alpha K_0(\alpha a)} \right] \quad (2-28)$$

管の曲げ歪振幅を $E_p/U_g/a$ とすると $E_p/U_g/a = -(\alpha a)^2 \frac{U_p}{U_g}$ となる。

3. 理論計算と考察

3.1 無次元パラメータ 計算に必要な無次元パラメータは (2-19), (2-28) よりかかかるように $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho, \alpha a, \alpha, C_a$ (横方向は C_p) の 5つである。ここで、 $C_a = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} \frac{E}{\rho v_s^2}$, $C_p = \frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} \frac{E}{\rho v_s^2}$ であり管と地盤の剛性の比を表わす定数である。

3.2 入力データ 管材料はコンクリート、鋼、地盤の S 波速度は 50m/s, 250m/s; 地盤のボアソン比は 0.3, 0.495; 管の内外径比は 0.85, 0.95; の各 2 種類とした。地盤、コンクリート、鋼の密度は各々 1.8, 2.3, 7.86 g/cm³ とした。これらより条件より、各無次元パラメータを決定し、目的に応じて各パラメータの値を組合せ計算した。

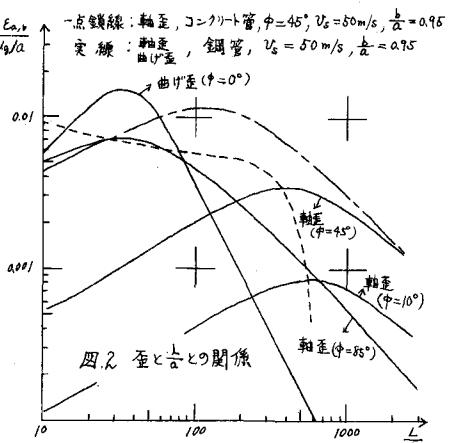
3.3 出力データと計算の目的 主な出力データは管の応答変位・歪である。計算の目的を列挙すると次の様になる。
① 地盤のボアソン比による管応答の変化
② 管の材質・内外径比による応答の変化
③ 入射角の相違による応答の変化 (特に軸方向について)
④ 軸歪と曲げ歪の大きさの比較
⑤ 管の慣性力の影響

3.4 計算結果と考察 計算及び考察の結果を列挙すると次の様になる。
① 地盤のボアソン比は管の変位・歪にあまり影響を及ぼさない。コンクリート、 $\frac{b}{a}=0.95, V_s=50m/s$ の場合、 $\delta=0.3$ 及び 0.495 のときの相違は軸歪が最大 4%、曲げ歪が 11% であった② αa が一定のとき管が軟かいほど (鋼よりコンクリート、もしくは $\frac{b}{a}$ が 1 に近いほど) もしくは地盤が硬いほど ($\frac{b}{a}$ が太いほど) 管と地盤は同一に動き易くなる③ 管の変位・歪は地盤の変位・歪を越えない④ $\frac{L}{a}$ が大 (αa が小) なれば (本計算例では、横方向の場合 $\frac{L}{a} > 100$ 、軸方向の場合 $\frac{L}{a} > 5000$)。ただし $\frac{L}{a}$ の値は全計算例の上限値) 管は地盤と同一に変形するとしてよい⑤ 管の慣性力は無視できる (誤差は 1% 以下) ⑥ 上述の①③⑤より埋設管の運動を表わすのに必要な無次元パラメータは通常、 $\alpha a, \alpha, C_a$ (横方向は C_p) の 3つで良いことになる。なお計算は $\frac{L}{a} > 5$ の場合について行った。

図.2 に、 $\alpha a=0.95, \delta=0.495, V_s=50m/s$ の場合について曲げ歪 ($\phi=0^\circ$) と軸歪 ($\phi=10^\circ, 45^\circ, 85^\circ$) の曲線を示す。曲線は対数グラフ上に描かれ横軸は $\frac{L}{a}$ である。同図には材料がコンクリートの場合 (軸歪、 $\phi=45^\circ$) の曲線も一点鎖線で示した。破線は種々の ϕ に対する軸歪曲線のピークを連ねたものである。図.2 などから次のようなことがわかった。
① 軸歪のピーク値は $\phi=45^\circ$ の軸歪は最大となる② $\frac{L}{a}$ が比較的小さいとき曲げ歪は軸歪より大となる。 $\frac{L}{a}$ が大きくなると軸歪が曲げ歪に比し卓越し、この傾向は $\frac{L}{a}$ が大ほど著しい③ $E_p^2 = 1 - \beta^2 \cos^2 \phi = 0$ 、つまり $\cos \phi = \cos \phi_{cr} = \frac{V_s}{U_p} = \sqrt{\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta)}}$ のとき E_p/U_g 及び $E_p/U_g/a$ は理論上 0 に収束する。 ϕ_{cr} は入射 S 波が管に当たって P 波が生ずるか否かを決める臨界角である④ 曲げ歪は比較的小さい $\frac{L}{a}$ で地盤と同じ運動を示す。軸歪はかなり大きな $\frac{L}{a}$ まで歪の低減作用を受ける⑤ 実地震に対する観測や人工起震による実験より管に生じる軸歪は曲げ歪に比し卓越することが報告されているが、本研究の仮定 (弾性論、平面 S 波、図 2 の諸データなど) そのまま認めるとすると地盤中に生じている波動の波長は 100a 以上であるといえ。100 という数字は与えられた条件や仮定によって異なるが、このような考え方では地盤内に生じる波動の伝播特性などを解明する一つの手がかりとなろう。

4. 他文献の実験結果との比較

埋設管の動的な実験は多數なされていており、ここでは桜井及青木の実験結果を参考して議論する。これら



の実験の解析は埋設管を弾性床上の梁として行なわれており、地盤反力係数として静的な実験より得られた値（推定値もしくは静的理論値の場合もある）を用いている。

4.1 静的な地盤反力係数を用いた場合と比較

図3、図4は文献内に掲載されている諸データを用いて軸歪($\phi=45^\circ$)について静的解と動的解とを比較したものである。低波長部分を除いて两者は比較的一致しているようである。低波長（高振動数）の部分で動的解が静的解より大きくなるのは、一般に振動数が大きくなると地盤の慣性抵抗が大きくなり余分に管を拘束するためである。両図には、埋設深度が浅い場合を考えて動的反力係数を $\frac{1}{2}$ とした場合も一点鎖線で示した。ただし、反力係数が大きいと軸歪も大きくなることから、 $\frac{1}{2}$ という低減は行なわぬ方が設計上は安全側の配慮となる。曲げ歪($\phi=0^\circ$)についても同様の比較を行なったが、低波長部分で動的解の方がかなり大きくなつた。変位・歪の実測値に対して、上述の動的方法と静的方法を適用してみたが、 $\frac{L}{a}$ が比較的大きいため目立つ差違は生じなかつた。

4.2 青木らの実験結果について 青木らの実験では、斜め方向試験（本研究の中 $=45^\circ$ の場合に相当）において管の曲げ歪、軸歪が予想よりもかなり大きくかつ減衰せずに（地盤内の伝播波は減衰しているのに）管内を伝播している点が問題となつてゐるが、本研究の範囲内では解明できなかつた。この点が解明された場合には、入力波の非定常性及び種類、管端での境界条件などについての検討が必要であると思われる。

5. 本研究の結果を適用できないいくつかの問題について

本研究の結果は、有限長管、曲管部分、弾塑性問題、入力波が表面波である場合などには、そのまま適用できない。しかしながら、有限長管や曲管部分に対しては本研究で導出した動的反力係数を用いて弾性床上の理論を適用して近似解を得ることは出来たのである。入力波が表面波である場合、例えばLove波である場合、入力波を $U_0 e^{ikz/c}$ (c はLOVE波速度)として同様な解析を行なうことができる。この場合入力波を横方向・軸方向の2成分に分け各々について二次元弾性波動論により解く方法も考えられ、本研究結果を軟計算を行なつたところ、特に軸歪に関して良い一致がみとめられた。ここれらについての報告は別途機会に譲る。なお最近、軸方向のスペリを考慮した研究が盛んであるが、弾性波動論により説明しうる範囲は比較的広いのではないかと考えている。

6. あとがき

本研究では入射波をS波と仮定したが、現実の問題として入射波を表面層のS波とするか表面波とするかによって管内に生じる歪の推定値は数倍以上異なることも考えられる。地震波の伝播特性の突明と共に地盤・埋設管・管動的観測結果の集積が望まれる。

本研究は東工大山口柏樹教授の指導のもとに行なわれてることを記し感謝の意を表します。また、本研究を進めるにあたり貴重な助言を頂いた東大伯野元彦助教授に感謝致します。

7. 参考文献

- 1) 梶井彰雄「地盤の震動解析に基づく埋設パイプラインの耐震性の研究」S.46.10
- 2) 青木、土田、林「沈埋トンネルの野外模型振動実験」港研報告第11巻第3号、1972.9.
- 3) 岡本、加藤、伯野「地中構造物に働く地震力に関する研究」土論第92号、S.38.4.
- 4) Mente, L.J., French, F.W. 「RESPONSE OF ELASTIC CYLINDERS TO PLANE SHEAR WAVES」 ASCE, EM5, Oct. 1964.
- 5) 後藤、土岐、高田「地中埋設管の動特性について」第12回地震工学研究発表会、1973.

