

模型実験からみられる単純系の動的復元力特性

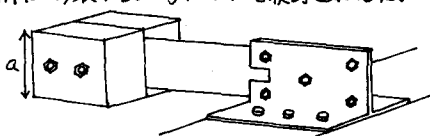
東京都立大学 正員 国井 隆弘
日本揮発油(株) 正員 有根 隆治

1. まえがき

構造物や構造部材の非線形動的応答に関する研究の多くは、準静的な実験結果に依るものや力学的モデルを仮定した動的数値解析である。本研究では単純系の模型を正弦波を起振する振動台上に設置し、種々の振動数及び振幅の入力のもとで、非線形振動実験を行ない、各々の動的復元力特性を求め、静的試験より求めた静的復元力特性と比較した。さらに、静的・動的復元力特性をモデル化し、非線形振動解析を行ない、応答計算結果を実験結果と比較検討することにより、非線形振動時の剛性及び減衰性の解析上の取り扱い方について検討を加えた。

2. 静的載荷曲げ試験及び非線形振動実験

(1) 模型及び静的載荷曲げ試験 図-1に示すような片持梁型式の模型のマスの中心に、図-2のような載荷装置を用いて交番繰り返し載荷を行ない、荷重-変位図(一例として図-3)を作製し、さらにその結果を基にして、教個の開いたループを取り出し各々、最大変位 δ_{max} 、面積 S 、等価剛性 k_e を求め、図-4・5に示すような「 $\delta_{max}-S$ 」の関係、「 $\delta_{max}-k_e$ 」の関係を求めた。



片持梁: 板厚 3.20 mm, 幅 44.90 mm
固定端からマスの中心までの長さ 180 mm

マス: 100×100×80(a方向)

図-1 試験体

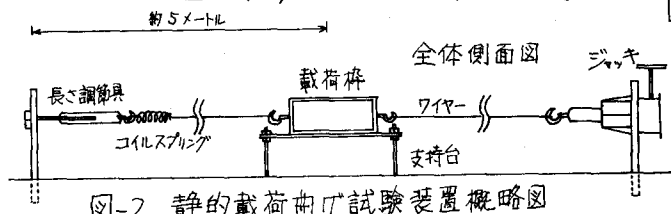


図-2 静的載荷曲げ試験装置概略図

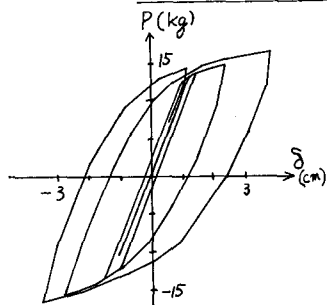
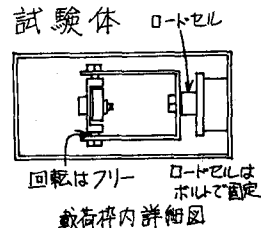


図-3 荷重-変位図

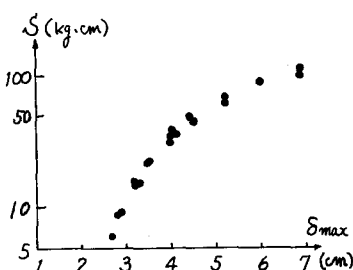


図-4 $\delta_{max}-S$ の関係

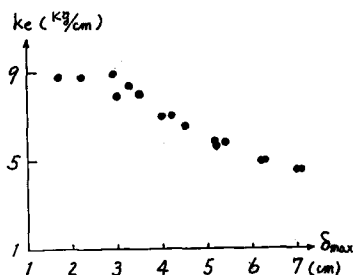


図-5 $\delta_{max}-k_e$ の関係

(2) 非線形振動実験 模型をチャンネル及びアングルを用いて振動台上にボルトで固定し、負点部と振動台上に加速度計、片持梁部の埋込端に全ゲージを設置し、又、負点の変位は図-6の装置を用いて測定を行なった。まず入力用の振動数は ω が

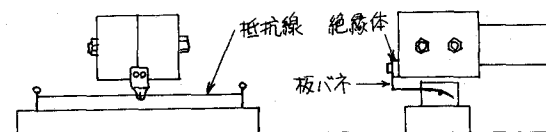


図-6 変位測定装置

0.7, 0.85, 0.90, 0.95, 1.00, 1.05, 1.20, 1.50 となるように決定した。次に、各々の ω に於いて線形振動実験を行ない加速度応答倍率を求め、それにより応答加速度が降伏加速度(2000gal)の1.25倍、1.75倍となるように入力の

振幅を決定し、非線形振動実験を行なった。振動中に質点に働く外力 P を式(1)により定義し、振動実験データより、各模型毎に動的復元力特性を求めた。(一例を図-7に示す)

$$P = -m\ddot{y} - 2h\omega_0\dot{x} \text{ ----- (1)} \quad \text{ここに、 } m: \text{質点の質量, } \ddot{y}: \text{質点の絶対加速度, } \dot{x}: \text{質点の相対速度,}$$

h : 自由振動実験より求めた減衰定数, ω_0 : 自由振動実験より求めた固有円振動数

振動実験により得られた線形及び非線形振動時の加速度応答倍率曲線を図-8に示す。図-8より、模型が非線形振動を生じることによって明らかに応答倍率は低下し、その低下率は応答が共振点に近づくほど、又、応答が大きくなるほど顕著になることがわかる。又、非線形振動による「共振点のずれ」の現象が現われている。これも応答が大きくなるほど著しいようである。

静的復元力特性の場合と同様に、動的復元力特性より「 $\delta_{max}-S$ 」の関係「 $\delta_{max}-k_e$ 」の関係を求め、結果を図-9・10に示す。図-9・10は、ばうつきが非常に大きく、又、各模型の最大応答もかなり異なっているため、振動数成分 ω/ω_0 をパラメータとした傾向は明確には現われていない。しかし、静的なもの(図-4・5)と比較すると、前者は δ_{max} が同じ値の場合、常に S は静的なものを下まわめるけれども、非線形振動時の減衰効果を示しているといえる。又、後者は δ_{max} が同じ値の場合、常に k_e は静的なものを上まわめることから、非線形振動を生ずることによって剛性が上昇することを示しているといえる。

3. ロッキング振動の影響

模型のマスは、相対的な大きさを持っているため、マスの重心回りの慣性モーメントを考慮してロッキング振動の影響について考えてみた。系の運動方程式は次の様に与えられる。

$$\begin{cases} m\ddot{y} + \frac{12EI}{l^3}y - \frac{6EI}{l^2}(l+l_1)\theta = 0 \\ J\ddot{\theta} + \frac{6EI}{l^2}(l+l_1)y + \frac{EI}{l^3}(4l^2+6ll_1+3l_1^2)\theta = 0 \end{cases} \text{ ---- (2)}$$

ここに、 l : 梁の長さ, l_1 : マスの軸方向長さ,
 J : マスの重心回りの慣性モーメント

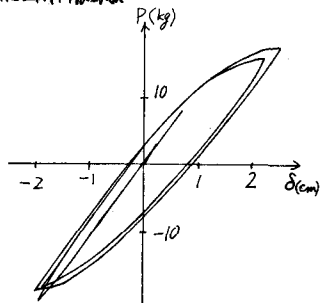


図-7 動的復元力特性

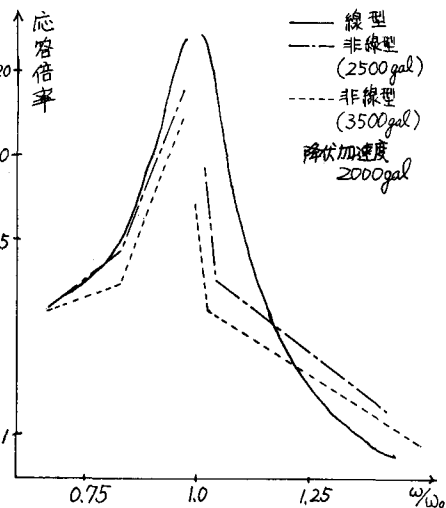


図-8 加速度応答倍率曲線

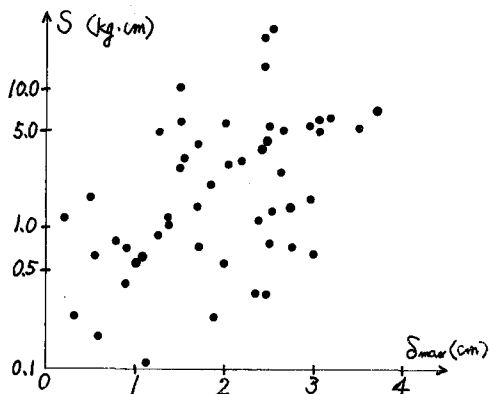


図-9 $\delta_{max}-S$ の関係

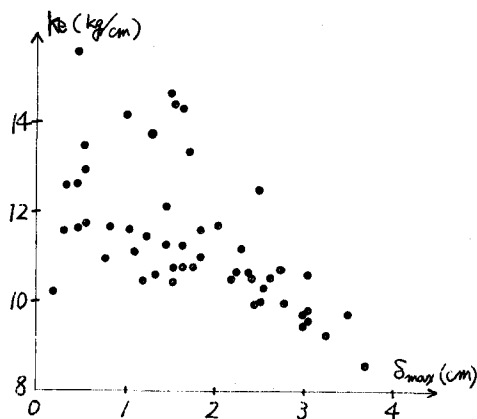


図-10 $\delta_{max}-k_e$ の関係

式(2)より、1次・2次の振動形を求め、外力(加速度入力)を $2000 \sin \omega t$ 、外力の振動数を 3, 7, 11, 15, 19, 23 Hz として、モーダルアナリシスにより、数値計算し、2次モードの全応答量に対する比を求めた。尚、計算はすべて弾性範囲内で行ない、計算時間は1秒とした。計算結果は表-1に示す。表-1より本研究では、ロッキング振動(2次振動)の影響は無視しても差がつかないと判断し解析では系を1自由度系として扱った。

表-1 2次モードの全応答量に対する比(%)

外力の種数 応答のorder		3Hz	7Hz	11Hz	15Hz	19Hz	23Hz
	Y_{max}	1.67 _{cm}	18.7 _{cm}	1.60 _{cm}	0.82 _{cm}	0.55 _{cm}	0.41 _{cm}
Y_{max} の 1/10以下	Y	0.296	0.042	0.449	1.303	1.294	1.507
	θ	2.918	0.403	4.095	14.42	10.90	12.41
Y_{max} の 1/10以上	Y	0.051	0.003	0.059	0.141	0.147	0.287
	θ	0.491	0.029	0.558	1.327	1.377	2.654

ここに、 Y : 水平変位の全応答量に対する2次モードの影響
 θ : 回転角の全応答量に対する2次モードの影響

4. 非線形振動の理論解析

(1) Bi-linear型復元力特性 Bi-linear型の復元力 $f(x)$ は、式(3)のように表わされる。

$$f(x) = (1-n)kx \pm n(X_y \mp X_0) \quad \text{---(3)}$$

ここに x : 変位
 X_0 : 速度が変化する位置の変位

実験より得られた復元力特性をBi-linear型に置換した。静的復元力特性より、降伏変位 $X_y = 1.30 \text{ cm}$ 、弾塑性傾斜率 $n = 0.0324 P_{max} + 0.3812$ (P_{max} は1周期毎の最大荷重)、弾性剛性 $k = 10.0 \text{ kg/cm}$ と決定した。動的復元力特性は模型毎に置換を行なったが、平均で $X_y = 1.34 \text{ cm}$ 、 $n = 0.547$ 、 $k = 10.2 \text{ kg/cm}$ となった。

式(3)より得られた復元力を運動方程式(式(4))の復元力項として採用し、応答計算を行なった。

$$\ddot{x} + 2h\omega_0 \dot{x} + f(x)/m = -\ddot{z} \quad \text{---(4)}$$

ここに h : 自由振動より求めた減衰定数
 ω_0 : 自由振動より求めた固有円振動数

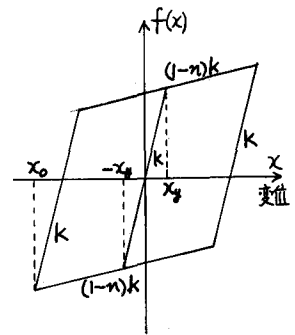


図-11 Bi-linear型復元力特性

(2) Jennings型復元力特性 Jennings型の復元力 $f(x)$ は、式(5)、(6)のように表わされる。

$$\text{Skeleton} \quad \frac{x}{x_y} = \frac{P}{P_y} + \alpha \left(\frac{P}{P_y} \right)^r \quad \text{---(5)}$$

Ascending branch, Descending branch

$$\frac{x \pm X_0}{2x_y} = \frac{P \pm P_0}{2P_y} + \alpha \left(\frac{P \pm P_0}{2P_y} \right)^r \quad \text{---(6)}$$

ここに、 α : 正の定数
 r : 正奇数の定数

降伏点はBi-linear型の場合と同一の値とし、静的復元力特性より $\alpha = 0.268$ 、 $r = 7$ と決定した。動的復元力特性は模型毎に置換を行なったが、平均で $\alpha = 0.0223$ 、 $r = 5$ となった。式(5)、(6)より得られた復元力を式(3)の復元力項として採用し応答計算を行なった。

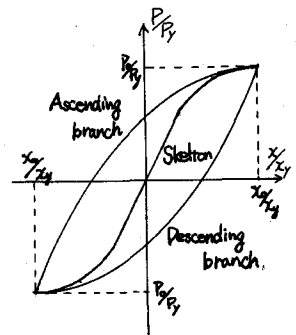


図-12 Jennings型復元力特性

(3) 等価線形化法 静的復元力特性、動的復元力特性より求めた「 $S_{max}-S$ 」の関係、「 $S_{max}-k_e$ 」の関係(図-4・5・9・10)を用いることにより、1周期内の最大変位 S_{max} を仮定すれば、 S と k_e が求まり、式(7)より等価粘性減衰定数 h_e が定まる。更に、自由振動実験から求めた模型の固有円振動数 ω_0 及び粘性減衰定数 h を用いれば、式(8)より解析に使用する減衰定数が決定され、等価剛性 k_e と合わせて用いて等価線形化法による1周期間の応答計算を行なう。このようにして求まった最大変位 D_{max} が仮定した S_{max} に収束するまで計算を繰

$$h_e = \frac{S(S_{max})}{2\pi k_e \lambda S_{max}} \quad \text{---(7)}$$

$$\text{ここに、} \lambda = \frac{\omega_0}{\omega_e},$$

h, ω_0 — 自由振動実験より求めた模型の粘性減衰定数及び固有円振動数

$$h' = \sqrt{\frac{k}{k_e}} h + h_e = \frac{\omega_0}{\omega_e} h + h_e \quad \text{---(8)}$$

り返した。収束条件は、 D_{max} と S_{max} の差が S_{max} の1%以内であるが否かで判断した。尚、応答計算はすべてRunge-Kutta-Jull法を用い、時間刻みは0.01秒とし、計算時間は、実験に於いて最大応答を示した時刻の1.5倍とした。

静的・動的復元力特性より求めた「 $S_{max}-k_e$ 」, 「 $S_{max}-S$ 」より S_{max} が3.0~5.0cmの時の k_e , S を求め、更に式(17)より h_e を算出した。その結果を表-2に示す。表-2より静的なものより求めた h_e は $S_{max} \geq 4.0$ でほぼ一定になるが、動的なものより求めた h_e は $S_{max} < 5.0$ では指数関数的に増加する。

しかし、 h_e は静的なものより求めたもののほうが、 $S_{max} = 3.0$ のときは約7倍、 $S_{max} = 5.0$ のときは約2倍と大きい。又、 k_e の値を比較すると、動的なものより求めたもののほうが、 $S_{max} = 3.0$ のときは約2割、 $S_{max} = 5.0$ のときは約4割大きい値を示している。

5. 実験結果と解析結果の比較

両者を比較するパラメータとして、変位、加速度の最大値(D_{max} , A_{max})及び、0.01秒毎の変位、加速度の自乗和($\sum D^2$, $\sum A^2$)の4種を選定した。これらのパラメータについて、各々縦軸に各模型の解析結果を実験結果で除した値をとり、横軸に ω/ω_0 をとったグラフを図13~16に示す。図13~16に用いた記号の説明は表-3に記す。図13~16より、共振点までは、 ω/ω_0 の増加とともに比は減少し、共振点以後は比は増加しているが変位をパラメータとしたもののほうが加速度よりも ω/ω_0 の影響をあまり受けていない。共振点付近では、特に比は大きく1を下回り、解析により応答を推測すると危険側の値を得ることになる。図15・16に於いて、 $\omega/\omega_0 = 0.97$ で比が1を大きく下回るのは、解析結果のうなりの周期が実験結果より短い為であり、逆にいうと、共振点付近の解析による応答の再現は非常に難しいということになる。動的復元力特性を用いた場合は、当然のことながら、静的の場合よりも良い再現性を示している。一般に静的復元力特性を用いた場合は危険側の値を示している。Bi-linear型復元力特性、Jennings型復元力特性及び単面線形化法は、それぞれ一長一短があり、任意の条件の下では優劣はつけ難い。

表-2

S_{max}	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	
(静的)	$k_e(\%)$	8680	8060	6940	6560	6180
	$S(g\cdot cm)$	8550	24790	35490	42240	50280
	$h_e(X)$	0.070	0.160	0.203	0.203	0.207
(動的)	$k_e(\%)$	10110	9730	9360	8980	8610
	$S(g\cdot cm)$	1470	3220	7050	15410	33720
	$h_e(X)$	0.010	0.017	0.030	0.054	0.100

表-3

○	静的 Bi-linear型を用いた解析結果
△	静的 Jennings型を用いた解析結果
◇	静的 $S_{max}-k_e$, $S_{max}-S$ を用いた解析結果
●	動的 Bi-linear型を用いた解析結果
▲	動的 Jennings型を用いた解析結果
◆	動的 $S_{max}-k_e$, $S_{max}-S$ を用いた解析結果

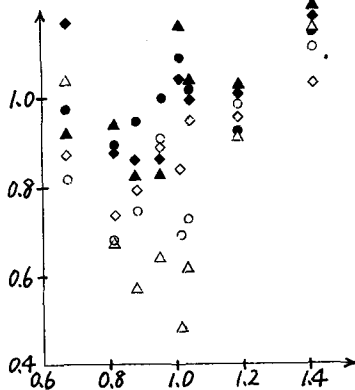


図-13 パラメータ D_{max}

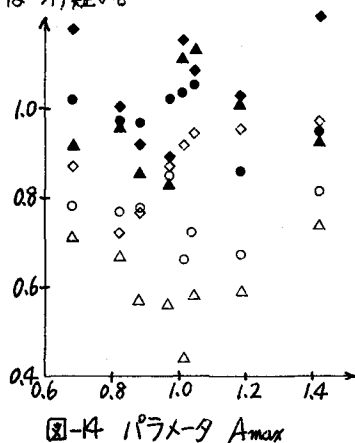


図-14 パラメータ A_{max}

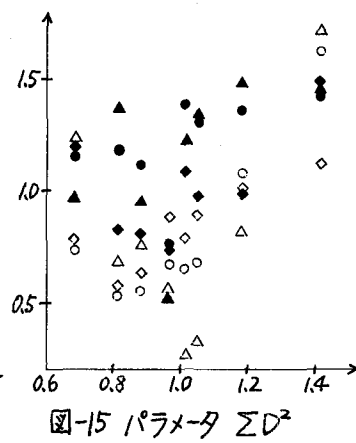


図-15 パラメータ $\sum D^2$

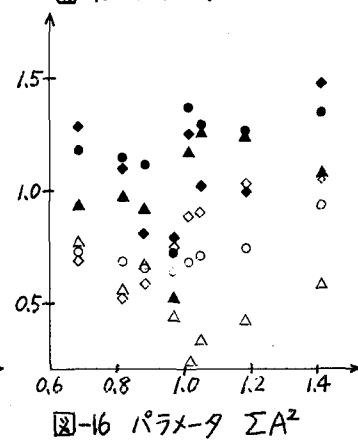


図-16 パラメータ $\sum A^2$