

ランダム塑性曲げ変形を受けるH型鋼の疲労性状

京都大学 正員 後藤 尚男 京都大学 正員 亀田 弘行
川崎製鉄 正員 小池 武 岡 組 正員 脇田 和哉

1. まえがき

本研究は、強震地震動を受ける土木構造物の安全性評価を信頼性理論に基づいて行うための基礎的研究として、地震時に数十回の塑性変形がくり返された場合の低サイクル疲労破壊の問題を取り扱ったものである。とくにここでは、ランダム荷重下での低サイクル疲労の寿命予測法を確立する目的で、正弦波による一定振幅試験で得られたS-N曲線を基礎に、ランダム荷重下での線形損傷則による疲労寿命推定値と強制ランダム波加振実験結果とを比較・検討することに重点が置かれている。

2. 実験の概要

S41 広幅H型鋼材 100×100×6×8 を供試体として用い、図1に示すようにスパン 1400 mm の単純梁の中央にくり返し集中荷重が加えられた。また塑性曲げ変形による局部座屈、横倒座屈の発生・進展を防止する目的で補剛材が挿入された。供試体の載荷・支持装置が図2に示されている。実験は変位制御で行われ、一定振幅試験における正弦波周波数は 0.5 Hz に固定され、強制ランダム波加振実験のランダム波入力力は、0.125 Hz～1.0 Hz の定常狭帯域ホワイトノイズが用いられた。

実験操作および測定は、図3に示すブロックダイアグラムに従って実施された。

低サイクル疲労破壊に対するS-N関係として、変位振幅を降伏変位で除した無次元変位振幅と破断回数との関係が採用された。ここで、破断回数はウェブにクラックの発生するのを目視で確認できた時点までの回数とした。

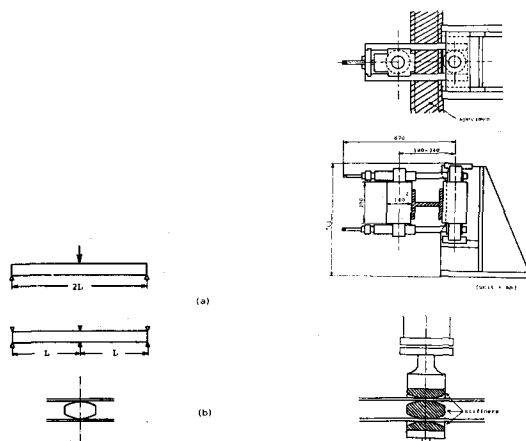


図1 (a) Test Piece and its Bending Mode, (b) Stiffeners.

図2 Schematic Diagram of Loading and Supporting Devices.

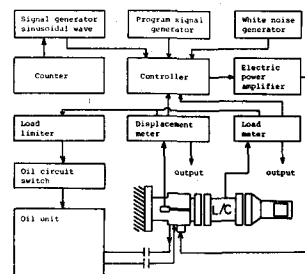


図3 Block Diagram of Testing Machine System.

3. 疲労寿命のばらつき δ_N

ランダムパワーあたりの疲労寿命 N と入力振幅 δ の関係が、次式で与えられているとする。

$$N \delta^\mu = C$$

(1)

ここで、 μ , C は材料定数。

新たな変数 $Y = \ln N$, $X = \ln S$ を使, て式(1)を書き直す。

$$Y = \alpha + \beta X \quad (2)$$

ここで, $\alpha = \ln C$, $\beta = -m$

疲労寿命 N の確率諸量は, 実験操作との対応から, 入力振幅 S が指定されたときの条件付平均値, 分散, 変動係数の形で与えられることになる。すなわち, 最小自乗法に基づく回帰分析結果によれば, Y の条件付期待値は,

$$E[Y|X] = \hat{\alpha} + \beta X \quad (3)$$

で与えられる。ここで, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ は α , β の最良推定値。

さらに, N のばらつきを変動係数 δ_N と定義すれば, δ_N は次式で与えられる。

$$\delta_N = \frac{\sqrt{\text{Var}[N]}}{E[N]} = \sqrt{\exp\{\text{Var}[Y|X]\} - 1} \approx \sqrt{\text{Var}[Y|X]} \quad (4)$$

$\text{Var}[Y|X]$ の最良推定値が Y の条件付不偏分散であることから, δ_N の最良推定値は, Y の条件付標準偏差で与えられる。

今, 入力振幅 S が, ランダムパラメータとしての降伏変位 X_Y と確定パラメータとしての無次元変位振幅 a とを用いて次式で与えられるとき,

$$S = a X_Y \quad (5)$$

疲労寿命の変動係数の推定値 $\hat{\delta}_N$ は, 信頼性理論の一次近似法に基づいて, 次式で評価される。

$$\hat{\delta}_N^2 \approx \delta_C^2 + \mu_a^2 \delta_{X_Y}^2 + \{ \mu_a \ln(\mu_a \mu_{X_Y}) \}^2 \delta_C^2 \quad (6)$$

材料が均一で, 降伏強度のばらつきが無視できる場合は, $\delta_{X_Y} = 0$ として次の関係が得られる。

$$\delta_N^2 \approx \delta_C^2 + \{ \mu_a \ln(\mu_a \mu_{X_Y}) \}^2 \delta_C^2 \quad (7)$$

従って, 真の疲労寿命のばらつき δ_N は, δ_N^* と $\hat{\delta}_N$ の間に位置するものと推測される。

4. ランダム疲労寿命の推定

4.1. 等価振幅

図4, 5は一定変位振幅試験及び強制ランダム加振疲労試験の実験結果に対するSN曲線であり, 図中の実線は疲労寿命 N の無次元振幅 a に関する回帰曲線である。とくに, 図5のランダム加振実験では, 無次元振幅として, 入力の r.m.s. 値を用いて σ_X/X_Y を採用し, 疲労寿命として所容時間 T を用いた。

表1は, それぞれの回帰曲線に関する回帰分析結果であり, 勾配 m の平均値がそれぞれ 2.502, 2.509 と非常に近接しているのがわかる。

今, $S = X/X_Y$ を式(1)に代入すると, SN曲線は次式で与えられる。

$$N(X/X_Y)^m = C \quad (8)$$

ランダム波加振実験についても同様にして, $S = \sigma_X/X_Y$ を式(1)に代入すると,

$$T(\sigma_X/X_Y)^{m^*} = C^* \quad (9)$$

すなわち指摘したように, ランダム波加振実験と一定変位振幅試験のそれぞれのSN曲線の勾配 m , m^* の値が, ほぼ等しいということから, ランダム入力の標準偏差と等価な一定サイン波振幅との対応関係が期待され, ここに, 次式で定義される等価係数 k を導入してその対応関係を調べることにする。

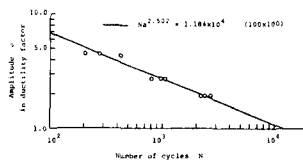


図4 SN Curve under Constant Cyclic Load.

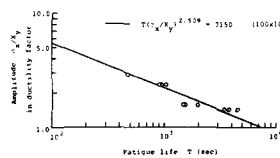


図5 SN Curve under Dynamic Random Load (σ_X = r.m.s. of displacement).

表1 Regression Analysis of Fatigue Test Results.

Loading pattern	C.O.V. of fatigue life δ_N	Mean value of material parameter, b μ_b	Mean value of material parameter, c μ_c	C.O.V. of material parameter, b δ_b	C.O.V. of material parameter, c δ_c	Correlation factor ρ
constant	0.206 (0.157, 0.373)	2.502	1.184×10^4	0.075	0.207	-0.981
random	0.296 (0.225, 0.514)	2.509	0.715×10^6	0.141	0.231	-0.926

$$X = \xi \sigma_X \quad (10)$$

式(8)に、式(10)を代入し、さらに $N = T\nu_0$ (ここで ν_0 は入力周波数の平均値) を代入すれば、

$$T\nu_0 (\xi \sigma_X / X_Y)^4 = C \quad (8)'$$

$\mu_{\xi} \approx \mu_{\xi}^* = 2.50$ とすると、式(9)と(8)'より

$$\xi = \left(\frac{C}{\nu_0 C^*} \right)^{1/2.50} = 1.51 \quad (11)$$

ここで、定常狭帯域ホワイトノイズ過程のピーク値が Rayleigh 分布に従うとき、その平均値が $\sqrt{\pi/2} \sigma_X = 1.25 \sigma_X$ に等しいが、たことを想起すれば、 ξ と ξ' の等価係数は $\xi' = 1.25$ であり、上述の実験結果は、若干大きな値であることがわかる。すなわち、もし実験値 $1.51 \sigma_X$ の代りに、ピークよりの理論推定値 $1.25 \sigma_X$ が、等価振幅として採用されれば、疲労寿命を数%過大に評価することになったかもしれない。

次に、実際のランダム過程の代りに等価振幅 $\xi \sigma_X$ を用いて、ランダム疲労寿命を推定しようとしたときの推定誤差を検討する。まずでは、疲労寿命のばらつきが、一定変位振幅試験で $\delta_N = 0.206$ 、ランダム波加振試験で、 $\delta_T = 0.276$ とランダム波加振の場合の方が大きな値を示した。以下の解析では、この差がランダム波形によるばらつきのみ依存しているものと仮定する。このとき、式(6)に従うと

$$\delta_N^2 \approx \delta_C^2 + \mu_{\xi}^2 \delta_{X_Y}^2 + \{ \mu_{\xi} \ln(\mu_{\xi} \mu_{X_Y}) \}^2 \delta_{\xi}^2 \quad (12)$$

$$\delta_T^2 \approx \delta_C^2 + \mu_{\xi}^2 (\delta_{X_Y}^2 + \delta_f^2) + \{ \mu_{\xi} \ln(\mu_{\xi} \mu_f \mu_{X_Y}) \}^2 \delta_{\xi}^2 \quad (13)$$

上述の仮定より

$$\delta_T^2 \approx \delta_N^2 + \mu_{\xi}^2 \delta_f^2 \quad (14)$$

とすると、

$$\delta_f \approx 0.085 \quad (15)$$

すなわち、このことは等価振幅 $\xi \sigma_X$ に対応する一定振幅時の疲労寿命からランダム疲労寿命を推定しようとするとき、等価係数 ξ を採用することによるばらつきは 0.085 であることを意味している。なお、この等価振幅による疲労寿命の推定誤差は、ランダム疲労の回帰曲線と比較して 17% である。

4.2 ランダム変位過程の損傷度評価

ここでは、ランダム疲労寿命の線形損傷則による推定値と実験値とを比較することを目指す。

図6は、強制ランダム疲労実験の変位出力過程を示したものであり、図7は、ランダム波 $X(t)$ の一部である。 X_i と X_{i+1} は、それぞれ山から谷への振幅、谷から山への振幅を示している。今、半波 X_i による損傷度を次式で定義する。

$$d_i = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{X_i}{2X_Y} \right)^4}{C} \quad (16)$$

図8は、図6のランダム波形の中から上述の X_i (山から谷)、 X_{i+1} (谷から山) をそれぞれの時刻で取り出し、符号とともに図示したものである。図9は、得られた X_i を式(16)に代入して得られた損傷度の累積状況を示したものであり、この

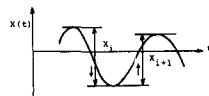


図7 Definition of Height of Peak X_i and Trough X_{i+1} .

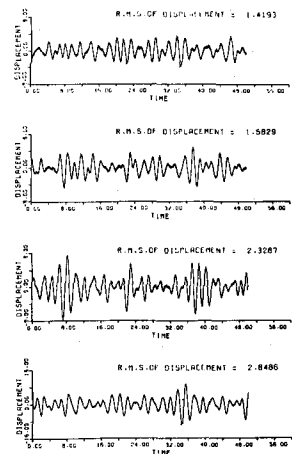


図6 Output Displacement of Randomly Forced Loading Test.

値が1に達したときの時刻をもって疲労破壊時刻とした。

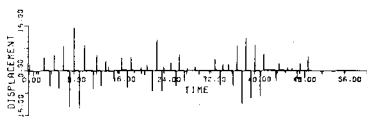


図8 Occurrence Pattern of Peak and Trough.

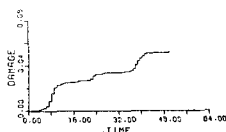


図9 Fatigue Damage Accumulation Due to Eq. (2.43).

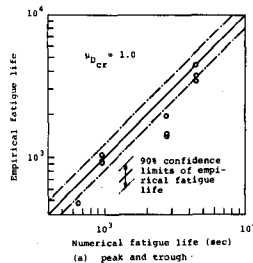


図10 Experimental and Computed Fatigue Lives for: (a) Peak and Trough; and (b) Plastic Deformation ($U_D = 1.0$).

図10は、実験結果と推定値を比較したものである。縦軸は実際に破断した時刻、横軸は線形損傷則に基づいて上述の計算より求めた疲労寿命である。図中の実線はプロットした値がその上に来れば実験値と推定値が等しいことを示す補助線である。一点鎖線はパラメータのばらつきに基づく実線の信頼区間であり、この区間内にプロットが来れば、実験値と計算値は90%の信頼度をもって互いに等しいことになる。

図10の結果は、プロットがやや計算値の側に偏り、21%だが、比較的两者はよく近似を示していると言える。またプロットが計算値の側へ近づくことより、線形損傷則による寿命推定が実は危険側であることがわかる。このことは、ランダム疲労寿命推定に線形損傷則を適用する場合、破壊時の累積損傷度を1に固定せず、1以下になる可能性をも検討すべきことを示唆しているものと言えよう。

5. 結 論

得られた結果を列記すると、

- 1) ランダム疲労寿命をランダム波のr.m.s. 値と既知のS-N曲線から推定する目的で、ランダム入力振幅に対応する等価振幅の概念を導入し、等価係数と破壊率量が求められた。
- 2) ランダム疲労寿命の実験値と線形損傷則による推定値とを比較し、推定値が若干寿命を危険側に評価するものの、両者がかなりよく一致を示すことが明らかになった。

本研究で用いた疲労実験方法は、一種類の鋼構造材料の塑性曲げ実験であることから、直ちにすべてのランダム低サイクル疲労問題に適用範囲を広げることにはできないが、ここで示したランダム量の取り扱い方、またランダム量のオーダーなどは疲労破壊に関する信頼性解析に適用する上で有用なものと信じる。

参考文献

- 1) Ang, A.H.S. & W. Tang: Probability concepts in engineering planning and design, Vol. I, John Wiley & Sons, New York, 1975.
- 2) Ang, A.H.S. & C.A. Cornell: Reliability bases of structural safety and design, ASCE, Vol. 100, No. ST9, 1974, pp. 1755-1769.
- 3) Crandall, S.H. & W.D. Mark: Random vibration in mechanical systems, Academic Press, New York, 1963.
- 4) 佐藤尚男、電田弘一、池田武、青山功、藤田初武：構造物鋼材の塑性曲げ疲労破壊の確率統計的考察，京大工学部研究報，京大工学，No. 18B，1975，4，pp. 377-393.