

軟弱地盤上の土構造物の応答特性

東北大学工学部 正員 柳沢 栄司

1. はしがき

河川堤防、干拓堤防あるいは道路盛土などの土構造物は大地震に際して被害を蒙る例が多いが、このような被害は地盤の振動性状とかなり密着した関係があると言われている。また、フィルダムなども地盤の比較的軟弱な箇所と建設され得るので、堤体の地震時応答を考える場合には地盤振動の影響を考える必要がある。この研究は比較的やわらかい地表層の上に構築された土構造物の振動性状が地盤層によってどのように影響を受けるか理論的に求め、土構造物-地盤系のいわゆる動的相互作用について考察を行なうのである。

2. 軟弱地盤上の堤体の振動

いま、図-1に示すように基礎層上に水平に堆積している層さの比較的やわらかい地表層と更にその上に構築された高さHの三角形の堤体を考える。この土構造物-地盤系に鉛直下向きにせん断波が入射するものとする。ただし、堤体および地盤はせん断変形のみとするものと仮定し、地表層および基礎層において上昇する波と下降する波を考える。この時の基礎層、地表層および堤体の変位をそれぞれ  $Y_1, Y_2$  および  $Y_3$  で示せば

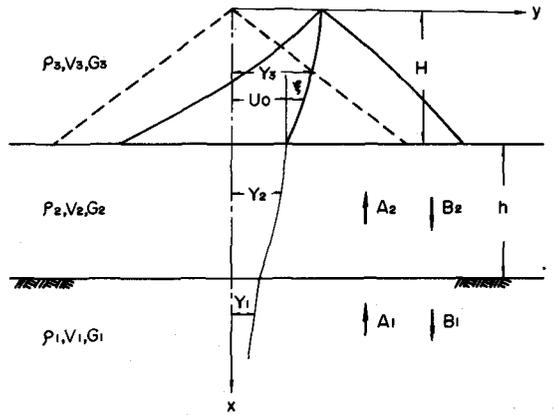


図-1 軟弱地盤上の堤体の振動

$$\begin{cases}
 Y_1 = A_1 \cos \left\{ P \left( t - \frac{z-H-h}{V_1} \right) - \phi_1 \right\} + B_1 \cos \left\{ P \left( t + \frac{z-H-h}{V_1} \right) - \phi_2 \right\} \\
 Y_2 = A_2 \cos \left\{ P \left( t - \frac{z-H}{V_2} \right) - \phi_1 \right\} + B_2 \cos \left\{ P \left( t + \frac{z-H}{V_2} \right) - \phi_2 \right\} \\
 Y_3 = Y_2 |_{z=H} + \xi
 \end{cases} \quad (1)$$

とする。

いま、正負の波動のみを考えた地表面での位相を規準にとれば、ダム体の底面すなわち地表面での振動は  $U_0 \cos Pt$  とおくことができる。そこで

$$Y_3 = U_0 \cos Pt + \xi$$

ここで  $\xi$  は堤体の相対変位であるので従来の三角形体のせん断振動理論によって連立定常振動の解を求めることが可能である。この関係を用いて、境界条件から式(1)の各係数は入力波の振幅  $A_1$  の函数として求めることができる。このようにして求めたダム底面での振幅  $U_0$  と入力波の振幅  $A_1$  との比は

$$\frac{U_0}{A_1} = \frac{2}{\sqrt{(\cos^2 \frac{Ph}{V_2} + d_1^2 \sin^2 \frac{Ph}{V_2}) + (\sin^2 \frac{Ph}{V_2} + d_1^2 \cos^2 \frac{Ph}{V_2})(K_1^2 + K_2^2) - 2d_1 K_1 - 2 \cos \frac{Ph}{V_2} \sin \frac{Ph}{V_2} (1-d_1) K_1}} \quad (2)$$

である。ここで

$$K_1 = d_2 \sum \frac{M_i \left( \frac{P}{P_i} \right)^2}{\left\{ 1 - \left( \frac{P}{P_i} \right)^2 \right\} + \left( \frac{2P}{G} \right)^2 \left( \frac{P}{P_i} \right)^2 J_1^2(z_i)} \left( \frac{2P}{G} \right)^2 \left( \frac{P}{P_i} \right)^2 J_1^2(z_i), \quad M_i = \frac{2}{z_i J_1(z_i)}$$

$$d_1 = \beta_2 V_2 / \rho_1 V_1, \quad d_2 = \beta_3 V_3 / \rho_2 V_2, \quad z_i = J_0 \text{ の } i \text{ 番目の根}$$

$$K_2 = \alpha_2 \sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2\right\} \left(\frac{P_i}{P_c}\right) J_1(\beta_i)$$

である。一方、基礎面の絶対揺れ中  $A_G$  と入力波の揺れ中  $A_1$  との比は

$$\frac{A_G}{A_1} = \frac{2 \sqrt{\cos^2 \frac{Ph}{V_2} - 2 \cos \frac{Ph}{V_2} \sin \frac{Ph}{V_2} K_1 + \sin^2 \frac{Ph}{V_2} (K_1 + K_2)^2}}{\sqrt{\left(\cos^2 \frac{Ph}{V_2} + \alpha_1^2 \sin^2 \frac{Ph}{V_2}\right) + \left(\sin^2 \frac{Ph}{V_2} + \alpha_1^2 \cos^2 \frac{Ph}{V_2}\right) (K_1^2 + K_2^2) - 2 \alpha_1 K_1 - 2 \cos \frac{Ph}{V_2} \sin \frac{Ph}{V_2} (1 - \alpha_1^2) K_1}} \quad (3)$$

で与えられる。いま、地盤の影響がないような充分離れた距離における地表面の揺れ中  $Y_B$ 、基礎面の絶対揺れ中  $Y_G$  とすれば、境界条件より  $K_1, K_2$  は 0 とするで、式(2)および(3)は与えられる

$$\frac{U_0}{A_1} \Big|_{\infty} = \frac{Y_B}{A_1} = \frac{2}{\sqrt{\cos^2 \frac{Ph}{V_2} + \alpha_1^2 \sin^2 \frac{Ph}{V_2}}} \quad (4)$$

$$\frac{A_G}{A_1} \Big|_{\infty} = \frac{Y_G}{A_1} = \frac{2 \cos \frac{Ph}{V_2}}{\sqrt{\cos^2 \frac{Ph}{V_2} + \alpha_1^2 \sin^2 \frac{Ph}{V_2}}} \quad (5)$$

となり、二層地盤についての良く知られた結果と一致する。(したがって、式(2)および(3)の分母のオ1項は地盤固有の揺れを示す項であり、オ2項以下が構造物による地盤揺動への影響を示す項である。一方、ダム底面の揺れ中  $U_0$  と基礎面の絶対揺れ中  $A_G$  との比は

$$\frac{U_0}{A_G} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \frac{Ph}{V_2} - 2 \cos \frac{Ph}{V_2} \sin \frac{Ph}{V_2} K_1 + \sin^2 \frac{Ph}{V_2} (K_1 + K_2)^2}} \quad (6)$$

で与えられる。いま、軟弱層がない場合 ( $h=0$  の場合) 考えれば  $\cos$  が 1 となり  $\sin$  が 0 になるので上式の値は 1 となり、 $U_0$  が  $A_G$  に等しいこと、すなわち地表面と基礎面が一致している条件が満足されていることが知られる。ダム体の堤頂における揺れ中  $B=0$  の時の  $Y_B$  の値であるから、この絶対揺れ中  $A_G$  とすればダム底面における揺れ中  $U_0$  に対する堤頂の揺れ中  $A_G$  の比率つまり応答倍率は

$$\frac{A_G}{U_0} = \sqrt{\left[1 + \sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}\right]^2 + \left[\sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left(\frac{2P_i}{G}\right)\right]^2} \quad (7)$$

で求められる。(したがって、入力波の揺れ中  $A_1$  に対する堤頂の揺れ中  $A_G$  との比は式(2)と(7)をかけたことになり求められる。

$$\frac{A_G}{A_1} = \frac{2 \sqrt{\left[1 + \sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}\right]^2 + \left[\sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left(\frac{2P_i}{G}\right)\right]^2}}{\sqrt{\left(\cos^2 \frac{Ph}{V_2} + \alpha_1^2 \sin^2 \frac{Ph}{V_2}\right) + \left(\sin^2 \frac{Ph}{V_2} + \alpha_1^2 \cos^2 \frac{Ph}{V_2}\right) (K_1^2 + K_2^2) - 2 \alpha_1 K_1 - 2 \cos \frac{Ph}{V_2} \sin \frac{Ph}{V_2} (1 - \alpha_1^2) K_1}} \quad (8)$$

同様に基礎面の揺れ中  $A_G$  に対する堤頂の揺れ中  $A_G$  の比は式(6)と(7)の積として得られる。

$$\frac{A_G}{A_G} = \frac{2 \sqrt{\left[1 + \sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}\right]^2 + \left[\sum \frac{M_i \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{P_i}{P_c}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{2P_i}{G}\right)^2} \left(\frac{2P_i}{G}\right)\right]^2}}{\sqrt{\cos^2 \frac{Ph}{V_2} - 2 \cos \frac{Ph}{V_2} \sin \frac{Ph}{V_2} K_1 + \sin^2 \frac{Ph}{V_2} (K_1 + K_2)^2}} \quad (9)$$

式(8)および(9)の中で、分子は堤頂固有の揺れを示すものであり、分母は堤頂の揺れに及ぼす地盤揺動の影響を示すものである。特に分母のオ1項が地盤固有の揺動の影響を表す項であることは既に述べた通りである。以上、理論的に求めた結果において、土構造物への揺動が地盤に、また地盤の揺動が土構造物に影響を及ぼすいわゆる土構造物-地盤系の相互作用が明瞭に見ることができた。

3. 土構造物と地盤の振動.

いま、堤高8Mの盛土が、厚18Mの比較的軟弱な表層の上は構築された場合を考へる。図-1において、 $\rho_1, V_1$  は $1.8 \text{ t/m}^3, 1000 \text{ m/sec}$ ,  $\rho_2, V_2$  は $1.6 \text{ t/m}^3, 300 \text{ m/sec}$ ,  $\rho_3, V_3$  は $1.8 \text{ t/m}^3, 600 \text{ m/sec}$ と仮定し、式(2)から(9)に従って計算を行った。但し、堤体の振動は2つまでは5次までを考慮し、それ以上のモードは無視した。また、減衰は堤体についてのみ考へ、減衰率が $1/4, 1/5, 1/10, 1/15, 1/20$ の場合について計算を行った。つまり、この時の堤体の1次固有振動数は $9.2 \text{ Hz}$ 、地盤の1次固有振動数は $9.4 \text{ Hz}$ である。

図-2は堤頂と基礎における振動の比  $A_c/A_g$  の値を示したものである。この場合、堤体の減衰性によって応答曲線の形が異なり、減衰が小さい場合には15 Hz 附近にピークが存在するが、減衰が大きくなるにつれて近い値のすべりであり明瞭なピークは見られず。図-3はダム底面と基礎の振動比を示すものであるが、ダムの固有周期附近で倍率がきわめて小さくなっていることが知られる。図-4はダム底面の振動に対する堤頂の振動の比、すなわち堤体の応答曲線が示されているが、5%減衰の場合でも1次固有周期で約20倍近い増幅がみられることが知られる。図-5は5%減衰の場合の上記二つの曲線をあわせて記したものであるが

堤体の固有振動が起った場合にはダム底面においてはその振動の倍率がきわめて小さくなる、いわゆる堤体と地盤の相互作用がみられる。フィルダムで地盤観測を行った場合のいくつかの例において、地盤の地震動のスペクトル値が固有周期附近で小さくなる例が見受けられる。

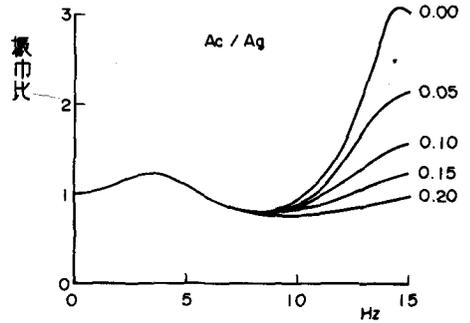


図-2 堤頂と基礎の振動比

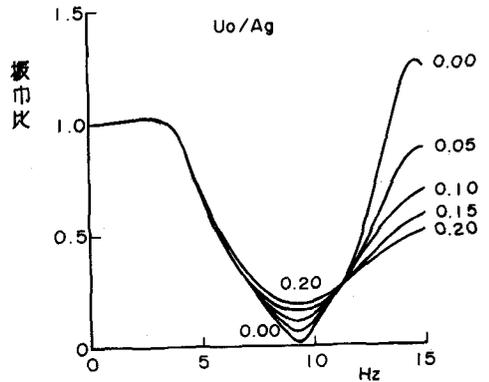


図-3 ダム底面と基礎の振動比

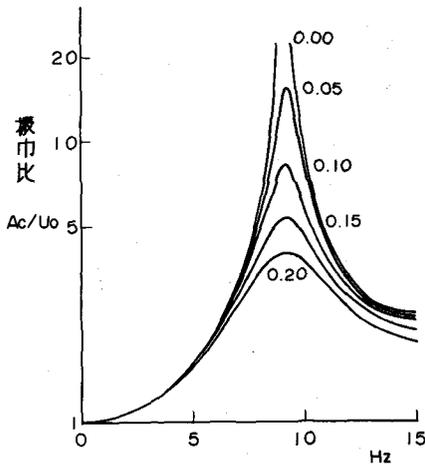
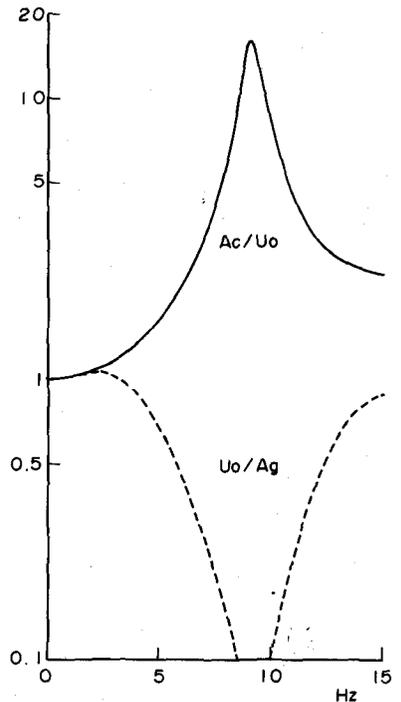


図-4 堤体の応答曲線

図-5 堤体と地盤の応答倍率



#### 4. 土構造物と地盤の相互作用

軟弱地盤の厚さを16mとした時の基礎の入力波の振中に対する種々な地盤の応答特性を求めて見た。図-6の矢線はダムの影響のない地盤の応答を示すもので、1次固有振動数は4.6 Hz、2次は13.8 Hzにあらかじめ。これに対し、ダムの1次固有振動は破線のように9.2 Hzである。ダム底面にあける応答を求めてみると実線のような曲線となり、1次固有振動が2.7 Hz附近にまた2次固有振動が14.8 Hz附近にずれてくる。これは地盤にマツビガ有ダム体があることにより新たな振動系が形成されたことを意味している。この結果、堤頂にわたる応答は一矢線線の曲線に示すように、2.7 Hz、9.2 Hz、14.8 Hzで10倍近い振中を示す。最大の倍率は14.8 Hz附近で起っているので、耐震設計に際して堤体の固有振動のみを考慮して応答を求めたことはあまり妥当ではない。また、地盤の固有振動と堤体の固有振動を別個に考えて重ね合わせる方法も実際とは異なる結果を与えたことは明らかである。このように、堤体の振動特性は地盤振動の影響を強く受け、地盤の振動も堤体の影響を大きく受けていることは明らかである。

図-7は軟弱地盤の層厚が堤体の振動にどのような影響を与えるかを見たと、層厚をそれぞれ4.0m、16m、32mに変化させて計算を行った。堤体の高さは8mとし、固有振動数は前と同様9.2 Hzである。層厚が8mの場合の応答曲線に実線と示したが、地盤の固有振動数が9.4 Hzと堤体の気力と極めて近いにもかかわらず、この附近で応答倍率はあまり大きくならず、4.0 Hz、13.8 Hzでむしろ非常に大きな倍率をとることが注目される。層厚32mの場合、堤体の影響のない地盤での固有振動数は低い順に2.3、7.0、17.7 Hzである。これに対し、堤頂にわたる振中比は1.7、5.4、9.4、13.2 Hzにピークを有し、地盤の固有振動数のどこでも倍率がきわめて小さい。地盤振動は堤体のような付加質量を得ることにより、1次固有周期は長くなるかと考えてF<sub>2</sub>であろう。図-7を縦観しても判るようは堤体の振動に及ぼす地盤振動の影響は複雑であり、場合場合F<sub>2</sub>で応答特性は異なるであろう。今後、地震観測結果との対比を行うことによりこの結果の妥当性を確かめる必要がある。

#### 参考文献

- 1) 岡本貞三；地震工学，オーム社。
- 2) 柳沢栄司；土構造物の振動に及ぼす地盤振動の影響  
 第11回土質工学研究発表会（1976）

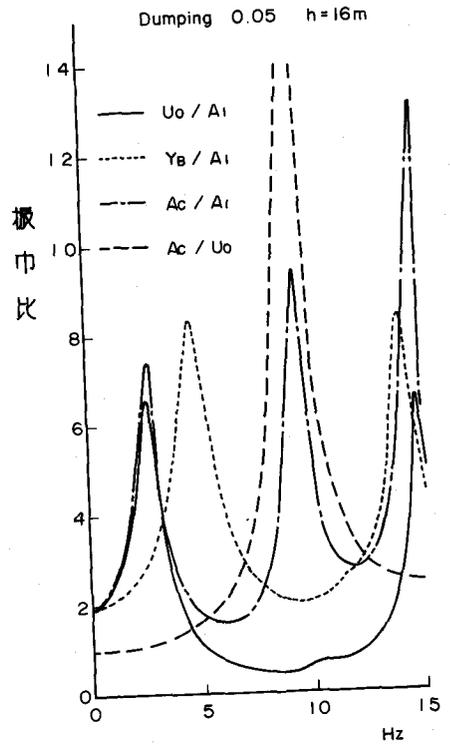


図-6 堤体と地盤の相互作用

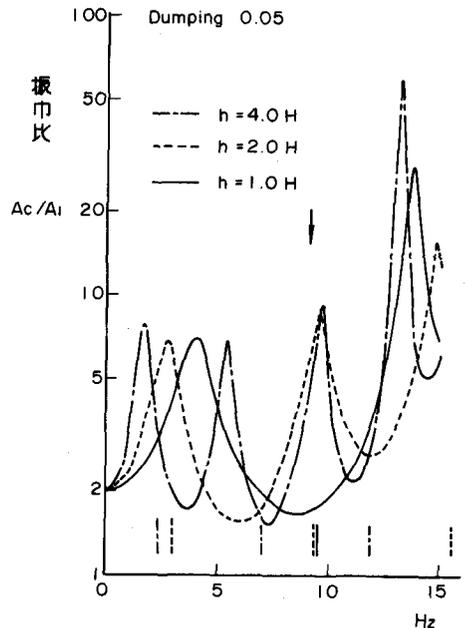


図-7 地盤振動の影響