

地中基礎構造物の動的剛性と減衰に及ぼす表層構造の影響

神戸大学工学部 正員 高田至郎

1. まえがき

著者らは以前に¹⁾、四型基礎構造物が層状地盤中に埋設されている場合について、波動論を用いて地盤と基礎構造物の動的相互作用についての一考察を試みた。その結果、従来より考えられている附加質量の概念ですべての地中構造物の耐震設計を行なうことには若干の疑問点があることを指摘し、むしろ、地震時には地中にある基礎構造物は見掛け上、剛性と減衰が増加するものと見なして、地上にある構造物と同様に取り扱っていける可能性があることを示した。その際に用いた解析モデルは、基礎構造物の底面は剛な基礎に支持され、側方では均質な表層地盤が一樣に広がっているものと見なしている。一方、本研究では基礎構造物の一側方には、基盤と同様な動きをする剛な境界壁が存在する場合を取り扱って、基礎構造物の剛性に与える影響を検討することを目的としている。基盤が表面に露出しているような表層構造をもつ地盤中に埋設された基礎構造物あるいは剛体的な挙動を行なう構造物の近傍に埋設された基礎構造物の挙動を検討する上で一つの資料を与えるものと思われる。解析結果の整理は境界壁の存在による剛性および減衰の増減を明らかにすることに主眼を置いている。

2. 地盤内散乱波動および反射波動

右図に示す地中基礎構造物が基盤面より定常正弦波入力を受ける場合について解析を行なう。 $y = -B$ の位置に境界壁が存在するものとする。構造物振動によって地盤内に散乱された波動のうち、 y の負の方向に伝播する波動は $y = -B$ の境界で反射され、構造物の振動に影響を及ぼす。このことによって再び地盤内に散乱波動を生ぜしむ。しかして、 y の負の領域では複数反射が行なわれる。縦波および横波の変位ポテンシャルを中心、 ψ_i とし、かかる振動系のすべての境界条件を満足する変位ポテンシャル中、 ψ が次式で表示されるものと考える。

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \dots, \quad \psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \dots \quad \dots(1)$$

ここに、すべての ψ_i は次の粘弹性地盤内波動方程式を満足するものである。

$$\nabla^2 \phi_i + k_m^2 \phi_i = 0, \quad \nabla \psi_i + k_m^2 \psi_i = 0 \quad \dots(2)$$

ここに、 $k_m = W_g \beta_m / V_d$, $\beta_m = \beta_m W_g / V_d$, $\beta_m^2 = (\omega/W_g)^2 - (2m-1)^2 (1 + i \zeta \beta_m W_g / W_d)$ であり、 V_d , V_d は地盤内縦波および横波速度、 W_g は一層地盤におけるせん断振動の1次固有振動数、 β_m は地盤の減衰定数である。それそれの変位ポテンシャルは z 方向には正弦関数で級数展開されており、 $z = 0$ および $z = h$ における境界条件はすでに満足されている。式(1)に示すポテンシャルのうち、 ϕ_0 , ψ_0 は最初に構造物振動によって引き起こされる地盤内散乱波動のポテンシャルであり、 ϕ_i , ψ_i は $\phi_0 + \phi_1 + \dots + \phi_i$ で $y = -B$ における境界条件(相対変位ゼロ)を満足するようなポテンシャルを意味する。一般に、 ϕ_{2i} , ψ_{2i} は ϕ_{2i-1} , ψ_{2i-1} による構造物振動によって生じる地盤内波動である。本解析では、波動伝播の媒体として粘弹性地盤を対象としており、波動エネルギーの粘性減衰によって高次のポテンシャルの影響は小さくなるものと考えられ、第1次の近似として ϕ_i , ψ_i までを考慮している。

式(2)を円筒座標で表示し、波動ポテンシャルを計算すれば次式が得られる。

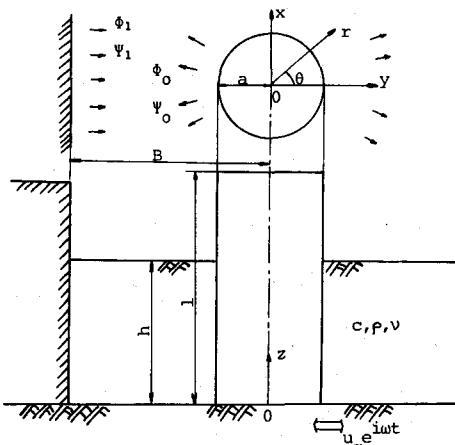


Fig. 1 Analytical model

$$\Phi_0 = \sum_{m=1}^{\infty} A_m H^{(1)}(k_m r) \cdot \sin m\theta \cdot \sin m\varphi \cdot e^{i\omega t}, \quad \Psi_0 = \sum_{m=1}^{\infty} B_m H^{(1)}(k_m r) \cdot \cos m\theta \cdot \sin m\varphi \cdot e^{i\omega t} \quad \text{--- (3)}$$

上式の A_m , B_m は未知定数, $H_m^{(0)}(\theta)$ は第2種ハンケル関数で, Γ の正の方向に伝播する波動を表わしている。次に $y = -B$ で相対変位をゼロとするポテンシャル中, ψ_1 を計算するが, その際に式(3)の円筒波ポテンシャルを平面波ポテンシャルに変換する必要がある。U.R. THIRUVENKATACHAR らによるハンケル関数の積分表示²⁾ を応用すれば次の実軸上の積分形が得られる。

$$H_1^{(n)}(k_m r) \cdot \sin \theta = -\frac{z_i}{\pi k_m} \int_0^{\infty} e^{j k_m y} \cos k_m x \, dk, \quad H_1^{(n)}(k_m r) \cdot \cos \theta = \frac{z_i}{\pi k_m} \int_0^{\infty} e^{j k_m y} \frac{k}{k_m} \cdot \sin k_m x \, dk \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、 $\nu_k^2 = k^2 - k_m^2$ 、 $\nu_{\bar{k}}^2 = \bar{k}^2 - \bar{k}_m^2$ である。中、 ψ_i を求めるに際し未知定数 $C_m(k)$ 、 $D_m(k)$ を導入して式(4)と同形にポテンシャルを仮定して、変位を算出して境界条件を用いれば、 $C_m(k)$ 、 $D_m(k)$ は A_m 、 B_m を含めて決定される。さらに、基礎構造物に及ぼす中、 ψ_i の影響を論ずるには式(4)で表示されて円筒波を再び平面波に変換する必要がある。指數関数と三角関数の積に関して次の関係が導かれる。

$$e^{-ikx} \cos kx = e^{-ikx} (e^{ikx} + e^{-ikx})/2 = \{e^{ikx \sin(\theta+\phi)} + e^{ikx \sin(\theta-\phi)}\}/2 \quad (5)$$

ここで $\tan\alpha = k \sin k$, $\tan\beta = -k \sin k$ である。式(5)より Jacobi の展開定理を用いてベッセル関数 $J_m(\zeta)$ で円筒波に変換できる。たとえば式(5)については次式となる。

$$e^{-k_y y} \cos(k_x x) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n J_{2n}(k_y r) \cdot (\cos 2n\theta(i))^{2n} \left(\left(\frac{k_x + k_y}{k_m} \right)^{2n} + \left(\frac{k_x - k_y}{k_m} \right)^{2n} \right) - J_{2(n+1)}(k_y r) \cdot \sin((2n+1)\theta(i))^{2(n+1)} \left(\left(\frac{k_x + k_y}{k_m} \right)^{2(n+1)} - \left(\frac{k_x - k_y}{k_m} \right)^{2(n+1)} \right) \quad \dots \quad (6)$$

以上より地盤内散乱波・反射波は次式で表示できる。たゞし θ に関しては、構造物に作用する震動圧を計算する際に、三角関数の直交条件より n の高次項は省去されるので $n=1$ の場合のみについて考慮している。

$$\phi = \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_m J_0^m(k_m r) + (A_m a_m + B_m b_m) J_1(k_m r) \right] \sin(m\theta) \sinh(r) e^{i\omega t}, \quad \psi = \sum_{m=1}^{\infty} \left[(A_m b_m + B_m d_m) J_1(k_m r) + B_m J_0^m(k_m r) \right] \sin(m\theta) \cosh(r) e^{i\omega t} \quad (7)$$

俌數 $a_m \sim d_m$ は次式で与えられる。

$$C_m = \frac{4i}{\pi Rm^2} \int_{0}^{\infty} \frac{v_R(k^2 + v_R k^2)}{k^2 - v_R k^2} e^{-2k^2 B} dk, \quad b_m = \frac{8i}{\pi Rm^2 p_m} \int_{0}^{\infty} \frac{v_R k^2}{k^2 - v_R k^2} e^{-(k^2 + v_R k^2)B} dk, \quad d_m = \frac{4}{\pi Rm^2} \int_{0}^{\infty} \frac{k^2 (k^2 + v_R k^2)}{v_R (k^2 - v_R k^2)} e^{-k^2 B} dk \quad \dots \quad (1)$$

$y = -B$ に境界壁が存在しない場合には、 $B \rightarrow \infty$ となって式(8)の係数 $a_m \sim d_m$ はゼロとなり式(7)は従来の解析結果より与えられている複素ポテンシャルと一致することはない。

3. 基礎構造物の曲げ振動解析

構造物が曲げ振動を行なう時、その変形関数を $U_p(z)$ とすれば、強制振動に伴なう地盤の相対変位も考慮に入れて $r=a$ で構造物と地盤が一体となって振動するという条件より、 $U_p(z)$ も含めて A_m, B_m は求められる。さらに式(7)より $r=a$ について構造物に作用する震動圧 $P_g(z, U_p)$ は演算の結果次式で与えられる。

$$P_y(2, U_p) = \sum_{m=1}^{\infty} P_2 \pi a^2 U_p^2 \frac{z^2}{3m^2} \left\{ \int_0^H U_p(z) \sin(m \cdot 2\pi L - \frac{2U_p}{\alpha m H} (\frac{w}{U_p z^3 m})^2) \cdot Q_m(k_w a, k_m a) \cdot \sin(m B) e^{iwz} dz \right\} \quad (9)$$

$$\Omega_m(Rm, \theta m) = \{A_m H^{(0)}(km) + B_m H^{(0)}(Rm)\} + \{A_m a_m + B_m b_m\} J_1(km) + \{i A_m a_m + B_m d_m\} J_1(Rm)$$

一方、任意の側方外力が作用する場合のはりの曲げ振動による変形は(2)は次式となる。

$$U_p(z) = \int_0^{\ell} f^*(z, \bar{z}) \left\{ P_g(\bar{z}, U_p) + F_p \pi a^2 w^2 U_g \right\} d\bar{z} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

式(10)の $\zeta^*(\theta, \varphi)$ は片持ばかりの $\theta = \varphi$ に単位の定常荷重が作用した場合の区点における変位を表わす関数である。同式の積分の中に未知関数 $U_P(\theta)$ を含んでおり、Fredholm の第2種積分方程式となっている。この積分方程式は片持ばかりの固有関数 $\eta(k_{12})$ を用い、 $U_P(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cdot \eta(k_{12})$ において式(10)に代入すれば容易に解き得て、係数 S_n に関して次の連立方程式を得ることができる。

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ (\omega_m^2 + i 2 \rho_m \omega_m \omega - \omega^2) S_{m\nu} - \omega^2 Q_{m\nu} \right\} S_{\nu} = U_g Q_m \quad (m=1, 2, \dots) \quad (11)$$

ここで、
 $Q_{m\nu} = - \frac{P_0}{S_P} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4B^2}{\omega} \right)^2 D_m(k_m k_n) \int_0^L \eta(B_m z) \sin(k_m z) dz \int_0^H \eta(B_n z) \sin(k_n z) dz \quad (12)$
 $Q_m = - \frac{P_0}{S_P} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_m H} D_m(k_m k_n) \int_0^L \eta(B_m z) \sin(k_m z) dz + \int_0^L \eta(B_m z) dz \quad (12)$

$S_{m\nu}$ はクロネッカのデルタ、 $\omega_m^2 = EI k_m^2 \rho_m A^2$ 、 $2 \rho_m \omega' I k_m^2 \rho_m A^2$ であり、
 EI は曲げ剛性、 ρ' は粘性減衰係数、 k_m で片持り曲げ振動の m 次の固有値を表す。式(11)の連立方程式を解くことによって基礎構造物の変形を決定し得る。また、本解析では定常正弦波入力を仮定しているが、地震地盤入力に対する時間応答解析も式(11)より、周波数伝達関数の考え方を用い、逆フーリエ変換を利用すれば困難なく計算し得る。

4. 刚性と減衰に関する考察

式(11)において、高次項の影響は地中構造物ではなくに小さくなると考えられるので、第1次近似として $M=V=1$ の場合について考察を加えることとし、 $-\omega^2 Q_{m\nu} = R(\omega) + i I(\omega)$ とすれば、式(11)は次のように変形され得る。

$$[\omega^2 + R(\omega) + i 2 \omega \omega_i \{ \dot{\theta}_i + I(\omega)/\omega \omega_i \} - \omega^2] \cdot S_i = U_g \omega^2 Q_i \quad (13)$$

上式の右辺は周辺の地盤の影響を考慮した等価外力項であり、左辺は系の伝達関数を考えることができる。地盤の影響によって、構造物が地上にある場合に比して、それを $R(\omega)$ 、 $I(\omega)$ で、だけ固有振動数と減衰定数が増加したものと見なし得る。固有振動数の増加を基礎構造物の見掛け上の剛性の増加と見なし、もとの剛性との比率を ΔEI とし、減衰定数の増加を Δh とすればそれを次式で計算し得る。

$$\Delta EI = 1 + R(\omega)/\omega^2, \quad \Delta h = I(\omega)/(2\omega \omega_i) \quad (14)$$

5. 数値計算結果および考察

境界壁の影響は結局式(8)の $A_m \sim d_m$ の係数によって左右される。この積分計算は Cauchy の主値の意味で已分求積法によって数値計算し、それに留数項を加えて値を求めている。³⁾

Fig.2 は $R(\omega)$ の振動特性を B/a をもとて検討したものである。 $B/a=20$ では、各振動に対して $B/a \rightarrow \infty$ の場合とほとんど一致するが、 $B/a=5$

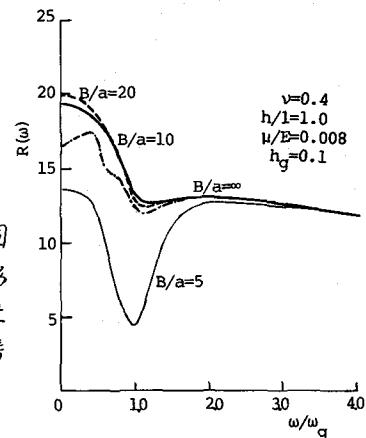


Fig. 2 Frequency characteristics of $R(\omega)$

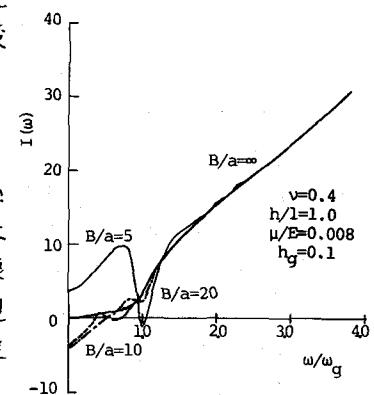


Fig. 3 Frequency characteristics of $I(\omega)$

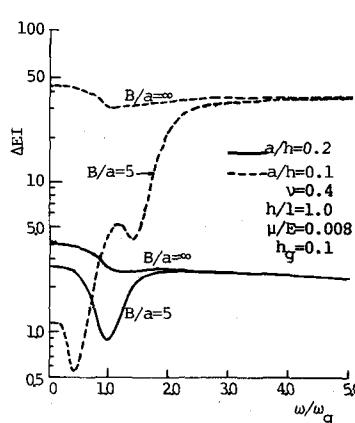


Fig. 4 Frequency characteristics of ΔEI

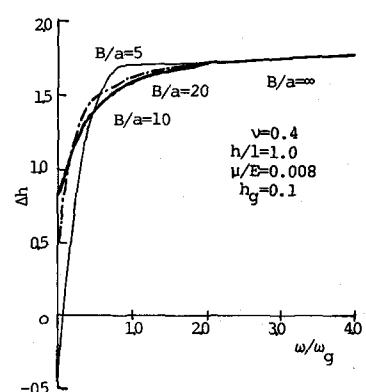


Fig. 5 Frequency characteristics of Δh

付近では共振振動数近くでの値の低下が著しく、地盤が共振状態にある時、境界壁の影響がとくに大きいことが知られる。Fig.3は同じく $I(w)$ の特性について検討した結果である。共振振動数以下で境界壁の影響が大きくそれ以上では、 $I(w)$ は振動数と 1 次正比例の関係にあって、波動エネルギー逸散による減衰は粘性減衰と同様の性質をもつことが知られる。

Fig.4 は式(14)によって計算した剛性の増分と振動数の関係を a/h が 0.1, 0.2 の場合について示している。 $B/a \rightarrow \infty$ で境界壁の存在しない時には、剛性の増分は振動に対してはほとんど変動せず一定値をとってくる。しかし、 $B/a=5$

の場合には $\omega/\omega_g = 2.0$ 付近までは変動が著しく、増分は小さくなっている。しかもこの傾向は a/h が 0.7 の時に顕著である。したがって、小さな振動数の範囲では、Slender な基礎構造物ほど境界壁の存在によって振動振幅が大きくなる可能性がある。Fig.5 は同じく減衰の増分と振動数の関係を示している。 $B/a=10.0$ で境界壁のない場合と一致しており、 $\omega/\omega_g > 7.0$ では一定値となる。Fig.6 は剛性と減衰の増分に与える境界壁の影響を調べたものである。 $B/a=10-15$ では、 ΔEI , Δh の両者とも $B/a \rightarrow \infty$ の時の値との差は 1~2% である。したがって、これらのパラメータの場合では、基礎構造物の径の 10 倍程度離れば壁の影響を考えなくてよいという結果になる。影響が及んでこない距離を求めるのに、構造物の細長比 a/R 地盤の内部粘性減衰定数 h_g は支配的な要因であると考えられる。

Fig.7, Fig.8 には、それぞれ、 ΔEI , Δh と a/h の関係を共振振動数の場合について図示してある。 $B/a \rightarrow \infty$ では ΔEI と a/h は片対数紙上ではばら直線となるが、 $B/a=5$ では a/h が小さい時に剛性増加割合は著しく小さくなってくる。これらの傾向は減衰増加についても同様である。

Fig.9 には h_g の影響を示したが内部減衰が大きければ波動伝播過程で地盤内に吸収されるエネルギーが大となり境界壁の影響が少なくなるので、 h_g の増加について、 $B/a=5$ の曲線は $B/a \rightarrow \infty$ のそれによく近づいていく傾向が見られる。

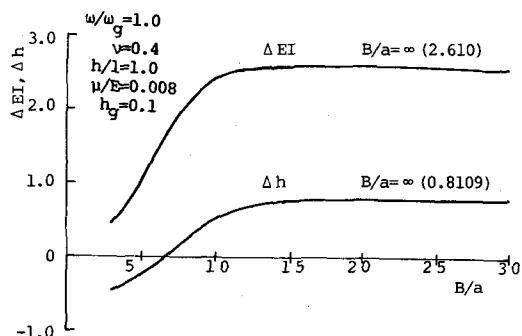


Fig. 6 Effects of B/a on ΔEI and Δh

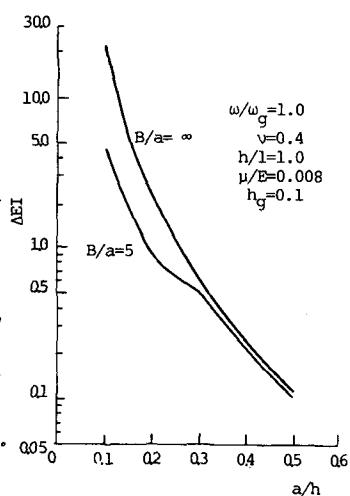


Fig. 7 Relationship between ΔEI and a/h

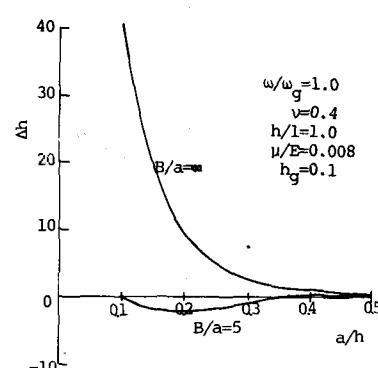


Fig. 8 Relationship between Δh and a/h

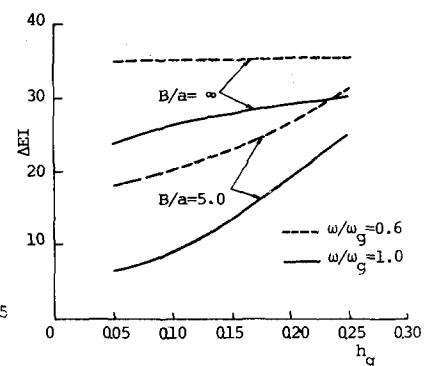


Fig. 9 Relationship between ΔEI and h_g

1)猪瀬尚男・山口憲三・高田至郎：地中基礎構造物の振動特性について、京都大学防災研究所年報、14号A、1971、pp. 263~282.

2) U.R. THIRUVENKATARAM & K. VISWANATHAN: Dynamic Response of an Elastic Half Space with Cylindrical Cavity, J. M. & M. Vol. 14, No. 4 (1965), pp. 581~590.

3) 日本規格：建物と地盤の相互作用（地震工学）、半無限弾性地盤上の点荷重による地盤反応、新編版、1968、pp. 91~105.