ロッキングを考慮した多自由度系の振動について

北海道開発局土木試験所　正員　井藤 昭夫

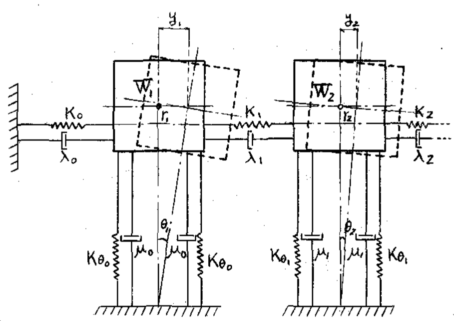
1. まえがき

高橋脚を有する橋梁、あるいは深い軟弱地盤に長尺のクイを下部構造に採用した連続構造の橋梁が各地に架設されてからすでに久しい。これら構造物の振動応答を解析する場合、一般に水平動のみを対象とすることが多いが、ここでは橋梁の巾員方向について、水平動とロッキングとの合成振動を考察する。取扱いを簡単にするため橋梁の支点上に剛体が集中載荷していると仮定し、これが水平および垂直バネで支持されているものとする。

振動応答は水平変位と角度の二つの変数による連立微分方程式によりもとめられるが、基準座標を使うことにより各剛体の振動を独立に分離することが可能であり、この分離した微分方程式に対してラプラス変換し、然る後に近似的な方法を用いて逆変換して応答をもとめる。

本文はこのような方法で応答を求めたものである。

2. 振動方程式とその解



外力として地震動の水平成分のみを考慮すると各剛体の振動の微分方程式は次ぎのとおりである。

ここで各剛体の二個の垂直バネの強さは互いに等しいものとし、水平バネは各剛体の図心より下に位置しているものとする。この図心との距りをn番目で r_n、剛体重量を W_n、減衰係数は水平動に対し λ_n、ロッキングに対して μ_n とする。また I_{G_n} は図心のまわりの質量慣性モーメントを示す。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{W_1}{g}y_1'' + K_0(y_1 - r_1\theta_1) + K_1\{(y_1-r_1\theta_1)-(y_2-r_2\theta_2)\} + 2\lambda_0(y_1'-r_1\theta_1') + 2\lambda_1\{(y_1'-r_1\theta_1')-(y_2'-r_2\theta_2')\} = -\frac{W_1}{g}z_1'' \\
&\frac{W_2}{g}y_2'' + K_1\{(y_2-r_2\theta_2)-(y_1-r_1\theta_1)\} + K_2\{(y_2-r_2\theta_2)-(y_3-r_3\theta_3)\} + 2\lambda_1\{(y_2'-r_2\theta_2')-(y_1'-r_1\theta_1')\} + 2\lambda_2\{(y_2'-r_2\theta_2')-(y_3'-r_3\theta_3')\} = -\frac{W_2}{g}z_2'' \\
&\qquad\vdots \\
&\frac{W_n}{g}y_n'' + K_{n-1}\{(y_n-r_n\theta_n)-(y_{n-1}-r_{n-1}\theta_{n-1})\} + K_n\{(y_n-r_n\theta_n)-(y_{n+1}-r_{n+1}\theta_{n+1})\} + 2\lambda_{n-1}\{(y_n'-r_n\theta_n')-(y_{n-1}'-r_{n-1}\theta_{n-1}')\} \\
&\qquad + 2\lambda_n\{(y_n'-r_n\theta_n')-(y_{n+1}'-r_{n+1}\theta_{n+1}')\} = -\frac{W_n}{g}z_n''
\end{aligned}
\right\} \quad (1)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&I_{G_1}\theta_1'' + K_{\theta_0}\theta_1 - K_0(y_1-r_1\theta_1)r_1 - K_1\{(y_1-r_1\theta_1)r_1-(y_2-r_2\theta_2)r_2\} - 2\mu_0(y_1'-r_1\theta_1') \\
&\qquad - 2\mu_1\{(y_1'-r_1\theta_1')r_1-(y_2'-r_2\theta_2')r_2\} = 0 \\
&I_{G_2}\theta_2'' + K_{\theta_1}\theta_2 - K_1\{(y_2-r_2\theta_2)r_2-(y_1-r_1\theta_1)r_1\} - K_2\{(y_2-r_2\theta_2)r_2-(y_3-r_3\theta_3)r_3\} - 2\mu_1\{(y_2'-r_2\theta_2')r_2-(y_1'-r_1\theta_1')r_1\} \\
&\qquad - 2\mu_2\{(y_2'-r_2\theta_2')r_2-(y_3'-r_3\theta_3')r_3\} = 0 \\
&\qquad\vdots \\
&I_{G_n}\theta_n'' + K_{\theta_{n-1}}\theta_n - K_{n-1}\{(y_n-r_n\theta_n)r_n-(y_{n-1}-r_{n-1}\theta_{n-1})r_{n-1}\} - K_n\{(y_n-r_n\theta_n)r_n-(y_{n+1}-r_{n+1}\theta_{n+1})r_{n+1}\} - 2\mu_{n-1}\{(y_n'-r_n\theta_n')r_n-(y_{n-1}'-r_{n-1}\theta_{n-1}')r_{n-1}\} \\
&\qquad - 2\mu_n\{(y_n'-r_n\theta_n')r_n-(y_{n+1}'-r_{n+1}\theta_{n+1}')r_{n+1}\} = 0
\end{aligned}
\right\} \quad (2)
$$

$$\begin{bmatrix} \frac{W_1}{g} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{W_n}{g} \end{bmatrix} Y'' + 2\begin{bmatrix} \lambda_0+\lambda_1, & -\lambda_1 & \cdots & 0 \\ -\lambda_1, & \lambda_1+\lambda_2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & \lambda_{n-1}+\lambda_n \end{bmatrix} Y' + \begin{bmatrix} K_0+K_1, & -K_1, & \cdots & 0 \\ -K_1, & K_1+K_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & K_{n-1}+K_n \end{bmatrix} Y$$

$$-2\begin{bmatrix} (\lambda_0+\lambda_1)\gamma_1, & -\lambda_1\gamma_2, & \cdots & 0 \\ -\lambda_1\gamma_2, & (\lambda_1+\lambda_2)\gamma_2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & (\lambda_{n-1}+\lambda_n)\gamma_n \end{bmatrix} \Theta' - \begin{bmatrix} (K_0+K_1)\gamma_1, & -K_1\gamma_2, & \cdots & 0 \\ -K_1\gamma_2, & (K_1+K_2)\gamma_2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & (K_{n-1}+K_n)\gamma_n \end{bmatrix} \Theta = -\begin{bmatrix} \frac{W_1}{g} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{W_n}{g} \end{bmatrix} Z'' \qquad (1')$$

$$\begin{bmatrix} I_{G_1}, & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I_{G_n} \end{bmatrix} \Theta'' + 2\begin{bmatrix} (\mu_0+\mu_1)\gamma_1^2, & -\mu_1\gamma_2^2, & \cdots & 0 \\ -\mu_1\gamma_1^2, & (\mu_1+\mu_2)\gamma_2^2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & (\mu_{n-1}+\mu_n)\gamma_n^2 \end{bmatrix} \Theta' + \begin{bmatrix} K_{\theta_0}+K_0\gamma_1^2+K_1\gamma_2^2, & -K_1\gamma_2^2, & \cdots & 0 \\ -K_1\gamma_1^2, & K_{\theta_1}+K_1\gamma_2^2+K_2\gamma_3^2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & K_{\theta_{n-1}}+K_{n-1}\gamma_n^2+K_n\gamma_{n+1}^2 \end{bmatrix} \Theta$$

$$-2\begin{bmatrix} (\mu_0+\mu_1)\gamma_1, & -\mu_1\gamma_2, & \cdots & 0 \\ -\mu_1\gamma_1, & (\mu_1+\mu_2)\gamma_2^2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & (\mu_{n-1}+\mu_n)\gamma_n^2 \end{bmatrix} Y' - \begin{bmatrix} (K_0+K_1)\gamma_1, & -K_1\gamma_2, & \cdots & 0 \\ -K_1\gamma_2, & (K_1+K_2)\gamma_2, & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & (K_{n-1}+K_n)\gamma_n \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \qquad (2')$$

(1'), (2') の定数のマトリクスを (1') 式より順に M, C_Y, K_Y, $K_{Y\theta}$, $C_{Y\theta}$, J, C_θ, K_θ, $K_{\theta Y}$, $C_{\theta Y}$ とすれば (1'), (2') は次ぎのようになる。

$$[M]\{Y''\} + 2[C_Y]\{Y'\} + [K_Y]\{Y\} - 2[C_{Y\theta}]\{\Theta'\} - [K_{Y\theta}]\{\Theta\} = -[M]\{Z''\} \qquad (3)$$

$$[J]\{\Theta''\} + 2[C_\theta]\{\Theta'\} + [K_\theta]\{\Theta\} - 2[C_{\theta Y}]\{Y'\} - [K_{\theta Y}]\{Y\} = \{0\} \qquad (4)$$

(3), (4)式を解くのに座標変換し対角マトリクスになおす。

$\{Y\}=[a]\{Q\}$, $\{\Theta\}=[b]\{R\}$, ここに $[a]$, $[b]$ は共に対称マトリクスで $[a]^T$, $[b]^T$ は $[a]$, $[b]$ の転置マトリクスを表わす。

$$[M][a]\{Q''\} + 2[C_Y][a]\{Q'\} + [K_Y][a]\{Q\} - 2[C_{Y\theta}][b]\{R'\} - [K_{Y\theta}][b]\{R\} = -[M]\{Z''\} \qquad (3')$$

$$[J][b]\{R''\} + 2[C_\theta][b]\{R'\} + [K_\theta][b]\{R\} - 2[C_{\theta Y}][a]\{Q'\} - [K_{\theta Y}][a]\{Q\} = \{0\} \qquad (4')$$

(3') 式に左から $[a]^T$ を、(4') 式に左から $[b]^T$ を乗ずる。

$$[a]^T[M][a]\{Q''\} + 2[a]^T[C_Y][a]\{Q'\} + [a]^T[K_Y][a]\{Q\} - 2[a]^T[C_{Y\theta}][b]\{R'\} - [a]^T[K_{Y\theta}][b]\{R\} = -[a]^T[M]\{Z''\} \qquad (5)$$

$$[b]^T[J][b]\{R''\} + 2[b]^T[C_\theta][b]\{R'\} + [b]^T[K_\theta][b]\{R\} - 2[b]^T[C_{\theta Y}][a]\{Q'\} - [b]^T[K_{\theta Y}][a]\{Q\} = \{0\} \qquad (6)$$

(5), (6)式で $[a]^T[M][a]=[A]^D$, $[a]^T[C_Y][a]=[C_Y]^D$, $[a]^T[K_Y][a]=[K_Y]^D$, $[a]^T[K_{Y\theta}][b]=[K_{Y\theta}]$, $[a]^T[C_{Y\theta}][a]=[C_{Y\theta}]$, $[b]^T[J][b]=[B]^D$, $[b]^T[C_\theta][b]=[C_\theta]^D$, $[b]^T[K_\theta][b]=[K_\theta]^D$, $[b]^T[K_{\theta Y}][a]=[K_{\theta Y}]$, $[b]^T[C_{\theta Y}][a]=[C_{\theta Y}]$ とおくと次式となる。なおこれらのうち右肩のDは対角マトリクスを表わす。

$$[A]^D\{Q''\} + 2[C_Y]^D\{Q'\} + [K_Y]^D\{Q\} - 2[C_{Y\theta}]\{R'\} - [K_{Y\theta}]\{R\} = -[a]^T[M]\{Z''\} = -\{F\} \qquad (5')$$

$$[B]^D\{R''\} + 2[C_\theta]^D\{R'\} + [K_\theta]^D\{R\} - 2[C_{\theta Y}]\{Q'\} - [K_{\theta Y}]\{Q\} = \{0\} \qquad (6')$$

(5'), (6') 式で $\gamma_1 \neq \gamma_2 \neq \cdots \neq \gamma_n$ であれば $[C_{Y\theta}]$, $[K_{Y\theta}]$, $[C_{\theta Y}]$, $[K_{\theta Y}]$ は対角マトリクスにならないが計算を簡単にするためこれらの対角要素のみを考えることにすると (5'), (6') 式は次式となる。

$$A_{ii}Q_{ii}'' + 2C_{Yii}Q_{ii}' + K_{Yii}Q_{ii} - 2Q_{Y\theta ii}R_{ii}' - K_{Y\theta ii}R_{ii} = -F_{ii} \qquad (7)$$

$$B_{ii}R_{ii}'' + 2C_{\theta ii}R_{ii}' + K_{\theta ii}R_{ii} - 2C_{\theta Yii}Q_{ii}' - K_{\theta Yii}Q_{ii} = 0 \qquad (8)$$

(7), (8)式についてラプラス変換する。境界条件として $Q_{ii\,t=0}=\acute{Q}_{ii\,t=0}=\ddot{Q}_{ii\,t=0}=0$, $R_{ii\,t=0}=\acute{R}_{ii\,t=0}=\ddot{R}_{ii\,t=0}=0$ とし $\mathcal{L}[Q]=G_Y$, $\mathcal{L}[R]=G_\theta$ とする。（以下 suffix ii は省略する）

$$\left(S^2+2\frac{C_Y}{A}S+\frac{K_Y}{A}\right)G_Y-\left(2\frac{C_{Y\theta}}{A}S+\frac{K_{Y\theta}}{A}\right)G_\theta=-\frac{\mathcal{L}[F]}{A}, \tag{9}$$

$$\left(S^2+2\frac{C_\theta}{B}S+\frac{K_\theta}{B}\right)G_\theta-\left(2\frac{C_{\theta Y}}{B}S+\frac{K_{\theta Y}}{B}\right)G_Y=0, \tag{10}$$

(9), (10)式で $\frac{C_Y}{A}=C_{YA}$, $\frac{K_Y}{A}=K_{YA}$, $\frac{C_{Y\theta}}{A}=C_{Y\theta A}$, $\frac{K_{Y\theta}}{A}=K_{Y\theta A}$, $\frac{C_\theta}{B}=C_{\theta B}$, $\frac{K_\theta}{B}=K_{\theta B}$, $\frac{C_{\theta Y}}{B}=C_{\theta YB}$, $\frac{K_{\theta Y}}{B}=K_{\theta YB}$ とし，G_Y, G_θ につき連立に解くと，

$$G_Y=-\frac{\mathcal{L}[F]}{A}\cdot\frac{(S^2+2C_{\theta B}S+K_{\theta B})}{\Delta},\quad G_\theta=-\frac{\mathcal{L}[F]}{A}\cdot\frac{(S^2+2C_{\theta YB}S+K_{\theta YB})}{\Delta} \tag{11), (12}$$

Δ は S に関する4次方程式となるが，減衰の作用が小さい場合には次ぎのような方法で近似的に2個の2次方程式の積として表わすことが出来る。即ち補正係数 $\varepsilon_A\sim\varepsilon_D$ を用いて

$$\Delta=(S^2+2C_{YA}S+K_{YA})(S^2+2C_{\theta B}S+K_{\theta B})-(2C_{Y\theta A}S+K_{Y\theta A})(2C_{\theta YB}S+K_{\theta YB})$$

$$\fallingdotseq(S^2+2C_{YA}\cdot\alpha_1S+K_{YA}\cdot\beta_1)(S^2+2C_{\theta B}\cdot\alpha_2S+K_{\theta B}\cdot\beta_2) \tag{13}$$

(13)式で $2C_{YA}\cdot\alpha_1=2C_{YA}(1+\varepsilon_A)$, $K_{YA}\cdot\beta_1=K_{YA}(1+\varepsilon_B)$, $2C_{\theta B}==2C_{\theta B}(1+\varepsilon_C)$, $K_{\theta B}\cdot\beta_2=K_{\theta B}(1+\varepsilon_D)$ として $\varepsilon_A\sim\varepsilon_D$ を求めると，（ε の2次の項の影響を無視する）

$$\varepsilon_B=\frac{R_m}{1-R_m\cdot R_w},\quad \varepsilon_D=-\frac{1}{R_w(1-R_m\cdot R_w)},\quad \varepsilon_A=\frac{R_m\{1+R_w\cdot\varepsilon_D+R_D(1+\varepsilon_B)\}}{1+\varepsilon_B-R_m\cdot R_w(1+\varepsilon_D)},\ \varepsilon_C=\frac{1+R_w\cdot\varepsilon_D+R_D(1+\varepsilon_B)}{R_D\{R_m\cdot R_w(1+\varepsilon_D)-\varepsilon_B-1}$$ となる

ここに $R_D=\frac{\delta_\theta}{m\,\delta_Y}$, $R_m=\frac{Y_m^2}{I_g}$, $R_w=\frac{K_{\theta B}}{K_{YA}\cdot R_m}$ である。

したがってこれら補正係数を(13)式に代入し，G_Y, G_θ を求めると，

$$\begin{pmatrix}G_Y\\G_\theta\end{pmatrix}=-\frac{\mathcal{L}[F]}{A}\sum_{n=1}^{2}\frac{\begin{pmatrix}a_{nY}\\a_{n\theta}\end{pmatrix}S+\begin{pmatrix}b_{nY}\\b_{n\theta}\end{pmatrix}}{S^2+2\varepsilon_nS+(\varepsilon_n^2+P_n^2)}, \tag{14}$$

(14)式の Σ の中を $F_n(S)$ とし ラプラス逆変換すると，

$$\mathcal{L}^{-1}[F_n(S)]=f_n(t)=e^{-\varepsilon_nt}\left\{\begin{pmatrix}a_{nY}\\a_{n\theta}\end{pmatrix}\cos p_nt+\frac{\begin{pmatrix}a_{nY}\\a_{n\theta}\end{pmatrix}\varepsilon_n+\begin{pmatrix}b_{nY}\\b_{n\theta}\end{pmatrix}}{P_n}\sin p_nt\right\}, \tag{15}$$

(15)式を用いて Q, R は相乗定理により次式のように求められる。

$$Q=-\frac{1}{A}\sum_{n=1}^{2}\left[A_n\int_0^te^{-\varepsilon_n(t-\tau)}\sin p_n\left(t-\tau-\frac{\varphi_n}{p_n}\right)F(\tau)d\tau\right],\ A_n=\frac{\sqrt{a_{nY}^2P_n^2+(a_{nY}\varepsilon_n+b_{nY})^2}}{P_n},\ \varphi_n=\tan^{-1}\left(\frac{a_{nY}\cdot P_n}{a_{nY}\cdot\varepsilon_n+b_{nY}}\right) \tag{16}$$

$$R=-\frac{1}{A}\sum_{n=1}^{2}\left[B_n\int_0^te^{-\varepsilon_n(t-\tau)}\sin p_n\left(t-\tau-\frac{\psi_n}{p_n}\right)F(\tau)d\tau\right],\ B_n=\frac{\sqrt{a_{n\theta}^2\cdot P_n^2+(a_{n\theta}\cdot\varepsilon_n+b_{n\theta})^2}}{P_n},\ \psi_n=\tan^{-1}\left(\frac{a_{n\theta}\cdot P_n}{a_{n\theta}\cdot\varepsilon_n+b_{n\theta}}\right) \tag{17}$$

$$\therefore Y_{ii}=-\frac{[a]_{ii}}{A_{ii}}\sum_{n=1}^{2}\left[A_n\int_0^te^{-\varepsilon_n(t-\tau)}\sin p_n\left(t-\tau-\frac{\varphi_n}{p_n}\right)[a]_{ii}^T[M]_{ii}\{\ddot{Z}(\tau)\}_{ii}d\tau\right], \tag{16'}$$

$$\theta_{ii}=-\frac{[b]_{ii}}{A_{ii}}\sum_{n=1}^{2}\left[B_n\int_0^te^{-\varepsilon_n(t-\tau)}\sin p_n\left(t-\tau-\frac{\psi_n}{p_n}\right)[a]_{ii}^T[M]_{ii}\{\ddot{Z}(\tau)\}_{ii}d\tau\right], \tag{17'}$$

また a_{nY}, b_{nY}, $a_{n\theta}$, $b_{n\theta}$ は次式より定まる。

$$\begin{bmatrix} -2\varepsilon_1\left(1-\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right), & 1, & 1 \\ -P_1\left\{1+\dfrac{\varepsilon_1^2}{P_1^2}-\dfrac{\varepsilon_2^2}{P_2^2}-\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^2\left(\dfrac{\varepsilon_2}{P_2}\right)^2\right\}, & 2\left(\dfrac{\varepsilon_2}{P_2}\right)\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right), & 2\left(\dfrac{\varepsilon_1}{P_1}\right) \\ 0, & \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^2\left(1+\dfrac{\varepsilon_2}{P_2}\right)^2, & 1+\dfrac{\varepsilon_1^2}{P_1^2} \end{bmatrix} = \mathbb{C} \text{ とすれば } \begin{bmatrix} a_{1y} \\ b_{1y} \\ b_{2y} \end{bmatrix} = \mathbb{C}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ 2\dfrac{C_{\theta B}}{P_1} \\ \dfrac{K_{\theta B}}{P_1^2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{1\theta} \\ b_{1\theta} \\ b_{2\theta} \end{bmatrix} = \mathbb{C}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} 0 \\ 2\dfrac{C_{\theta yB}}{P_1} \\ \dfrac{K_{\theta yB}}{P_1^2} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} a_{2y}=-a_{1y} \\ a_{2\theta}=-a_{1\theta} \end{matrix}$$

となる。

3．2自由度系の場合の計算例

数値計算に用いる諸元は次ぎのとうりであり　外力としての地震動として"1968年5月16日の十勝沖地震"の幌満橋（国道235号）G.L.の水平動記録を用いる。

$m_1 = m_2 = W/g = 10\times10^3/980\ \mathrm{kg\,cm^{-1}\,sec^2}$, $K_0 = 2K_1 = K_2$, $K_1 = (2\times2\pi)^2 m,\ \mathrm{kg\,cm^{-1}}$, $\lambda_0 = 2\lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_1/m_1 = 0.3\ \mathrm{sec^{-1}}$,

$r_1 = r_2 = 200\ \mathrm{cm}$, $I_{G1} = I_{G2}$, $\sqrt{K_{\theta 0}/I_G} = 4\times2\pi\ \mathrm{sec^{-1}}$, $\sqrt{K_{\theta 1}/I_G} = 5\times2\pi\ \mathrm{sec^{-1}}$, $\mu_0 = 2\mu_1 = \mu_2$, $r^2\mu_0/I_G = 0.4\ \mathrm{sec^{-1}}$

$r^2m/I_G = 6.25030$,

固有値を求め，Modal Matrix Φ_y, Φ_θ を求めると次ぎのようになる。

$$(\mathbb{K}_y - \omega_y^2\mathbb{M})\mathbb{a} = 0, \quad (\mathbb{K}_\theta - \omega_\theta^2\mathbb{I}_G)\mathbb{b} = 0 \tag{18), (19}$$

(18)，(19)式より $\omega_{y_1}^2 = 2K_1/m_1$, $\omega_{y_2}^2 = 4K_1/m_1$, $\omega_{\theta_1}^2 = 7.30286\ r^2K_1/I_G$, $\omega_{\theta_2}^2 = 3.69727\ r^2K_1/I_G$，また Φ_y, Φ_θ は

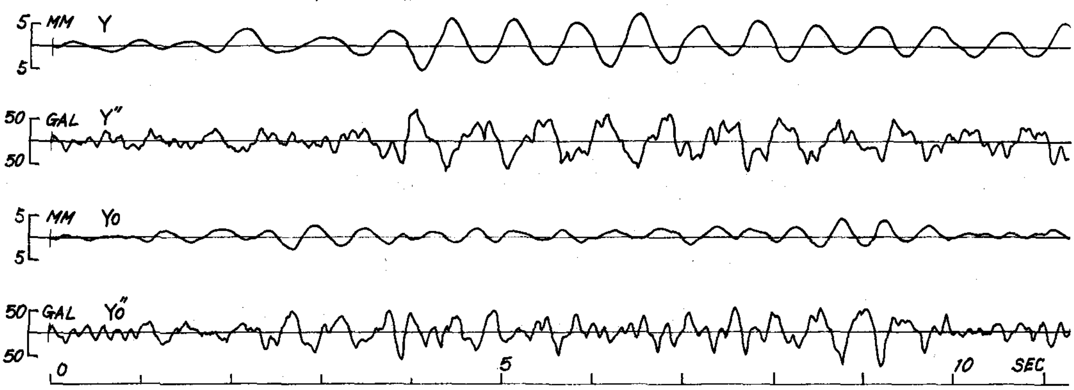
$$\Phi_y = \sqrt{\frac{\bar{m}}{m}}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1, & 1 \\ 1, & 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi_\theta = \sqrt{\frac{\bar{I}_G}{I_G}}\begin{bmatrix} 0.95710, & 0.28978 \\ -0.28978, & 0.95710 \end{bmatrix},$$

Φ_y，Φ_θ により結局次式の連立微分方程式を得る　なお $\bar{m}$，$\bar{I}_G$ は定数である。

$$\begin{bmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 1 \end{bmatrix}\ddot{\Psi} + 2\begin{bmatrix} \delta_y, & 0 \\ 0 & 2\delta_y \end{bmatrix}\dot{\Psi} + \begin{bmatrix} \omega_{y_1}^2, & 0 \\ 0, & \omega_{y_2}^2 \end{bmatrix}\Psi - r\begin{bmatrix} \omega_{y_1}^2, & 0 \\ 0, & \omega_{y_2}^2 \end{bmatrix}\Theta - r\begin{bmatrix} \delta_y, & 0 \\ 0, & 2\delta_y \end{bmatrix}\dot{\Theta} = -\begin{bmatrix} \ddot{z}, & 0 \\ 0, & \ddot{z} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 1 \end{bmatrix}\ddot{\Theta} + 2\begin{bmatrix} \delta_\theta, & 0 \\ 0, & 2\delta_\theta \end{bmatrix}\dot{\Theta} + \begin{bmatrix} \omega_{\theta_1}^2, & 0 \\ 0, & \omega_{\theta_2}^2 \end{bmatrix}\Theta - \frac{rm}{I_G}\begin{bmatrix} \omega_{y_1}^2, & 0 \\ 0, & \omega_{y_2}^2 \end{bmatrix}\Psi - \frac{2}{r}\begin{bmatrix} \delta_\theta, & 0 \\ 0, & 2\delta_\theta \end{bmatrix}\dot{\Psi} = -\begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0, & 0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

下図は(20)，(21)式より Y, $\ddot{Y}$ のみについて求め，またこれらと比較するためロッキングを考慮しない場合の変位 Y_0，加速度 $\ddot{Y}_0$ とをXYプロッターで図化したものである。



4．あとがき

本報告はロッキング振動と水平振動との合成振動について一解法を述べ，振動減衰の作用が小さい場合，近似的にパラメーター $\delta_\theta/m\delta_y$，r^2m/I_G による補正係数を用いて応答を求める方法を示した。

計算例として北海道内で記録された一地震を使用しロッキングの影響を考察すると，水平バネの位置が剛体の図心より下にある場合，変位，加速度とも増加するのが見られる。

さらに各剛体の図心位置が異なる場合など一般的応答特性について研究を進める予定である。