

関門橋の振動特性の実測と解析

建設省土木研究所 正員 栗林 栄一
 正員 ○飯田 裕
 日本道路公団建設第1部 正員 荒川 直士

まえがき

関門橋は、関門海峡早瀬の瀬戸に架設中の中央径間712 m、側径間178 mの三径間吊橋である。本橋の振動特性を明らかにするために、1970年7月橋脚の振動実験、1971年5月主塔の振動実験が行われた。ここでは、橋脚の振動実験結果および有限要素法による橋脚振動実験の解析計算結果について報告する。

1. 橋脚振動実験概要

実験は、図-1に示す下関側橋脚、図-2に示す門司側橋脚両者について行なった。橋脚頂部の中央点に建設省土木研究所所有の40 ton型起振機を設置し、橋軸方向、橋軸直角方向の水平2方向に加振した。換振器には、電磁式水平成分速度計2台、電磁式上下成分速度計2台、電磁式水平成分加速度計4台を用い、出力は直流増幅器を通して、直記式電磁オシログラフに記録した。また起振機の偏心重錘の位置を示す位相測定器の出力を同時に記録した。

2. 橋脚振動実験結果

速度計、位相測定器の記録より求めた共振曲線(単位荷重換算変位)、位相差曲線を図-3~図-10に示す。下関側については共振振動数が明らかでなく、門司側では多数のピークが現われている。

3. 有限要素法による振動実験の解析計算

自由度 n の多自由度系の運動方程式において、減衰係数マトリックス $[C]$ が固有振動モードマトリックス $[Φ]$ により対角化可能と仮定する。外力列ベクトルの第 j 成分 R_j が $Q \cos \omega t$ で、他の成分が0で与えられる場合、変位列ベクトルの第 k 成分の強制振動の項は

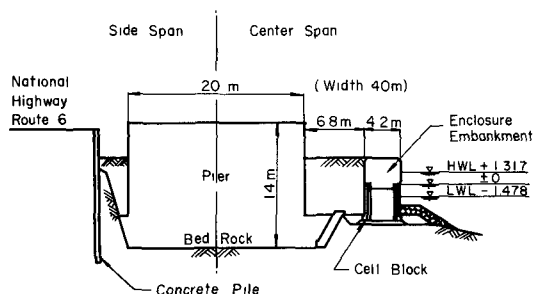


Fig.1 CROSS-SECTION OF THE SHIMONOSEKI PIER

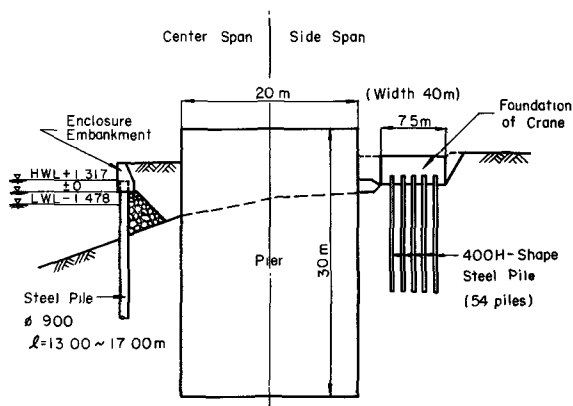


Fig.2 CROSS-SECTION OF THE MOJI PIER

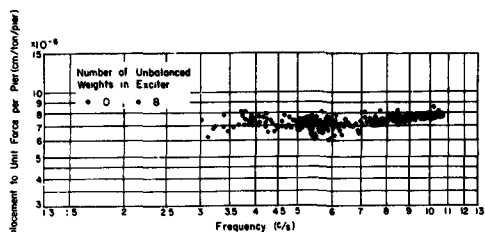


Fig.3 RESONANCE CURVE AT THE TOP OF THE PIER
(THE SHIMONOSEKI PIER-LONGITUDINAL)

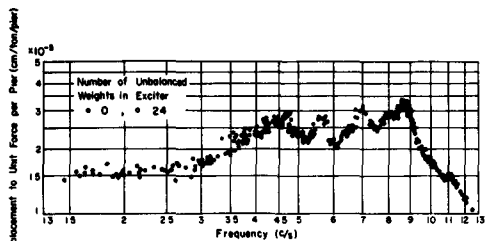


Fig.7 RESONANCE CURVE AT THE TOP OF THE PIER
(THE MOJI PIER-TRANSVERSE)

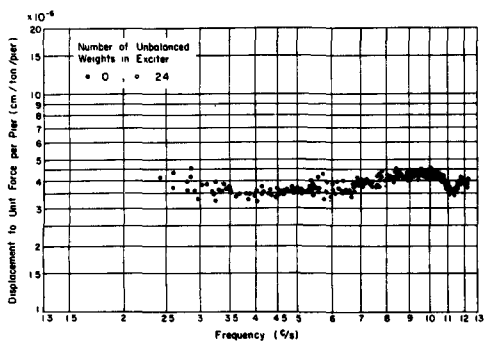


Fig.4 RESONANCE CURVE AT THE TOP OF THE PIER
(THE SHIMONOSEKI PIER-TRANSVERSE)

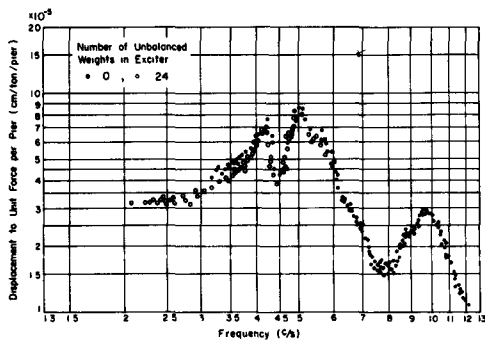


Fig.8 RESONANCE CURVE AT THE TOP OF THE PIER
(THE MOJI PIER-LONGITUDINAL)

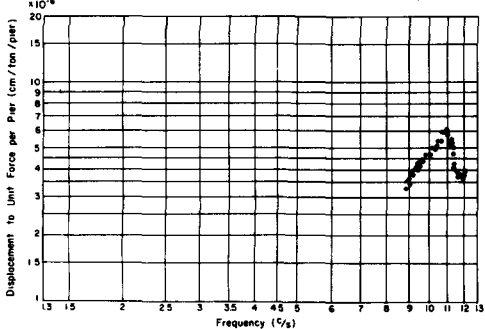


Fig.5 RESONANCE CURVE ON THE ENCLOSURE EMBANK.
(THE SHIMONOSEKI PIER-TRANSVERSE)

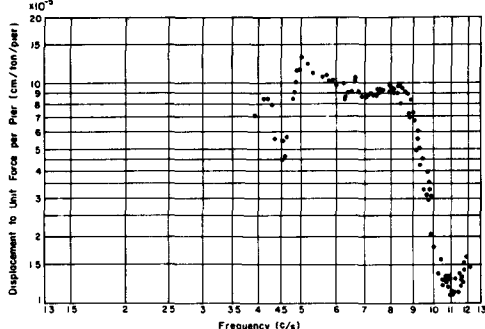


Fig.9 RESONANCE CURVE ON THE ENCLOSURE EMBANK.
(THE MOJI PIER-LONGITUDINAL)

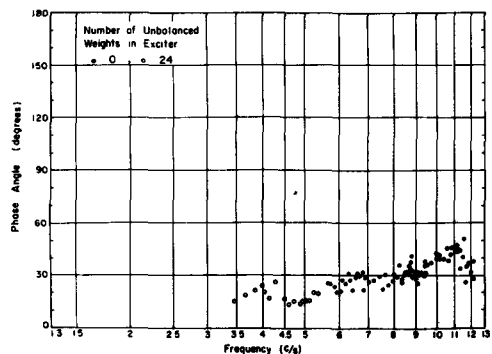


Fig.6 PHASE ANGLE CURVE
(THE SHIMONOSEKI PIER-TRANSVERSE)

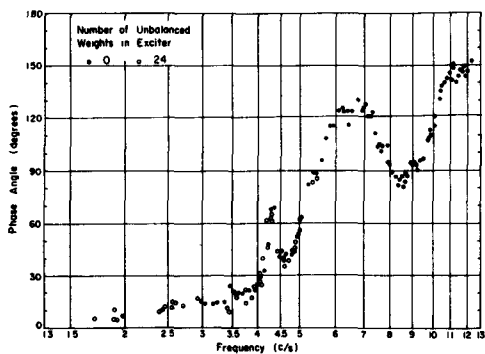


Fig.10 PHASE ANGLE CURVE
(THE MOJI PIER-LONGITUDINAL)

$$r_k = \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \xi_i(t) = \frac{a}{m} \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{1}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2} \{ (p_i^2 - \omega^2) \cos \omega t + 2\eta_i \omega \sin \omega t \} \\ = \frac{a}{m} \cos \omega t \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{(p_i^2 - \omega^2)}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2} + \frac{a}{m} \sin \omega t \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{2\eta_i \omega}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2} \\ = \frac{a}{m} \sqrt{ \left\{ \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{p_i^2 - \omega^2}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2} \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{2\eta_i \omega}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2} \right\}^2 } \cos(\omega t - \varphi) \quad (1)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{2\eta_i \omega}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2}}{\sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{p_i^2 - \omega^2}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4\eta_i^2 \omega^2}} \right\} \quad (2)$$

また外力列ベクトルの第 j 成分 F_j が静的な a , 他の成分が0で与えられる場合, 静的な変位列ベクトルの第 k 成分 r_k^s は

$$r_k^s = \frac{a}{m} \sum_{i=1}^n \phi_k^{(i)} \phi_j^{(i)} \frac{1}{p_i^2} \quad (3)$$

ここで

$\phi_k^{(i)}$: 第 i 次固有振動モード列ベクトル
 $\{\phi^{(i)}\}$ の第 k 成分

$\xi_i(t)$: 第 i 次規準座標

p_i : 第 i 次固有円振動数

η_i : 第 i 次減衰指数

$\bar{m} = \{\phi^{(i)}\}^T [M] \{\phi^{(i)}\}$

$[M]$: 質量マトリックス

式(1), (2), (3)を用いて共振曲線, 位相差曲線を解析的に求めることができる。門司側橋脚橋軸方向について解析した一例を図-11~図-23に示す。図-11~図-13は図-8~図-10に対応するものである。減衰定数 $h = \eta/p$ は各モード共通に10%とした。

結 論

振動実験により得られた共振曲線, 位相差曲線はかなり複雑な形をしている。これは橋脚周辺の地形, 地盤および他の構造物等の影響と考えられる。有限要素法を適用して, これらを含めた解析を行なうことにより, 振動実験結果に現われた複雑な現象を説明することが可能である。

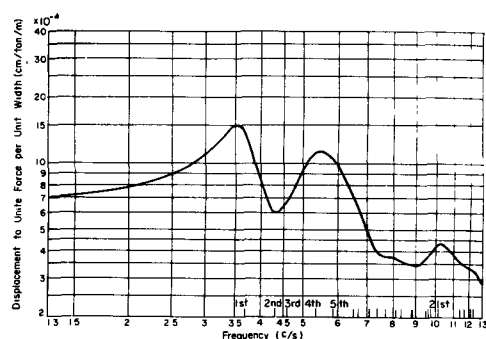


Fig.11 RESONANCE CURVE AT THE NODE No.3

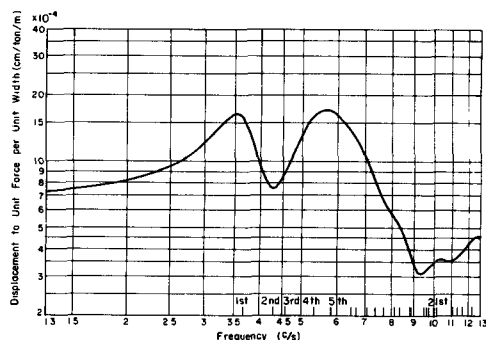


Fig.12 RESONANCE CURVE AT THE NODE No.1

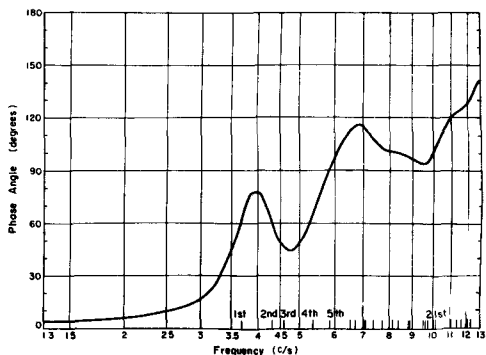


Fig.13 PHASE ANGLE CURVE AT THE NODE No.3

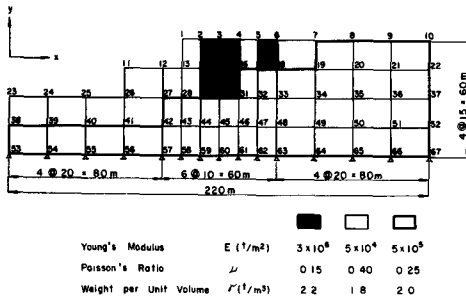


Fig.14 FINITE ELEMENT IDEALIZATION

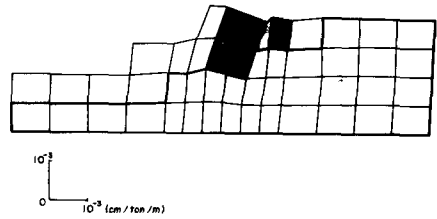


Fig.15 STATIC DISPLACEMENT DUE TO THE HORIZONTAL FORCE AT THE NODE No.3

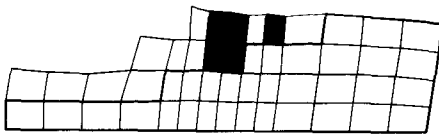


Fig.16 1st MODE $f=3.69c/s$

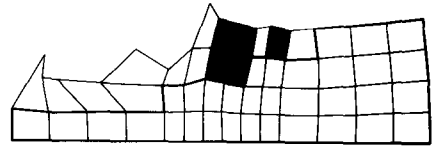


Fig.20 5th MODE $f=5.88c/s$

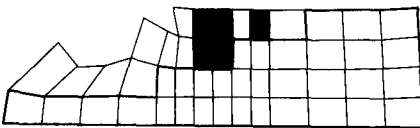


Fig.17 2nd MODE $f=4.33c/s$

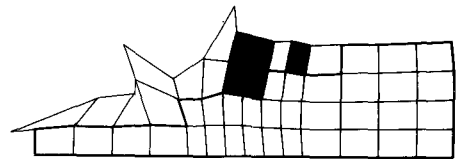


Fig.21 6th MODE $f=6.53c/s$

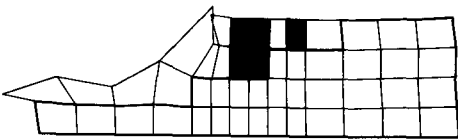


Fig.18 3rd MODE $f=4.62c/s$

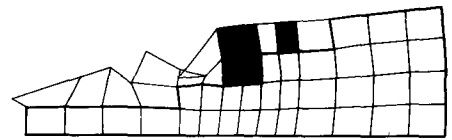


Fig.22 7th MODE $f=6.70c/s$



Fig.19 4th MODE $f=5.40c/s$

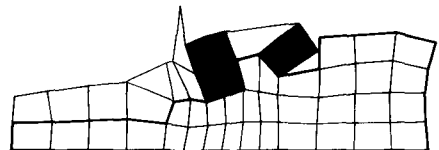


Fig.23 21st MODE $f=10.17c/s$