

1. まえがき

振動台上の砂層の加速度応答特性から剛性率が深さ方向に不変としたせん断振動の理論によって、横波の速度および減衰常数を求め、振動の強さが大きくなるにしたがって、見掛け横波の速度は小さくなり、減衰常数は大きくなることについてはすでに報告した。^{9,2)} 又、横波の速度は振動の強さが同じ場合、拘束圧の影響によってかなり変化するが、このことは砂層の剛性率が拘束圧、したがって砂層内の英の深さによって変わると考えられるので、砂層の剛性率が深さ方向に線形的に変わると仮定して実験結果を再検討してみた。実験の詳細についてはすでに報告したので省略する。なお、本文中に使用している T-D, T-S, O-D, O-S なる記号はそれぞれ高萩乾燥砂層、高萩飽和砂層、小名浜乾燥砂層、小名浜飽和砂層を意味する。

2. 砂層の加速度応答特性

図1.1～図1.3 は台加速度を 0.01 G に保った場合の砂層内各英における加速度比の変化を示すものであり、層厚 60cm の高萩乾燥砂層、層厚 60cm 高萩飽和砂層および層厚 40cm 高萩飽和砂層に対する場合のものを示す。ただし、図中の実曲線は砂層と以下のようなせん断振動体とした場合の理論曲線を示す。

砂層が必ずみ速度に比例する抵抗を有するせん断振動体であると仮定すると砂層の高さ方向に z 軸をとると運動方程式は次式によって表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial y} \left\{ G(y) \frac{\partial X}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \eta(y) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial X}{\partial y} \right) \right\} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (X + X_0) \quad (1)$$

ここに、 X ：砂層の水平方向の相対変位、 X_0 ：台の変位、 $G(y)$ ：砂層の剛性率、 $\eta(y)$ ：砂層の内部抵抗係数、 ρ ：砂層の密度である。 $G(y)$ 、 $\eta(y)$ が深さ方向に変化なく一定、すなわち $G(y)=G$ 、 $\eta(y)=\eta$ の場合を考えるものとする。(1)式より円振動数 ω なる強制単弦振動に

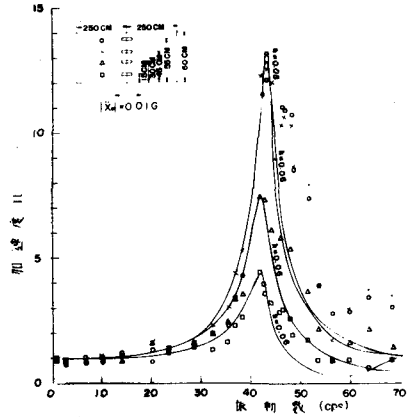


図1.1 加速度応答特性(TD-60)

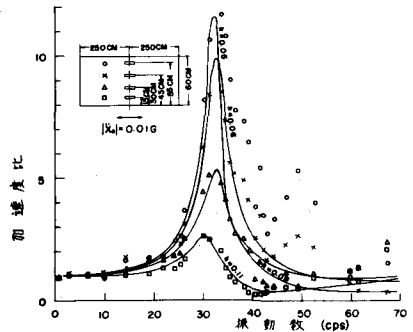


図1.2 加速度応答特性(TS-60)

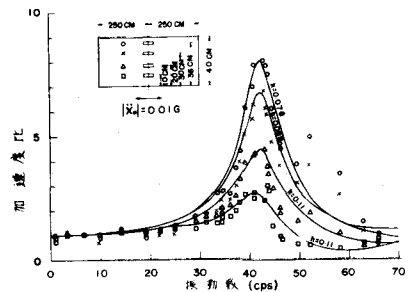


図1.3 加速度応答特性(TS-40)

対する加速度応答は γ , H , h , ω/ω_1 の関数として容易に求められる。ここに、 ω_1 は砂層の一次の固有円振動数、 h は砂層の減衰常数であり、それぞれ次式で与えられる。

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2H} \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad h = \frac{\pi \eta}{4H/\rho G} \quad (2)$$

図中の曲線は砂層内各測定点における測定加速度応答特性に最も適合するように一次の固有振動数と減衰常数を送って対応する理論曲線と示したものである。

3. 砂層の横波の速度、剛性率

図-2は前述のようにして各台加速度毎に求められた共振振動数から得られた横波の速度および減衰常数の台加速度に対する関係を示す。この図とみると飽和状態の横波の速度は乾燥状態にくらべてかなり小さく、又いす水の場合にも台加速度の増大とともに見掛上横波の速度は減少する。

図-2より横波の速度と $\gamma H/2$ (砂層の中点における有効圧と考へ、飽和状態のすは水中単位重量を用いる) との関係もプロットすると図-3のようになり、横波の速度は同一種類の砂、同一台加速度ならば土かぶり圧に支配される量であると考えられる。図中の V_0 は図示した台加速度範囲の平均値であり、ほぼ $(\gamma H/2)^{0.6}$ に比例する。

図-4は $G = \rho V_0^2$ なる式から求めた剛性率と有効圧との関係を示すものである。ただし、飽和砂層の密度としては砂粒子と水とは一体となって動くものと仮定して飽和単位重量を用いている。

4. 砂層の剛性率が深さに比例して増加する場合の検討

これまで砂層の剛性率は一様であるとして取り扱ってきたけれども、図-4に示されるように剛性率は有効圧が大きいはと大きくなっている。このことは砂層内では剛性率が一様でなく深さ方向に変化していることを意味する。深さに比例して剛性率が増加する場合のせん断振動についてはかなりの研究³⁾ がなされている。それらと参考にして実験結果を再検討してみる。

(1) 式において $G(\gamma) = \gamma/h \cdot G_0$, $\eta(\gamma) = \gamma/h \cdot \eta_0$ で与えられる場合と取り扱う。ここに G_0, η_0 はそれぞれ砂層表面に於ける

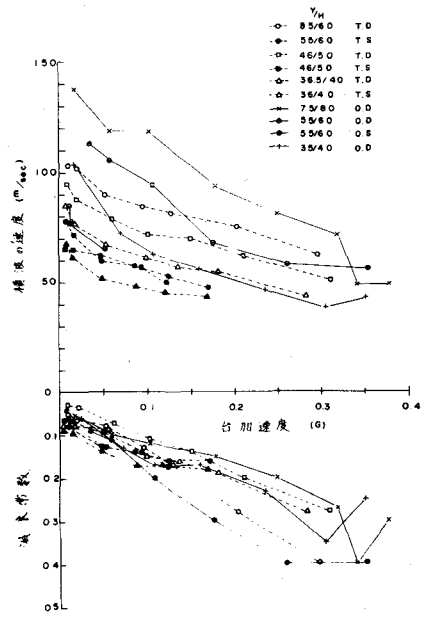


図-2 横波の速度、減衰常数の台加速度に対する変化

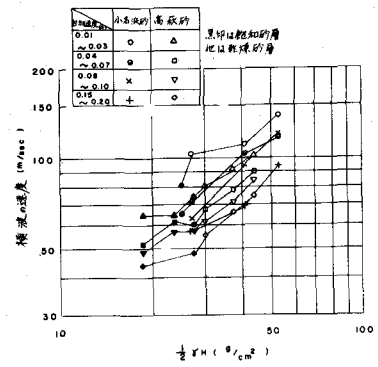


図-3 横波の速度と有効圧

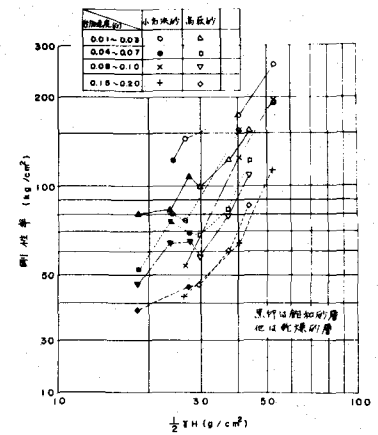


図-4 剛性率と有効圧

る値であって、座標軸は図-5のように選ぶ。砂層の運動方程式は(1)式において $2\mathcal{E}_s = \eta_0/G_0$, $S_0^2 = \rho h'/G_0$ とおいて

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial x}{\partial y} \right) + 2\mathcal{E}_s \frac{\partial}{\partial y} \left\{ y \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right) \right\} = S_0^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (x + x_0) \quad (3)$$

円振動数 ω の強制単弦振動の場合には(3)式は変数分離によって容易に解くことができ、砂層の加速度応答は y/h' , h_n , ω/ω_n , k の関数として与えられる。ただし、 ω_n は n 次の固有円振動数、 h_n は n 次振動に対する減衰常数、 k は剛性変化率であり、それぞれ次式で与えられる。

$$k = \sqrt{\frac{h'}{H'}} = \sqrt{\frac{G_0}{G_b}} \quad (4)$$

$$\omega_n = \frac{a_n}{2\sqrt{H'h'}} \cdot \sqrt{\frac{G_0}{P}}, \quad h_n = \frac{a_n}{2\sqrt{H'h'}} \cdot \frac{\eta_0}{2G_0} \sqrt{\frac{G_0}{P}} \quad (5)$$

ここに、 a_n は次の方程式の n 番目の根である。

$$J_0(a_n)Y(k a_n) - J_1(k a_n)Y_0(a_n) = 0 \quad (6)$$

ただし、 $J(y)$, $Y(y)$ は第1種、第2種のベッセル関数である。

4.1 剛性変化率が砂層の固有振動数におよぼす影響

剛性率が深さ方向に変化している砂層とその平均の剛性率をもつ剛性率一定の砂層とみなした場合、固有振動数にどの程度の相違が生ずるかを N. N. Ambraseys³⁾ にならって検討してみる。剛性率が変化する場合の固有振動数 f_n は(4)、(5)式より

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{a_n}{4\pi H} \cdot \frac{1-k^2}{k} \sqrt{\frac{G_0}{P}} \quad (7)$$

一方、一様な剛性率 $G = (G_0 + G_b)/2$ の場合の固有振動数 f_{nc} は(2)式を参考にして次式で表わされる。

$$f_{nc} = \frac{(2n-1)}{4H} \sqrt{\frac{(G_0 + G_b)}{2P}} = \frac{(2n-1)}{4\sqrt{2}} \frac{\sqrt{1+k^2}}{k} \sqrt{\frac{G_0}{P}} \quad (8)$$

したがって固有振動数の相異は(7)、(8)式より次の百分率で示される。

$$\Delta f(k) = \frac{f_n - f_{nc}}{f_n} \times 100 = \left(1 - \frac{(2n-1)\pi}{\sqrt{2} a_n} \frac{\sqrt{1+k^2}}{1-k^2} \right) \times 100 \quad (9)$$

G_b/G_0	K	$n=1$	$n=2$	$n=3$
1.00	1.0000	0.00	0.00	0.00
1.10	0.9535	0.85	0.00	-0.01
1.16	0.9261	1.44	0.08	-0.03
1.21	0.9191	1.78	0.10	-0.04
1.32	0.8687	2.08	0.11	-0.09
1.56	0.8001	3.78	-0.07	-0.41
1.96	0.743	4.94	-0.55	-1.08
2.25	0.6667	5.84	-0.96	-1.62
4.00	0.5000	7.70	-3.45	-4.68
9.00	0.3333	8.82	-8.05	-10.33
16.00	0.2500	8.45	-11.36	-14.50
25.00	0.2000	8.28	-13.98	-17.43

表-1 固有振動数に対する推定誤差(%)

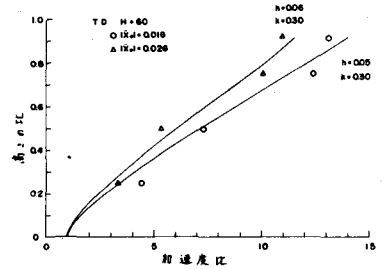


図6-1 加速度の深さ方向の分布(TD-60)

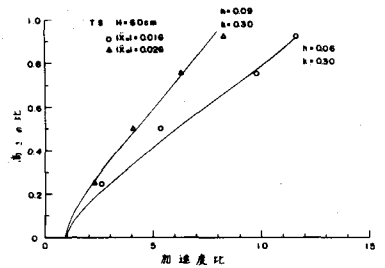


図6-2 加速度の深さ方向の分布(TS-60)

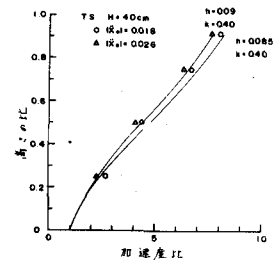


図6-3 加速度の深さ方向の分布(TS-60)

(9)式を用いて3次の固有振動数まで計算した結果を表-1に示す。表より剛性率がかなり大巾に変化しても一次の固有振動数はその平均の剛性率ともつ剛性率一樣な場合の固有振動数とみなしても、たかだか10%程度しか違わない。

4.2 剛性変化率が加速度分布におよぼす影響

図6-1~6-3は加速度の深さ方向の分布に最も良く適合する減衰常数 δ と剛性変化率 k をあてはめて理論曲線を求めたものである。他の砂層の場合についても同様にして減衰常数 δ および k が求められ、表-2のカッコ内に k の値を示した。一方、3節では剛性率が一樣として砂層の剛性率 G を求めたが、これは剛性率が深さに比例して増加する場合の平均剛性率 $G=(G_0+G_1)/2$ を求めていることになるため、これを $GH/2$ との関係、すなわち図-4において層厚と乾燥砂層の場合に換算し、その半分の位置に対応する剛性率 G をプロットすることにより図-7が得られる。この図は厳密ではないが同一砂層内の剛性率が深さに対して変化する状況を示すものと考えることができる。図から細砂(小名浜砂)、粗砂(高萩砂)の砂層それぞれの剛性率が深さに比例して増加すると仮定して最小二乗法によって関係式を求めると次式が得られる。

細砂： $G=5.90y+14.1$

粗砂： $G=4.26y+21.1$

この式の常数項を G_0 として実験した層厚に対する剛性変化率を求めると表-2に示すようになる。このようにして求めた k は先に加速度の深さ方向の分布から求めた値とほぼ同程度になる。それゆえ、実験した砂層の剛性変化率は0.2~0.4程度であり、砂層が厚いほど、乾燥状態より飽和状態の方が粗砂より細砂の方が小さくなる傾向がある。

5. むすび

砂層の加速度応答特性に関する実験結果と特に振動によって砂層の剛性が変化することについて検討した。実験では砂層の剛性は加速度の大きさを問わず、 α ずれと拘束圧によってかなり影響されることが示されたが、実際の地盤においても地震時にこのような変化が起こるのかどうかに関しては今後検討する必要があると考えられる。

参考文献

- (1)乾燥砂層の振動性状, 荒井秀夫, 梅原靖文, 日本地震工学シンポジウム講演集, 1966年10月.
- (2)飽和砂層の振動性状, 荒井秀夫, 梅原靖文, 第9回地震工学研究発表会講演概要, 1967年10月.
- (3) A Note on the Response of an Elastic Overburden of Varying Rigidity to an Arbitrary Ground Motion, Ambraseys N.N., Bull. Seism. Soc. America, Vol.49 No.3, 1959.

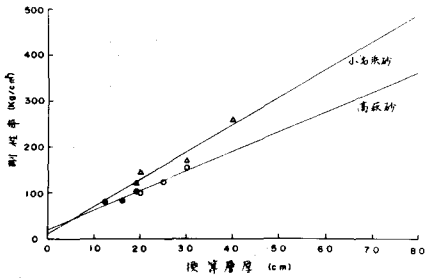


図-7 剛性率の深さに対する変化

層 厚 (cm)	k			
	細 砂		粗 砂	
	乾 燥	飽 和	乾 燥	飽 和
80	0.170 (0.20)	—	—	—
60	0.205 (0.20)	0.315 (0.30)	0.275 (0.30)	0.329 (0.30)
50	—	—	0.298 (0.25)	0.369 (0.40)
40	0.237 (0.25)	—	0.331 (0.40)	0.413 (0.40)

表-2 剛性変化率