

橋りょう振動試験における桁の波動的現象

鉄道技術研究所

川俣 淳

1. まえがき

かつて妹沢・金井により橋りょうにおいても振動の減衰は主として橋脚や橋桁を通しての勢力の逸散によるものであることが明らかにされた。最近これを裏づけると思われる資料を得たのでここに紹介し若干の定性的考察を加えることとする。

2.

問題を扱うのが容易なように橋桁はセン断振動するものと仮定する。これは実際と違っているが振動勢力の逸散を考えるうえでこれによって問題の本質は損われないであらう。橋桁の運動方程式としてつぎのものを考える。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

ここに ρ , μ は桁の単位長あたりの密度, 桁のセン断剛性, u , x は第1図のごとくとするものとする。桁の右端から振巾1の調和振動的波動が伝わり, 左端で反射したのち十分至過したあと解は

$$u = e^{ipt} (e^{i\epsilon x} + A e^{-i\epsilon x}) \quad \text{ただし } \rho p^2 = \mu \epsilon^2 \quad (2)$$

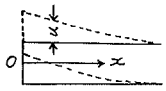
もし左端が自由であれば $x=0$ で $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ から $A = 1$,
もし左端が固定されていれば $x=0$ で $u=0$ から $A = -1$ 。

したがって解はそれぞれの場合について

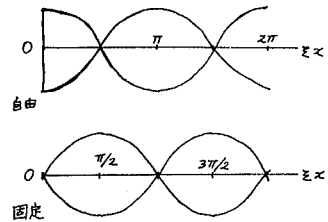
$$u = 2e^{ipt} \cos \epsilon x \quad (\text{自由端}) \quad (3)$$

$$u = 2ie^{ipt} \sin \epsilon x \quad (\text{固定端}) \quad (4)$$

となり一定のモードをもった定常振動が起る。(第2図)



第1図



第2図

3.

上の自由端, 固定端は二つの極端な場合であって, 一般に端にはさらに他の物体が接しているので媒質2を考え

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= e^{ipt} (e^{i\epsilon_1 x} + A e^{-i\epsilon_1 x}) \\ u_2 &= e^{ipt} B e^{i\epsilon_2 x} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

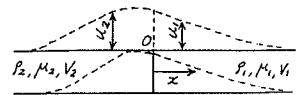
境界 $x=0$ で変位, 応力を連続とする

$$A = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad B = \frac{2}{1+\alpha} \quad \text{ただし } \alpha = \rho_1 V_1 / \rho_2 V_2$$

したがって媒質1の振動に注目すれば

$$u_1 = e^{ipt} (e^{i\epsilon_1 x} + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} e^{-i\epsilon_1 x}) \quad (6)$$

実部のみを示せば



第3図

$$u_1 = 2 \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \cos \varepsilon_1 x \cdot \cos p t + \frac{2\alpha}{1+\alpha} \cos (p t + \varepsilon_1 x) \quad (7)$$

$$\text{または } u_1 = -2 \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \sin \varepsilon_1 x \cdot \sin p t + \frac{2}{\alpha+1} \cos (p t + \varepsilon_1 x) \quad (8)$$

(7), (8) の第1項は定常振動部分, 第2項は波動部分である。

(7) は $\alpha < 1$, (8) は $\alpha \geq 1$ において便利な表現である。

定常振動部分の振中の絶対値を S

波動部分の振中の絶対値を W とすれば

$$(7) \text{ から } \alpha > \frac{1}{2} \text{ なら } S < W$$

$$\alpha < \frac{1}{2} \text{ なら } S > W$$

$$(8) \text{ から } \alpha < 2 \text{ なら } S < W$$

$$\alpha > 2 \text{ なら } S > W$$

したがって $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 2$ においては桁の振動を定常振動と考えるのは無理である。(第4図)

4. 山陰線, 高屋川橋りょうの例(左右振動)

高屋川橋りょうは第5図のような橋りょうである。1P 天端に起振機をすえ振動試験をおこない, 強制力の振動数が毎分 200, 240, 300, 320, 340, 380, 400, 460 回のときの振動モードをしらべた結果,

1 SP, 1 Ab 端は 200 c./m. を除き第4図2のタイプ°, 2 SP, 2P 端は b または c のタイプ°, 3 SP, 3P 端は 大体 d のタイプ° とみることができ。

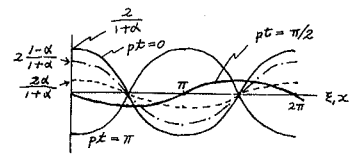
したがって 1 SP, 1 Ab 端では $\alpha < 1/2$

2 SP, 2P 端では $1/2 < \alpha < 2$

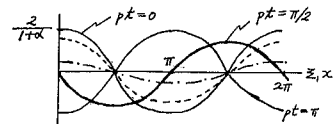
3 SP, 3P 端では $\alpha > 2$

と考えられる。

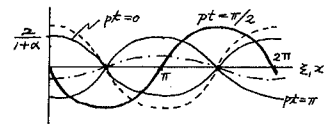
これは 1 SP の PV がかなり大であること, 橋脚のなかでは 3P の PV が大きいと推定されることと対応している。



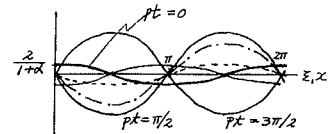
a. $\alpha < \frac{1}{2}$



b. $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

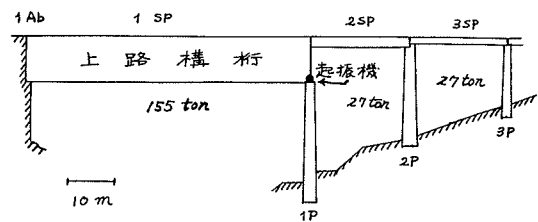


c. $1 < \alpha < 2$



d. $\alpha > 2$

第4図



第5図